

Державний економіко - технологічний університет транспорту

Кафедра фізики і електротехніки

**Проф.Чепілко М.М.**

# Основи квантової фізики

(Теоретичний курс)

16 мая 2017 г.

УДК 53  
ВВК 22.3

Навчальний посібник "Основи квантової фізики" розглянуто та затверджено на засіданні кафедри фізики та електротехніки (Протокол №1 від 28.08.2016 року) та на засіданні методичної комісії факультету "Інфраструктура та рухомий склад залізниць" (Протокол №1 від 01.09.2016 року)

**Укладачі:** професор Чепілко М.М.

**Рецензенти:** професор Завісляк І.В. та доцент Дзян О.С.

# ЗМІСТ

<b>1</b>	<b>Квантова природа випромінювання</b>	<b>4</b>
1.1	Теплове випромінювання і його характеристики	4
1.2	Закон Кірхгофа	7
1.3	Закони Стефана — Больцмана і зміщення Віна	8
1.4	Формули Релея - Джінса і Планка	10
1.5	Оптична пірометрія. Теплові джерела світла	15
1.6	Види фотоелектричного ефекту. Закони зовнішнього фотоелектричного ефекту	18
1.7	Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоелектричного ефекту	22
1.8	Використання фотоелектричного ефекту	25
1.9	Маса і імпульс фотона. Тиск світла	27
1.10	Ефект Комптона і його елементарна теорія	29
1.11	Єдність корпускулярних і хвильових властивостей електромагнітного випромінювання	32
1.12	Питання для самоконтролю теоретичної підготовки	33
1.13	Задачі для самоконтролю практичної підготовки	34
<b>2</b>	<b>Теорія атома водню за Бором</b>	<b>36</b>
2.1	Моделі атома Томпсона і Резерфорда	36
2.2	Лінійчастий спектр атома водню	38
2.3	Постулати Бора	40
2.4	Досліди Франка і Герца	41
2.5	Спектр атома водню за Бором	43
2.6	Питання для самоконтролю теоретичної підготовки	47
2.7	Задачі для самоконтролю практичної підготовки	47

# 1. Квантова природа випромінювання

## 1.1. Теплове випромінювання і його характеристики

Тіла, нагріті до достатньо високих температур, світяться. Свічення тіл, зумовлене нагріванням, називається **тепловим (температурним) випромінюванням**. Теплове випромінювання, будучи найпоширенішим в природі, здійснюється за рахунок енергії теплового руху атомів і молекул речовини (тобто за рахунок його внутрішньої енергії) і властиве всім тілам при температурі вище 0 К. Теплове випромінювання характеризується суцільним спектром, положення максимуму якого залежить від температури. При високих температурах випромінюються короткі (видимі і ультрафіолетові) електромагнітні хвилі, при низьких — переважно довгі (інфрачервоні).

Теплове випромінювання — практично єдиний вид випромінювання, який може бути **рівноважним**. Припустимо, що нагріте (випромінююче) тіло поміщене в порожнину, обмежену оболонкою, що ідеально відбиває. З часом, в результаті безперервного обміну енергією між тілом і випромінюванням, наступить рівновага, тобто тіло в одиницю часу поглинатиме стільки ж енергії, скільки і випромінювати. Допустимо, що рівновага між тілом і випромінюванням з якої-небудь причини порушена, і тіло випромінює енергії більше, ніж поглинає. Якщо в одиницю часу тіло більше випромінює, ніж поглинає (або навпаки), то температура тіла почне знижуватися (або підвищуватися). В результаті буде слабшати (або зростати) кількість випромінюваної тілом енергії, поки, нарешті, не встановиться рівновага. Всі інші види випромінювання нерівноважні.

Кількісною характеристикою теплового випромінювання служить **спектральна густина енергетичній світності (випромінюваності) тіла** — потужність випромінювання з одиниці площі поверхні тіла в інтервалі частот одиничної ширини:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu,\nu+d\nu}^{\text{випр}}}{d\nu},$$

де  $dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{випр}}$  — енергія електромагнітного випромінювання, що випускається за одиницю часу (потужність випромінювання) з одиниці площі поверхні тіла в інтервалі частот від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ . Одиниця спектральної густини енергетичної світності ( $R_{\nu, T}$ ) — **джоуль на метр у квадраті (Дж/м<sup>2</sup>)**. Записану формулу можна представити у вигляді функції довжини хвилі:

$$dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{випр}} = R_{\nu, T} d\nu = R_{\lambda, T} d\lambda.$$

Оскільки  $c = \lambda\nu$ , то

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

де знак "мінус" указує на те, що із зростанням однієї з величин ( $\nu$  або  $\lambda$ ) інша величина зменшується. Тому надалі знак "мінус" опускатимемо. Таким чином

$$R_{\nu, T} = R_{\lambda, T} \frac{\lambda^2}{c}. \quad (1.1)$$

За допомогою формули (1.1) можна перейти від  $R_{\nu, T}$  до  $R_{\lambda, T}$  і навпаки.

Знаючи спектральну густину енергетичної світності, можна обчислити **інтегральну енергетичну світність (інтегральну випромінюваність)** (її називають просто енергетичною світністю тіла), підсумувавши по всіх частотах:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu, T} d\nu, \quad (1.2)$$

Здатність тіл поглинати падаюче на них випромінювання характеризується **спектральною поглинальною здатністю**

$$A_{\nu, T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{погл}}}{dW_{\nu, \nu+d\nu}},$$

яка показує, яка частка енергії, що приноситься за одиницю часу на одиницю площі поверхні тіла падаючими на неї електромагнітними хвилями з частотами від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , поглинається тілом. Спектральна поглинальна здатність — величина безрозмірна. Величини  $R_{\nu,T}$  і  $A_{\nu,T}$  залежать від природи тіла, його термодинамічної температури і при цьому відрізняються для випромінювань з різними частотами. Тому ці величини відносять до певних  $T$  і  $\nu$  (вірніше, до достатньо вузького інтервалу частот від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ ).

Тіло, яке здатне поглинати повністю при будь-якій температурі все падаюче на нього випромінювання будь-якої частоти, називається **чорним**. Отже, спектральна поглинальна здатність чорного тіла для всіх частот і температур тотожно дорівнює одиниці ( $A_{\nu,T}^{\text{ч}} = 1$ ). Абсолютно чорних тіл в природі немає, проте такі тіла, як сажа, платинова чорнь, чорний оксамит і деякі інші, в певному інтервалі частот по своїх властивостях близькі до них.

Ідеальною моделлю чорного тіла є замкнута порожнина з невеликим отвором  $O$ , внутрішня поверхня якої зачорнена (рис. 1.1). Промінь світла, що потрапив всередину такої порожнини, багатократно відбивається від стінок, внаслідок чого інтенсивність випромінювання, що вийшло, практично дорівнює нулю. Дослід показує, що при розмірі отвору, меншому 0,1 діаметра порожнини, падаюче випромінювання всіх частот повністю поглинається. Внаслідок цього відкриті вікна будинків з боку вулиці здаються чорними, хоч всередині кімнат достатньо світло через відбивання світла від стін.

Разом з поняттям чорного тіла використовують поняття **сірого тіла** — тіла, поглинальна здатність якого менше одиниці, але однакова для всіх частот і залежить тільки від температури, матеріалу і стану поверхні тіла. Таким чином, для сірого тіла  $A_{\nu,T}^{\text{с}} = A_T = \text{const} < 1$ .

Дослідження теплового випромінювання відіграло важливу роль у створенні квантової теорії світла, тому необхідно розглянути закони, яким воно підкоряється.



Рис. 1.1.

## 1.2. Закон Кірхгофа

Кірхгоф, спираючись на другий закон термодинаміки і аналізуючи умови рівноважного випромінювання в ізольованій системі тіл, встановив кількісний зв'язок між спектральною густиною енергетичної світності і спектральною поглинальною здатністю тіл. Відношення спектральної густини енергетичної світності до спектральної поглинальної здатності не залежить від природи тіла; воно є для всіх тіл універсальною функцією частоти (довжини хвилі) і температури (**закон Кірхгофа**):

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \quad (1.3)$$

Для чорного тіла  $A_{\nu,T}^{\text{ч}} \equiv 1$ , тому із закону Кірхгофа (див. (1.3)) виходить, що  $R_{\nu,T}$  для чорного тіла дорівнює  $r_{\nu,T}$ . Таким чином, **універсальна функція Кірхгофа**  $r_{\nu,T}$  є не що інше, як *спектральна густина енергетичної світності чорного тіла*. Отже, згідно з законом Кірхгофа, для всіх тіл відношення спектральної густини енергетичної світності до спектральної поглинальної здатності дорівнює спектральній густині енергетичної світності чорного тіла *при тій же температурі і частоті*.

Із закону Кірхгофа виходить, що спектральна густина енергетичної світності будь-якого тіла в будь-якій області спектра завжди менше спектральної густини енергетичної світності чорного тіла (при тих же значеннях  $T$  і  $\nu$ ), оскільки  $A_{\nu,T} < 1$  і тому  $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$ . Крім того, з виразу (1.3) виходить, що якщо тіло при даній температурі  $T$  не поглинає електромагнітні хвилі в інтервалі частот від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , то воно їх в цьому інтервалі частот при температурі  $T$  і не випромінює, оскільки при  $A_{\nu,T} = 0$  і  $R_{\nu,T} = 0$ .

Використовуючи закон Кірхгофа, вираз для енергетичної світності тіла (1.2) можна записати у вигляді

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu.$$

Для сірого тіла

$$R_T^c = A_{\nu,T} \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e, \quad (1.4)$$

де

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu \quad (1.5)$$

— **енергетична світність чорного тіла** (залежить тільки від температури).

Закон Кірхгофа описує тільки теплове випромінювання, будучи настільки характерним для нього, що може служити надійним критерієм для визначення природи випромінювання. Випромінювання, яке закону Кірхгофа не підкоряється, не є тепловим.

### 1.3. Закони Стефана — Больцмана і зміщення Віна

Із закону Кірхгофа (див. (1.3)) виходить, що спектральна густина енергетичної світності чорного тіла є універсальною функцією, тому знаходження її явної залежності від частоти і температури є важливою задачею теорії теплового випромінювання.

Австрійський фізик **И. Стефан** (1835–1893), аналізуючи експериментальні дані (1879), і **Л. Больцман**, застосовуючи термодинамічний метод (1884), розв'язали задачу лише частково, встановивши залежність енергетичної світності  $R_e$  від температури. Згідно з **законом Стефана — Больцмана**,

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1.6)$$

тобто енергетична світність чорного тіла пропорційна четвертому ступеню його термодинамічної температури;  $\sigma$  — стала Стефана — Больцмана: її експериментальне значення дорівнює  $5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>).



Закон Стефана — Больцмана, визначаючи залежність  $R_e$  від температури, не дає відповіді щодо спектрального складу випромінювання чорного тіла. З експериментальних кривих залежності функції  $r_{\lambda,T}$  від довжини хвилі  $\lambda$  ( $r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}$ ) при різних температурах (рис. 1.2) виходить, що розподіл енергії в спектрі чорного тіла є нерівномірним. Всі криві мають явно виражений максимум, який у міру підвищення температури зміщується у бік коротших хвиль. Площа, обмежена кривою залежності  $r_{\lambda,T}$  від  $\lambda$  і віссю абсцис, пропорційна енергетичній світності  $R_e$  чорного тіла і, отже, за законом Стефана — Больцмана, четвертому ступеню температури.

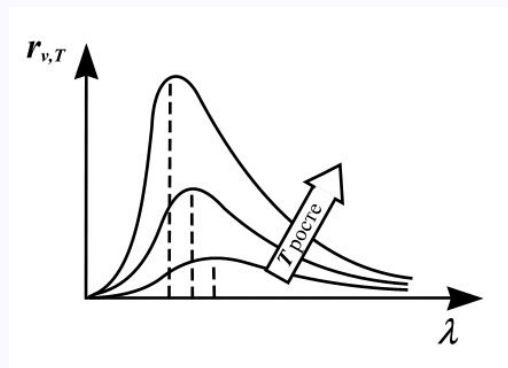


Рис. 1.2.

у міру зростання температури. Закон Віна пояснює, чому при зниженні температури нагрітих тіл в їх спектрі все більше переважає довгохвильове випромінювання (наприклад, перехід білого розжарення в червоне при охолодженні металу).

Німецький фізик В. Він (1864–1928), спираючись на закони термо- і електродинаміки, встановив залежність довжини хвилі  $\lambda_{\max}$ , яка відповідає максимуму функції  $r_{\lambda,T}$ , від температури  $T$ . Згідно з **законом зміщення Віна**,

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad (1.7)$$

тобто довжина хвилі  $\lambda_{\max}$ , що відповідає максимальному значенню спектральної густини енергетичної світності  $r_{\lambda,T}$  чорного тіла, обернено пропорційна термодинамічній температурі,  $b$  — стала Віна; її експериментальне значення дорівнює  $2,9 \cdot 10^{-3}$  м·К. Вираз (1.7) тому й називають законом зміщення Віна, що він показує зміщення положення максимуму функції  $r_{\lambda,T}$  в область коротких довжин хвиль

## 1.4. Формули Релея - Джінса і Планка

З розгляду законів Стефана — Больцмана і Віна виходить, що термодинамічний підхід до розв'язання задачі про знаходження універсальної функції Кірхгофа  $r_{\nu,T}$  не дав бажаних результатів. Наступна строга спроба теоретичного виведення залежності  $r_{\lambda,T}$  належить англійським ученим Д. Релею і Д. Джінсу (1877–1946), які застосували до теплового випромінювання методи статистичної фізики, скориставшись класичним законом рівномірного розподілу енергії за ступенями свободи. Формула Релея — Джінса для спектральної густини енергетичної світності чорного тіла має вигляд

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi\nu^2}{2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{2} kT, \quad (1.8)$$

де  $\langle \varepsilon \rangle = kT$  — середня енергія осцилятора з власною частотою  $\nu$ . Для осцилятора, що виконує коливання, середні значення кінетичної і потенціальної енергій однакові (див. ч.1, § 50), тому середня енергія кожного коливального ступеня свободи  $\langle \varepsilon \rangle = kT$ .

Як показав дослід, вираз (1.8) узгоджується з експериментальними даними тільки в області достатньо малих частот і великих температур. У області великих частот формула Релея — Джінса різко розходиться з експериментом, а також із законом зміщення Віна (рис. 1.3). Крім того, виявилось, що спроба одержати закон Стефана — Больцмана (див. (1.6)) з формули Релея — Джінса приводить до абсурду. Дійсно, обчислена з використанням (1.8) енергетична світність чорного тіла (див. (1.5))

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty,$$

тоді як за законом Стефана — Больцмана  $R_e$  пропорційна четвертому ступеню температури. Цей результат одержав назву "ультрафіолетової катастрофи". Отже, в рамках класичної фізики не вдалося пояснити закони розподілу енергії в спектрі чорного тіла. В області великих частот хороша згода з

дослідом дає **формула Віна (закон випромінювання Віна)**, одержана ним із загальних теоретичних міркувань:

$$r_{\nu,T} = C\nu^3 A e^{-A\nu/T},$$

де  $r_{\nu,T}$  — спектральна густина енергетичної світності чорного тіла.  $C$  і  $A$  — постійні величини.

У сучасних позначеннях з використанням постійної Планка, яка у той час ще не була відома, закон випромінювання Віна може бути записаний у вигляді

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h^3 \nu}{c^2} e^{-h\nu/(kT)}.$$

Правильний, узгоджений з дослідними даними вираз для спектральної густини енергетичної світності чорного тіла, був знайдений в 1900 р. німецьким фізиком М. Планком. Для цього йому довелося відмовитися від положення класичної фізики, згідно з яким енергія будь-якої системи може змінюватись *безперервно*, тобто може набувати будь-яких скільки завгодно близьких значень. Згідно висунутій Планком **квантовій гіпотезі**, атомні осцилятори випромінюють енергію не безперервно, а певними порціями — **квантами**, причому енергія кванта пропорційна частоті коливання:

$$\xi_0 = h\nu = hc/\lambda, \quad (1.9)$$

де  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — **стала Планка**. Оскільки випромінювання випускається порціями, то енергія осцилятора  $\varepsilon$  може набувати лише певних дискретних значень, кратних цілому числу елементарних порцій енергії

$$\varepsilon = nh\nu \quad (n = 0, 1, 2, 3).$$

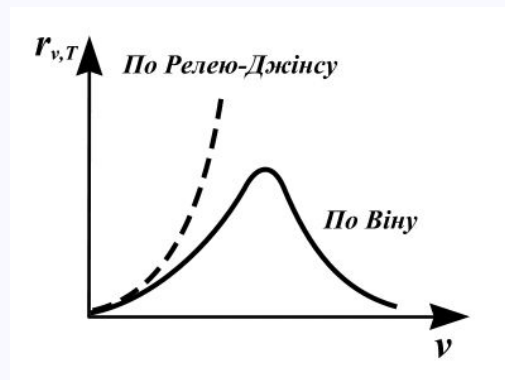


Рис. 1.3.

У даному випадку середню енергію  $\langle \varepsilon \rangle$  осцилятора не можна брати рівною  $kT$ . У наближенні, що розподіл осциляторів по можливих дискретних станах підкоряється розподілу Больцмана ( ч.1, § 45), середня енергія осцилятора

$$\langle \xi \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1},$$

а спектральна густина енергетичної світності чорного тіла

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

Таким чином Планк вивів для універсальної функції Кірхгофа формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1}, \quad (1.10)$$

яка блискуче узгоджується з експериментальними даними по розподілу енергії в спектрах випромінювання чорного тіла у всьому інтервалі частот і температур. Теоретичне викладення цієї формули М. Планк доповів 14 грудня 1900 р. на засіданні Німецького фізичного товариства. Цей день став датою народження квантової фізики. В області малих частот, тобто  $h\nu \ll kT$  (енергія кванта дуже мала в порівнянні з енергією теплового руху  $kT$ ), формула Планка (1.10) збігається з формулою Релея — Джінса (1.8). Для доказу цього розкладемо експоненціальну функцію в ряд, обмежившись для даного випадку двома першими членами:

$$e^{h\nu/(kT)} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT};$$

$$e^{h\nu/(kT)} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}.$$

Підставляючи останній вираз у формулу Планка (1.10) знайдемо, що

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{h\nu/(kT)} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

тобто одержали формулу Релея — Джінса (1.8).

З формули Планка можна одержати закон Стефана — Больцмана. Згідно з виразами (1.5) і (1.10),

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1} d\nu.$$

Введемо безрозмірну змінну:

$$x = h\nu/(kT);$$

$$dx = h d\nu/(kT);$$

$$d\nu = kT dx/h.$$

Формула для  $R_e$  перетвориться до вигляду

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{2h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4, \quad (1.11)$$

де

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{2h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3},$$

оскільки

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

Отже, дійсно, формула Планка дозволяє одержати закон Стефана — Больцмана (порівн. формули (1.6) і (1.11)). Крім того, підстановка числових значень  $k$ , і  $h$  дає для сталої Стефана - Больцмана значення, що добре узгоджується з експериментальними даними. Закон зміщення Віна одержимо за допомогою формул (1.1) і (1.10):

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1},$$

звідки

$$\frac{dr_{\lambda,T}}{d\lambda} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^6 (e^{hc/(kT\lambda)} - 1)} \left( \left[ \frac{hc}{kT\lambda} e^{hc/(kT\lambda)} \right] \Big/ \left[ e^{hc/(kT\lambda)} - 1 \right] - 5 \right).$$

Значення  $\lambda_{\max}$ , при якому функція досягає максимуму, знайдемо, прирівнявши нулю цю похідну. Тоді, ввівши  $x = hc/(kT\lambda_{\max})$  одержимо рівняння

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

Розв'язування цього трансцендентного рівняння методом послідовних наближень дає  $x=4,965$ . Отже,  $x = hc/(kT\lambda_{\max})=4,965$ , звідки

$$T\lambda_{\max} = hc/(4,965k) = b,$$

тобто одержали закон зміщення Віна (див. (1.7)). З формули Планка, знаючи універсальні сталі  $h$ ,  $k$  і  $c$ , можна обчислити сталі Стефана — Больцмана  $\sigma$  і Віна  $b$ . Разом з тим, знаючи експериментальні значення  $\sigma$  і  $b$ , можна обчислити значення  $h$  і  $k$  (саме так і було вперше знайдено числове значення сталої Планка). Таким чином, формула Планка не тільки добре узгоджується з експериментальними

даними, але і містить в собі частинні закони теплового випромінювання, а також дозволяє обчислити сталі в законах теплового випромінювання. Отже, формула Планка є повним розв'язком основної задачі теплового випромінювання, поставленої Кірхгофом. Її розв'язання стало можливим лише завдяки революційній квантовій гіпотезі Планка.

## 1.5. Оптична пірометрія. Теплові джерела світла

Закони теплового випромінювання використовуються для вимірювання температури розжарених і самосвітних тіл (наприклад, зірок). Методи вимірювання високих температур, що використовують залежність спектральної густини енергетичної світності або інтегральної енергетичної світності тіл від температури, називаються **оптичною пірометрією**. Прилади для вимірювання температури нагрітих тіл за інтенсивністю їх теплового випромінювання в оптичному діапазоні спектра називаються **пірометрами**. Залежно від того, який закон теплового випромінювання використовується при вимірюванні температури тіл, розрізняють **радіаційну, колірну і яскравісну температури**.

**1. Радіаційна температура** — це така температура чорного тіла, при якій його енергетична світність  $R_e$  (див. (1.5)) дорівнює енергетичній світності  $R_T$  (див. (1.2)) досліджуваного тіла. В даному випадку реєструється енергетична світність досліджуваного тіла і за законом Стефана — Больцмана (1.6) обчислюється його радіаційна температура:

$$T_p = \sqrt[4]{R_T / \sigma}.$$

Радіаційна температура  $T_p$  тіла завжди менша його істинної температури. Для доказу цього припустимо, що досліджуване тіло є сірим. Тоді використовуючи (1.6) і (1.4), можна записати

$$R_T^c = A_T R_e = A_T \sigma T^4.$$

З іншого боку,

$$R_T^c = \sigma T_p^4.$$

З порівняння цих виразів виходить, що

$$T_p = \sqrt[4]{A_T T}.$$

Оскільки  $A_T < 1$ , то  $T_p < T$ , тобто істинна температура тіла завжди вища за радіаційну.

**2. Колірна температура.** Для сірих тіл (або тіл, близьких до них по властивостях) спектральна густина енергетичної світності

$$R_{\lambda,T} = A_T r_{\lambda,T},$$

де  $A_T = \text{const} < 1$ . Отже, розподіл енергії в спектрі випромінювання сірого тіла такий же, як і в спектрі чорного тіла, що має ту ж температуру, тому до сірих тіл застосовний закон зміщення Віна (див. (1.7)). Знаючи довжину хвилі  $\lambda_{\text{макс}}$ , що відповідає максимальній спектральній густині енергетичної світності  $R_{\lambda,T}$  досліджуваного тіла, можна визначити його температуру

$$T_{\text{кол.}} = b/\lambda_{\text{макс}},$$

яка називається **колірною температурою**. Для сірих тіл колірна температура збігається з істинною. Для тіл, які сильно відрізняються від сірих (наприклад, таких, що мають селективне поглинання), поняття колірної температури втрачає сенс. У такий спосіб визначається температура на поверхні Сонця ( $T_{\text{кол.}} = 6500 \text{ K}$ ) і зірок.

**3. Яскравісна температура  $T_{\text{я}}$**  — це температура чорного тіла, при якій для певної довжини хвилі його спектральна густина енергетичної світності дорівнює спектральній густині енергетичної світності досліджуваного тіла, тобто

$$r_{\lambda,T_{\text{я}}} = R_{\lambda,T}, \quad (1.12)$$

де  $T$  — істинна температура тіла. За законом Кірхгофа (див. (1.3)), для досліджуваного тіла при довжині хвилі  $\lambda$

$$R_{\lambda,T}/A_{\lambda,T} = r_{\lambda,T},$$



або, враховуючи (1.12),

$$A_{\lambda,T} = r_{\lambda,T_{\text{Я}}} / r_{\lambda,T} \quad (1.13)$$

Оскільки для нечорних тіл  $A < 1$ , то  $r_{\lambda,T_{\text{Я}}} < r_{\lambda,T}$  і, отже,  $T_{\text{Я}} < T$ , тобто істинна температура тіла завжди вища за яскравісну. Як яскравісний пірометр звичайно використовується пірометр із зникаючою ниткою. Розжарення нитки пірометра підбирається таким чином, щоб виконувалася умова (1.12). В даному випадку зображення нитки пірометра стає невиразним на фоні поверхні розжареного тіла, тобто нитка ніби "зникає". Використовуючи проградуирований по чорному тілу міліамперметр, можна визначити температуру яскравості. Знаючи поглинальну здатність тіла при тій же довжині хвилі, за яскравісною температурою можна визначити істинну температуру. Переписавши формулу Планка (1.10) у вигляді

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}$$

і враховуючи це в (1.13), одержимо

$$A_{\lambda,T} = \left( e^{hc/(kT)} - 1 \right) / \left( e^{hc/(k\lambda T_{\text{Я}})} - 1 \right),$$

тобто при відомих  $A_{\lambda,T}$  і  $\lambda$  можна визначити істинну температуру досліджуваного тіла.

**4. Теплові джерела світла.** Свічення розжарених тіл використовується для створення джерел світла, перші з яких — лампи розжарювання і дугові лампи — були відповідно винайдені російськими ученими А. Н. Лодигіним в 1873 р. і П. Н. Яблочковим в 1876 р. На перший погляд здається, що чорні тіла мають бути якнайкращими тепловими джерелами світла, оскільки їх спектральна густина енергетичної світності будь-якої довжини хвилі більше спектральної густини енергетичної світності нечорних тіл, взятих при однакових температурах. Проте виявляється, що для деяких тіл (наприклад, вольфраму), що володіють селективністю теплового випромінювання, частка енергії, що припадає на

випромінювання у видимій області спектра, значно більше, ніж для чорного тіла, нагрітого до тієї ж температури. Тому вольфрам, маючи ще і високу температуру плавлення, є якнайкращим матеріалом для виготовлення ниток ламп.

Температура вольфрамової нитки у вакуумних лампах не повинна перевищувати 2450 К, оскільки при вищих температурах відбувається її сильне розпилення. Максимум випромінювання при цій температурі відповідає довжині хвилі  $\sim 1,1$  мкм, тобто дуже далекий від максимуму чутливості людського ока ( $\sim 0,55$  мкм). Наповнення балонів ламп інертними газами (наприклад, сумішшю криптону і ксенону з додаванням азоту) при тиску  $\sim 50$  кПа дозволяє збільшити температуру до 3000 К, що поліпшує спектральний склад випромінювання. Проте світловіддача при цьому не збільшується, оскільки виникають додаткові втрати енергії через теплообмін між ниткою і газом внаслідок теплопровідності і конвекції. Для зменшення втрат енергії за рахунок теплообміну і підвищення світловіддачі газонаповнених ламп нитку виготовляють у вигляді спіралі, окремі витки якої обігривають одна одну. При високій температурі навкруги цієї спіралі утворюється нерухомий шар газу і виключається теплообмін внаслідок конвекції. Енергетичний к.к.д. ламп розжарювання в даний час не перевершує 5%.

## 1.6. Види фотоелектричного ефекту. Закони зовнішнього фотоелектричного ефекту

Гіпотеза Планка, що блискуче вирішила задачу теплового випромінювання чорного тіла одержала підтвердження і подальший розвиток при поясненні фотоелектричного ефекту — явища, відкриття і дослідження якого відіграло важливу роль в становленні квантової теорії. Розрізняють фотоелектричний ефект зовнішній, внутрішній і вентильний. **Зовнішнім фотоелектричним ефектом (фотоелектричним ефектом)** називається випуск електронів речовиною під дією електромагнітного випромінювання. Зовнішній фотоелектричний ефект спостерігається в твердих тілах (металах, напівпровідниках, діелектриках), а також в газах на окремих атомах і молекулах (фотоіонізація). Фотоелектричний ефект відкритий (1887 р.) Р. Герцем, який спостерігав посилення процесу розряду при опромінуванні іскрового проміжку ультрафіолетовим випромінюванням.

Перші фундаментальні дослідження фотоелектричного ефекту виконані російським ученим А. Р. Столетовим.

Принципова схема для дослідження фотоэффекту приведена на рис. 1.4. Два електроди (катод К з досліджуваного металу і анод А — в схемі Столетова застосовувалася металева сітка) у вакуумній трубці підключено до батареї так, що за допомогою потенціометра  $R$  можна змінювати не тільки значення, але і знак напруги, що подається на них. Струм, що виникає при освітленні катода монохроматичним світлом (через кварцове віконце), вимірюється включеним в коло міліамперметром. Опромінюючи катод світлом різних довжин хвиль, Столетов встановив такі закономірності, що не втратили свого значення до нашого часу: 1) найефективнішу дію надає ультрафіолетове випромінювання; 2) під дією світла речовина втрачає тільки негативні заряди; 3) сила струму, що виникає під дією світла, прямо пропорційна його інтенсивності.

Дж. Дж. Томсон в 1898 р. виміряв питомий заряд частинок, що випускаються під дією світла (за відхиленням в електричному і магнітному полях). Ці вимірювання показали, що під дією світла вириваються електрони.

**Внутрішній фотоэффект** — це викликані електромагнітним випромінюванням переходи електронів всередині напівпровідника або діелектрика із зв'язаних станів у вільні без вильоту назовні. В результаті концентрація носіїв струму всередині тіла збільшується, що приводить до виникнення **фотопровідності** (підвищення електропровідності напівпровідника або діелектрика при його освітленні або до виникнення е.р.с.)

**Вентильний фотоэффект**, що є різновидом внутрішнього фотоэффекту, — виникнення е.р.с. (фото-е.р.с.) при освітленні контакту двох різних напівпровідників або напівпровідника і металу (за відсутності зовнішнього електричного поля). Вентильний фотоэффект відкриває, таким чином, шляхи для прямого перетворення сонячної енергії в електричну.

На рис. 1.4 приведена експериментальна установка для дослідження вольт-амперної характеристики фотоэффекту — залежності фотоструму  $I$ , утворюваного потоком електронів, що випускаються катодом під дією світла, від напруги  $U$  між електродами. Така залежність, що відповідає двом різним освітленням  $E_e$  катода (частота світла в обох випадках однакова), приведена на рис. 1.5. В міру збільшення  $U$  фотострум поступово зростає, тобто все більше число фотоелектронів досягає анода. Пологий харак-

тер кривих показує, що електрони вилітають з катода з різними швидкостями. Максимальне значення струму  $I_{\text{нас}}$  — фотострум насичення — визначається таким значенням  $U$ , при якому всі електрони, що випускаються катодом, досягають анода:

$$I_{\text{нас}} = en,$$

де  $n$  — число електронів, що випускаються катодом в 1 с. З вольт-амперної характеристики виходить, що при  $U=0$  фотострум не зникає. Отже, електрони, вибиті світлом з катода, мають деяку початкову швидкість  $v$  а значить, і відмінну від нуля кінетичну енергію і можуть досягти аноду без зовнішнього поля. Для того, щоб фотострум став рівним нулю, необхідно прикласти затримуючу напругу  $U_0$ .

При  $U = U_0$  жоден з електронів, навіть ті, що мають при вильоті з катода максимальну швидкість  $v_{\text{макс}}$ , не може подолати затримуючого поля і досягти анода. Отже,

$$\frac{mv^2}{2} = eU_0, \quad (1.14)$$

тобто вимірявши затримуючу напругу  $U_0$ , можна визначити максимальні значення швидкості і кінетичної енергії фотоелектронів. При вивченні вольт - амперних характеристик різноманітних матеріалів (важлива чистота поверхні, тому вимірювання проводяться у вакуумі і на свіжих поверхнях) при різних частотах падаючого на катод випромінювання і різних енергетичних освітленостях катода і узагальнення одержаних даних було встановлено наступні **три закони зовнішнього фотоелефекту**.

I. **Закон Столетова:** при фіксованій частоті падаючого світла число фотоелектронів, вирваних з катода в одиницю часу, пропорційне інтенсивності світла (сила фотоструму насичення пропорційна енергетичній освітленості  $e$  катода).

II. Максимальна початкова швидкість (максимальна початкова кінетична енергія) фотоелектронів не залежить від інтенсивності падаючого світла, а визначається тільки його частотою  $\nu$ .

III. Для кожної речовини існує червона межа фотоелефекту, тобто мінімальна частота  $\nu_0$  світла (що залежить від хімічної природи речовини і стану його поверхні) менше якої, фотоелефект неможливий.

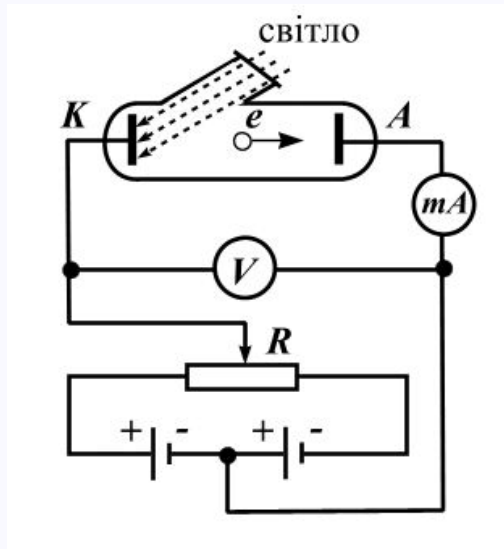


Рис. 1.4.

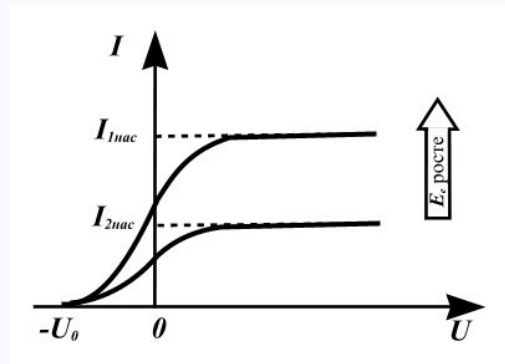


Рис. 1.5.

Якісне пояснення фотоефекту з хвильової точки зору ніби, не повинно мати труднощів. Дійсно, під дією поля світлової хвилі в металі виникають вимушені коливання електронів, амплітуда, яких (наприклад, при резонансі) може бути достатньою для того, щоб електрони покинули метал; тоді і спостерігається фотоефект. Кінетична енергія вирваного з металу електрона повинна б була залежати від інтенсивності падаючого світла, оскільки із збільшенням останньої електрона передавалася б велика енергія. Проте цей висновок суперечить II закону фотоефекту. Оскільки, за хвильовою теорією енергія, що передається електронам, пропорційна інтенсивності світла, то світло будь-якої частоти, але

достатньо великої інтенсивності повинне б виривати електрони з металу; іншими словами, червоної межі фотоелектру не має бути, що суперечить III закону фотоелектру. Крім того, хвильова теорія не змогла пояснити безінерційності фотоелектру, встановлену дослідями. Отже, фотоелектр нез'ясовний з погляду хвильової теорії світла.

## 1.7. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоелектру

Експериментальне підтвердження квантових властивостей світла А. Ейнштейн в 1905 р. показав, що явище фотоелектру і його закономірності можуть бути пояснені на основі запропонованої ним *квантової теорії фотоелектру*. За Ейнштейном, світло частотою  $\nu$  не тільки *випускається*, як це припускав Планк (див.??), але і *поширюється* в просторі і *поглинається* речовиною окремими порціями (квантами), енергія яких  $\varepsilon = h\nu$ . Таким чином, поширення світла потрібно розглядати не як безперервний хвильовий процес, а як потік локалізованих в просторі дискретних світлових квантів, що рухаються з швидкістю  $c$  поширення світла у вакуумі. Кванти електромагнітного випромінювання одержали назву **фотонів**.

За Ейнштейном, кожний квант поглинається тільки одним електроном. Тому число вирваних фотоелектронів має бути пропорційне інтенсивності світла (*I* закон фотоелектру). Безінерційність фотоелектру пояснюється тим, що передача енергії при зіткненні фотона з електроном відбувається майже миттєво. Енергія падаючого фотону витрачається на здійснення електроном роботи виходу  $A$  з металу (див. ч.2, § 104) і на надання фотоелектрону кінетичної енергії  $\frac{1}{2}mv_{\text{макс}}^2$ . За законом збереження енергії,

$$h\nu = A + \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2}, \quad (1.15)$$

Рівняння (1.15) називається **рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоелектру**.

Рівняння Ейнштейна дає змогу пояснити II і III закони фотоелектру. З виразу (1.15) безпосередньо виходить, що максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно зростає із збільшенням частоти

падаючого випромінювання і не залежить від його інтенсивності (числа фотонів), оскільки ні  $A$ , ні  $\nu$  від інтенсивності світла не залежать (*II* закон фотоефекту). Оскільки із зменшенням частоти світла кінетична енергія фотоелектронів зменшується (для даного металу  $A = \text{const}$ ), то при деякій достатньо малій частоті  $\nu = \nu_0$  кінетична енергія фотоелектронів стане рівною нулю і фотоефект припиниться (*III* закон фотоефекту). Згідно з викладеним, з виразу (1.15) одержимо, що

$$\nu_0 = A/h \quad (1.16)$$

і є червона межа фотоефекту для даного металу. Вона залежить лише від роботи виходу електрона, тобто від хімічної природи речовини і стану її поверхні. Вираз (1.15) можна записати, використовуючи (1.14) і (1.16), у вигляді

$$U_0 = h(\nu - \nu_0).$$

Рівняння Ейнштейна було підтверджено дослідями Міллікена. В його приладі (1916 р.) поверхня досліджуваного металу піддавалася очищенню у вакуумі. Досліджувалася залежність максимальної кінетичної енергії фотоелектронів (змінювалася затримуюча напруга  $U_0$  (див. (1.14) від частоти  $\nu$  і визначалася стала Планка. У 1926 р. російські фізики П. И. Лукірський (1894–1954) і С. С. Прилежаєв для дослідження фотоефекту застосували метод вакуумного сферичного конденсатора. Анодом в їх установці служили посріблені стінки скляного сферичного балона, а катодом — кулька ( $R \sim 1,5$  см) з досліджуваного металу, розміщена в центрі сфери. В іншому схема принципово не відрізняється від описаної на рис. 1.4. Така форма електродів дозволила збільшити нахил вольт-амперних характеристик і тим самим точніше визначати затримуючу напругу  $U_0$  (а, отже, і  $h$ ). Значення  $h$ , одержане з даних дослідів, узгоджується із значеннями, знайденими іншими методами (по випромінюванню чорного тіла (1.4) і по короткохвильовій межі суцільного рентгенівського спектра. Все це є доказом правильності рівняння Ейнштейна, а разом з тим і його квантової теорії фотоефекту.

Якщо інтенсивність світла дуже велика (лазерні пучки), то можливий **багатофотонний (нелінійний) фотоефект**, при якому електрон, що випускається металом, може одночасно одержати енергію

не від одного, а від  $N$  фотонів ( $N = 2 \div 7$ ). Рівняння Ейнштейна для багатотонного фотоефекту

$$Nh\nu = Amv_{\text{макс}}^2/2.$$

У дослідах з фокусованими лазерними пучками густина фотонів дуже велика, тому електрон може поглинути не один, а декілька фотонів. При цьому електрон може набути енергію, необхідну для виходу з речовини, навіть під дією світла з частотою, меншою червоної межі — порогу однофотонного фотоефекту. В результаті червона межа зміщується у бік довших хвиль.

Ідея Ейнштейна про поширення світла у вигляді потоку окремих фотонів і квантовий характер взаємодії електромагнітного випромінювання з речовиною підтверджена в 1922 р. дослідями А. Ф. Іоффе і Н. І. Добронравова. У електричному полі плоского конденсатора врівноважувалася заряджена порошок з вісмуту. Нижня обкладка конденсатора виготовлялася з якнайтоншої алюмінієвої фольги, яка була одночасно анодом мініатюрної рентгенівської трубки. Анод бомбардувався прискореними до 12 кВ фотоелектронами, що випускаються катодом під дією ультрафіолетового випромінювання. Освітленість катода підбиралася настільки слабкою, щоб з нього в 1 с виривалося лише 1000 фотоелектронів, а, отже, і число рентгенівських імпульсів було 1000 в 1 с. Дослід показав, що в середньому через кожні 30 хв урівноважена порошок виходила з рівноваги, тобто рентгенівське випромінювання звільняло з неї фотоелектрон.

Якби рентгенівське випромінювання поширювалося у вигляді сферичних хвиль, а не окремих фотонів, то кожний рентгенівський імпульс віддавав би порошокці дуже малу частину своєї енергії, яка розподілялася б, у свою чергу, між величезним числом електронів, що містяться в порошокці. Тому при такому механізмі важко уявити, що один з електронів за такий короткий час, як 30 хв, може накопичити енергію, достатню для подолання роботи виходу з порошокки. Навпаки, з погляду корпускулярної теорії це можливо. Так, якщо рентгенівське випромінювання поширюється у вигляді потоку дискретних фотонів, то електрон вибивається з порошокки тільки тоді, коли в неї потрапляє фотон. Елементарний розрахунок для вибраних умов дає, що в середньому в порошокку потрапляє один фотон з  $1,8 \cdot 10^6$ .



Оскільки в 1 с вилітає 1000 фотонів, то в середньому в порошок потраплятиме один фотон в 30 хв, що узгоджується з результатами досліду.

Якщо світло є потоком фотонів, то кожний фотон, потрапляючи в реєструючий прилад (око, фотоелемент), повинен викликати ту або іншу дію незалежно від інших фотонів. Це ж означає, що при реєстрації *слабких* світлових потоків повинні спостерігатися *флуктуації* їх інтенсивності. Ці флуктуації слабких потоків *видимого світла* дійсно спостерігалися С. І. Вавіловим. Спостереження, проводилися візуально. Око, адаптоване до темноти, має досить різкий поріг зорового відчуття, тобто сприймає світло, інтенсивність якого не менше деякого порогу. Для світла з  $\lambda=525$  нм поріг зорового відчуття відповідає у різних людей приблизно 100-400 фотонам, що падають на сітківку за 1 с. С. І. Вавілов спостерігав спалахи світла однакової тривалості, які періодично повторювалися. Із зменшенням світлового потоку деякі спалахи вже не сприймалися оком, причому, чим слабкіше був світловий потік, тим більше було пропусків спалахів. Це пояснюється флуктуаціями інтенсивності світла, тобто число фотонів виявлялося з випадкових причин менше порогового значення. Отже, дослід Вавілова був наочним підтвердженням квантових властивостей світла.

## 1.8. Використання фотоелементу

На явищі фотоелементу основана дія фотоелектронних приладів, які широко використовуються в різних областях науки і техніки. Нині практично неможливо назвати галузі виробництва, де б не використовувалися **фотоелементи** — приймачі випромінювання, що працюють на основі фотоелементу і які перетворюють енергію випромінювання в електричну.

Найпростішим фотоелементом із зовнішнім фотоелементом є **вакуумний фотоелемент**. Він є відкачаним скляним балоном, внутрішня поверхня якого (за винятком віконця для доступу випромінювання) покрита фоточутливим шаром, що служить фотокатодом. Як анод звичайно використовують кільце або сітку, яка поміщається в центрі балона. Фотоелемент включається в коло батареї, е.р.с. якої вибирається такою, щоб забезпечити фотострум насичення. Вибір матеріалу фотокатода визначається робочою

областю спектра: для реєстрації видимого світла і інфрачервоного випромінювання використовується киснево-цезієвий катод, для реєстрації ультрафіолетового випромінювання і короткохвильової частини видимого світла — сурм'яно-цезієвий. Вакуумні фотоелементи безінерційні, і для них спостерігається строга пропорційність фотоструму до інтенсивності випромінювання. Ці властивості дозволяють використовувати вакуумні фотоелементи як фотометричні прилади, наприклад фотоелектричний експозиметр, люксметр (вимірювач освітленості і т.ін.).

Для збільшення інтегральної чутливості вакуумних фотоелементів (фотострум насичення, що падає на 1 лм світлового потоку) балон заповнюється розрідженим інертним газом (*Ar* або *Ne* при тиску  $1,3 \div 13$  Па). Фотострум в такому елементі, що називається **газонаповненим**, посилюється внаслідок ударної іонізації молекул газу фотоелектронами. Інтегральна чутливість газонаповнених фотоелементів ( $1$  мА/лм) набагато вища, ніж для вакуумних ( $20$ - $150$  мкА/лм), але вони мають в порівнянні з останніми більшу інерційність (менш строгу пропорційність фотоструму інтенсивності випромінювання), що приводить до обмеження області їх використання.

Для підсилення фотоструму застосовуються вже розглянуті вище (див. ч.2, рис.155) **фотоелектронні помножувачі**, в яких разом з фотоелементом використовується явище вторинної електронної емісії (див. ч.2, § 105). Розміри фотоелектронних помножувачів трохи перевищують розміри звичної радіолампи, загальний коефіцієнт підсилення складає  $\approx 10^7$  (при напрузі живлення  $1$ - $1,5$  кВ), а їх інтегральна чутливість може досягати  $10$  А/лм. Тому фотоелектронні помножувачі починають витісняти фотоелементи, правда, їх використання пов'язане з використанням високовольтних стабілізованих джерел живлення, що дещо незручно.

Фотоелементи з внутрішнім фотоелементом, називаються **напівпровідниковими фотоелементами або фотоопорами (фоторезисторами)**, мають набагато більшу інтегральну чутливість, ніж вакуумні. Для їх виготовлення використовуються *PbS*, *CdS*, *PbSe* і деякі інші напівпровідники. Якщо фотокатоди вакуумних фотоелементів і фотоелектронних помножувачів мають червону межу фотоелементу не вище  $1,1$  мкм, то використання фотоопорів дозволяє проводити вимірювання в далекій інфрачервоній області спектра ( $3 \div 4$  мкм), а також в областях рентгенівського і гамма-випромінювань. Крім того, вони

малогабаритні і мають низьку напругу живлення. Недолік фотоопорів — їх помітна інерційність, тому вони непридатні для реєстрації швидкозмінних світлових потоків.

Фотоелементи з вентильним фотоелементом, що називаються **вентильними фотоелементами (фотоелементами із замикаючим шаром)**, маючи, подібно елементам із зовнішнім фотоелементом, строго пропорційність фотоструму інтенсивності випромінювання, мають велику в порівнянні з ними інтегральну чутливість (приблизно 2–30 мА/лм) і не потребують зовнішнього джерела е.р.с. До вентильних фотоелементів належать германієві, кремнієві, селенові, купроксні, сірчисто-срібні і ін.

Кремнієві та інші вентильні фотоелементи застосовуються для створення сонячних батарей, що безпосередньо перетворюють світлову енергію в електричну. Ці батареї вже протягом багатьох років працюють на космічних супутниках і кораблях. К.к.д. цих батарей становить  $\approx 10\%$  і, як показують теоретичні розрахунки, може бути доведений до  $\approx 22\%$ , що відкриває широкі перспективи їх використання як джерела електроенергії для побутових і виробничих потреб.

Розглянуті види фотоелементу використовуються також у виробництві для контролю, управління і автоматизації різних процесів, у військовій техніці для сигналізації і локації невидимим випромінюванням, в техніці звукового кіно, в різних системах зв'язку і т.ін.

## 1.9. Маса і імпульс фотона. Тиск світла

Згідно з гіпотезою світлових квантів Ейнштейна світло випускається, поглинається і поширюється дискретними порціями (квантами), які називаються **фотонами**. Енергія фотона  $\epsilon_0 = h\nu$ . Його маса знаходиться із закону взаємозв'язку маси і енергії (див. ч.1,(40.8)):

$$m_\gamma = h\nu/c^2. \quad (1.17)$$

Фотон — елементарна частинка, яка завжди (у будь-якому середовищі!) рухається зі швидкістю світла  $c$  і має масу спокою, що дорівнює нулю. Отже, маса фотона відрізняється від маси таких елементарних

частинок, як електрон, протон і нейтрон, які мають відмінну від нуля масу спокою і можуть перебувати в стані спокою. Імпульс фотону  $p_\gamma$  одержимо, якщо в загальній формулі (див. ч.1,(40.7)) теорії відносності покладемо масу спокою фотона  $m_{0\gamma} = 0$ :

$$P = \varepsilon_0/c = h\nu/c. \quad (1.18)$$

З наведених міркувань виходить, що фотон, як і будь-яка інша частинка, характеризується енергією, масою і імпульсом. Вирази (1.17), (1.18) і (1.9) зв'язують *корпускулярні* характеристики фотона — масу, імпульс і енергію — з хвильовою характеристикою світла — його частотою  $\nu$ .

Якщо фотони володіють імпульсом, то світло, що падає на тіло, чинить на нього тиск. Згідно з квантовою теорією, тиск світла на поверхню зумовлений тим, що кожний фотон при зіткненні з поверхнею передає їй свій імпульс.

Розрахуємо з погляду квантової теорії світловий тиск, який чинить на поверхню тіла потік монохроматичного випромінювання (частота  $\nu$ ), що падає перпендикулярно поверхні. Якщо в одиницю часу на одиницю площі поверхні тіла падає  $N$  фотонів, то при коефіцієнті відбивання  $p$  світла від поверхні тіла  $pN$  фотонів відіб'ється, а  $(1-p)N$  — поглинеться. Кожний поглинений фотон передає поверхні імпульс  $p_\gamma = h\nu/c$ , а кожний відбитий —  $2p_\gamma = 2h\nu/c$  (при відбиванні імпульс фотона змінюється на  $-p_\gamma$ ). Тиск світла на поверхню дорівнює імпульсу, який передають поверхні в 1 с  $N$  фотонів:

$$p = \frac{2h\nu}{c}pN + \frac{h\nu}{c}(1-p)N = (1+p)\frac{h\nu}{c}N,$$

$Nh\nu = E_e$  є енергія всіх фотонів, які падають на одиницю поверхні в одиницю часу, тобто енергетична освітленість поверхні (див. ??), а  $E_e/c = w$  — об'ємна густина енергії випромінювання. Тому тиск, що чиниться світлом на поверхню при нормальному падінні,

$$p = \frac{E_e}{c}(1+p) = w(1+p). \quad (1.19)$$

Формула (1.19), яка виведена на основі квантових уявлень, збігається з виразом, який одержаний з електромагнітної (хвильової) теорії Максвелла (див. ч.2, § 163). Отже, тиск світла однаково успішно пояснюється і хвильовою, і квантовою теорією. Як вже зазначалося (див. ч.2, § 163), експериментальний доказ існування світлового тиску на тверді тіла і гази даний в дослідях П. Н. Лебедева, що відіграли свого часу велику роль в утвердженні теорії Максвелла. Лебедев використовував легкий підвіс на тонкій нитці, по краях якого прикріплені легкі крильця, одні з яких зачорнені, а поверхні інших дзеркальні. Для виключення конвекції і радіометричного ефекту (див. ч.2, § 49) використовувалася рухома система дзеркал, що дозволяє спрямовувати світло на обидві поверхні крилець, підвіс поміщався у відкачаний балон, крильця підбиралися дуже тонкими (щоб температура обох поверхонь була однакова). Світловий тиск на крильця визначався за кутом закручування нитки підвісу і збігався з теоретично розрахованим. Зокрема виявилось, що тиск світла на дзеркальну поверхню вдвічі більше, ніж на зачорнену (див. (1.19)).

## 1.10. Ефект Комптона і його елементарна теорія

Найбільш повні корпускулярні властивості світла виявляються в ефекті Комптона. Американський фізик А. Комптон (1892–1962), досліджуючи в 1923 р. розсіяння монохроматичного рентгенівського випромінювання речовинами з легкими атомами (парафін, бор), знайшов, що в складі розсіяного випромінювання разом з випромінюванням первинної довжини хвилі спостерігається також більш довгохвильове випромінювання. Досліди показали, що різниця  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не залежить від довжини хвилі  $\lambda$  падаючого випромінювання і природи розсіюючої речовини, а визначається тільки кутом розсіяння  $\theta$ :

$$\Delta\lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2(\theta/2), \quad (1.20)$$

де  $\lambda'$  — довжина хвилі розсіяного випромінювання,  $\lambda_c$  — **комптонівська довжина хвилі** (при розсіянні фотона на електроні  $\lambda_c = 2,426$  пм).

**Ефектом Комптона** називається пружне розсіяння короткохвильового електромагнітного випромінювання (рентгенівського і  $\gamma$ -випромінювання) на вільних (або слабозв'язаних) електронах речовини, що супроводжується збільшенням довжини хвилі. Цей ефект не вкладається в рамки хвильової теорії, згідно з якою довжина хвилі при розсіянні змінюватися не повинна: під дією періодичного поля світлової хвилі електрон коливається з частотою поля і тому випромінює розсіяні хвилі тієї ж частоти.

Пояснення ефекту Комптона дано на основі квантових уявлень про природу світла. Якщо вважати, як це робить квантова теорія, що випромінювання має корпускулярну природу, тобто є потоком фотонів, то ефект Комптона — результат пружного зіткнення рентгенівських фотонів з вільними електронами речовини (для легких атомів електрони слабо зв'язані з ядрами атомів, тому їх можна вважати вільними). В процесі цього зіткнення фотон передає електрону частину своєї енергії і імпульсу відповідно до законів їх збереження.

Розглянемо пружне зіткнення двох частинок (рис. 1.6) — налітаючого фотона, що має імпульс  $p_\gamma = h\nu/c$  і енергією  $\varepsilon_\gamma = h\nu$ , з вільним електроном, що перебуває у спокої (енергія спокою  $W_0 = m_0c^2$ ;  $m_0$  — маса спокою електрона). Фотон, зіткнувшись з електроном, передає йому частину своєї енергії і імпульсу і змінює напрям руху (розсіюється). Зменшення енергії фотона означає збільшення довжини хвилі розсіяного випромінювання. При кожному зіткненні виконуються закони збереження енергії і імпульсу.

Згідно з законом збереження енергії

$$W_0 + \varepsilon_\gamma = W + \varepsilon_{\gamma'}, \quad (1.21)$$

а згідно з законом збереження імпульсу

$$p_\gamma = p_e + p_{\gamma'}, \quad (1.22)$$

де  $W_0 = m_0c^2$  — енергія електрона до зіткнення;  $\varepsilon_\gamma = h\nu$  — енергія налітаючого фотона;  $W =$

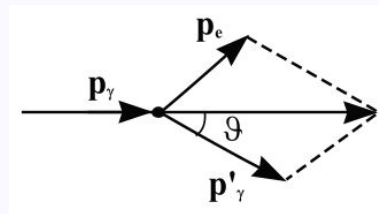


Рис. 1.6.

$\sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$  — енергія електрона після зіткнення (використовується релятивістська формула, оскільки швидкість електрона віддачі в загальному випадку значна);  $\varepsilon'_\gamma = h\nu'$  — енергія розсіяного фотона. Підставивши у вираз (1.21) значення величин і представивши (1.22) відповідно до рис. 1.6), одержимо

$$m_0 c^2 + h\nu = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4} + h\nu', \quad (1.23)$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu' \cos\theta, \quad (1.24)$$

Розв'язуючи рівняння (1.23) і (1.24) спільно одержимо

$$m_0 c^2 (\nu - \nu') = h\nu\nu' (1 - \cos\theta)$$

Оскільки  $\nu = c/\lambda$ ,  $\nu' = c/\lambda'$  і  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ , одержимо

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (1.25)$$

Вираз (1.25) є не що інше, як одержана експериментально Комптоном формула (1.20). Підстановка в неї значень  $h$ ,  $m_0$  і  $c$  дає комптонівську довжину хвилі електрона  $\lambda_c = h/(m_0 c) = 2,426$  пм. Наявність у складі розсіяного випромінювання незміщеної лінії (випромінювання первинної довжини хвилі) можна пояснити таким чином. При розгляді механізму розсіяння передбачалося, що фотон співударяється лише з вільним електронем. Проте якщо електрон сильно зв'язаний з атомом, як це має місце для внутрішніх електронів (особливо у важких атомах), то фотон обмінюється енергією і імпульсом з атомом вцілому. Оскільки маса атома в порівнянні з масою електрона дуже велика, то атома передається лише дуже мала частина енергії фотона. Тому в даному випадку довжина хвилі  $\lambda'$  розсіяного випромінювання практично не відрізнятиметься від довжини хвилі  $\lambda$  падаючого випромінювання.

З наведених міркувань виходить також, що ефект Комптона не може спостерігатися у видимій області спектра, оскільки енергія фотона видимого світла порівнянна з енергією зв'язку електрона з атомом, при цьому навіть зовнішній електрон не можна вважати вільним. Ефект Комптона спостерігається не тільки на електронах, але і на інших заряджених частинках, наприклад протонах, проте через велику масу протона його віддача "ε" видимою лише при розсіянні фотонів дуже високих енергій. Як ефект Комптона, так і фотоэффект на основі квантових уявлень зумовлені взаємодією фотонів з електронами. У першому випадку фотон розсіюється, в другому — поглинається. Розсіяння відбувається при взаємодії фотона з вільним електроном, а фотоэффект — із зв'язаними електронами. Можна показати, що при зіткненні фотона з вільним електроном не може відбутися поглинання фотона, оскільки це перебуває в суперечності із законами збереження імпульсу і енергії. Тому при взаємодії фотонів з вільними електронами може спостерігатися тільки їх розсіяння, тобто ефект Комптона.

### 1.11. Єдність корпускулярних і хвильових властивостей електромагнітного випромінювання

Розглянуті в цьому розділі явища — випромінювання чорного тіла, фотоэффект, ефект Комптона — служать доказом квантових (корпускулярних) уявлень про світло як про потік фотонів. Разом з тим, такі явища, як інтерференція, дифракція і поляризація світла, переконливо підтверджують хвильову (електроматнітну) природу світла. Нарешті, тиск і заломлення світла пояснюються як хвильовою, так і квантовою теоріями. Таким чином, електромагнітне випромінювання знаходить дивовижну єдність, здавалося б, взаємовиключних властивостей — безперервних (хвилі) і дискретних (фотони), які взаємно доповнюють одне одного. Основні рівняння (див. 1.9), що зв'язують корпускулярні властивості електромагнітного випромінювання (енергія і імпульс фотона) з хвильовими властивостями (частота або довжина хвилі):

$$\varepsilon_\gamma = h\nu, \quad p_\gamma = h\nu/c = h/\lambda.$$



Детальніший розгляд оптичних явищ приводить до висновку, що властивості безперервності, характерні для електромагнітного поля світлової хвилі, не слід протиставляти властивостям дискретності, характерним для фотонів. Світло, володіючи одночасно корпускулярними і хвильовими властивостями, має певні закономірності в їх прояві. Так, хвильові властивості світла виявляються в закономірностях його поширення, інтерференції, дифракції, поляризації, а корпускулярні — в процесах взаємодії світла з речовиною. Чим більша довжина хвилі, тим менші енергія і імпульс фотона і тим важче проявляються квантові властивості світла (з цим пов'язано, існування червоної межі фотоефекту). Навпаки, чим менша довжина хвилі, тим більші енергія і імпульс фотона і тим важче виявляються хвильові властивості світла (наприклад, хвильові властивості (дифракція) рентгенівського випромінювання знайдені лише після використання кристалів в якості дифракційних ґраток).

Взаємозв'язок між подвійними корпускулярно-хвильовими властивостями світла можна пояснити, якщо використовувати, як це робить квантова оптика, статистичний підхід до розгляду закономірностей поширення світла. Наприклад, дифракція світла на щілині полягає у тому, що при проходженні світла через щілину відбувається перерозподіл фотонів у просторі. Оскільки ймовірність попадання фотонів в різні точки екрану неоднакова, то і виникає дифракційна картина. Освітленість екрана пропорційна ймовірності попадання фотонів на одиницю площі екрана. Разом з тим, за хвильовою теорією, освітленість пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі в тій же точці екрана. Отже, квадрат амплітуди світлової хвилі в даній точці простору є мірою ймовірності попадання фотонів в дану точку.

## 1.12. Питання для самоконтролю теоретичної підготовки

- На фарфоровій тарілці на світлому фоні є темний малюнок. Чому, якщо її швидко вийняти з печі, де вона нагрілася до високої температури, і розглядати в темноті, спостерігається світлий малюнок на темному фоні?
- Чим відрізняється сіре тіло, від чорного?
- У чому полягає фізичне значення універсальної функції Кірхгофа?

- Як і в скільки разів зміниться енергетична світність чорного тіла, якщо його термодинамічна температура зменшиться вдвічі?
- Як зміститься максимум спектральної густини енергетичної світності  $r_{\lambda,T}$  чорного тіла з підвищенням температури?
- Чому фотоелектричні вимірювання дуже чутливі до природи і стану поверхні фотокатода?
- Чи може золота пластинка служити фотоопором?
- Як при заданій частоті світла зміниться фотострум насичення із зменшенням освітленості катода?
- Як з дослідів для фотоєфекту визначається стала Планка?
- Чому дорівнює відношення тиску світла на дзеркальну і зачорнену поверхні?
- У чому відмінність характеру взаємодії фотона і електрона при фотоєфекті і ефекті Комптона?

### 1.13. Задачі для самоконтролю практичної підготовки

26.1. Чорне тіло нагрівали від температури  $T_1 = 500$  К до  $T_2 = 200$  К. Визначити: 1) у скільки разів збільшилася його енергетична світність; 2) як змінилася довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності. [1) у 256 разів; 2) зменшилася на 4,35 мкм]

26.2. Чорне тіло перебуває при температурі  $T_1 = 2900$  К. При його охолодженні довжина хвилі, що відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності, змінилася на  $\Delta\lambda = 9$  мкм. Визначити температуру  $T_2$ , до якої тіло охолодилося. [290 К]

26.3. Визначити роботу виходу  $A$  електронів з вольфраму, якщо червона межа фотоєфекту для нього  $\lambda_0 = 275$  нм. [4,52 еВ]

26.4. Визначити сталу Планка, якщо відомо, що для припинення фотоєфекту, викликаного опромінюванням деякого металу світлом з частотою  $\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>, потрібно прикласти затримуючу напругу  $U_{01} = 6,6$  В, а світлом з частотою  $\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup> — затримуючу напругу  $U_{02} = 16,5$  В. [ $6,6 \cdot 10^{-34}$  Дж·с]

26.5. Визначити в електрон-вольтах енергію фотона, при якій його маса дорівнює масі спокою електрона. [0,51 MeV]

26.6. Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі 600 нм на зачорнену поверхню, розташовану перпендикулярно падаючим променям, дорівнює 0,1 мкПа. Визначити число фотонів, що падають на поверхню площею  $10 \text{ см}^2$  за 1 с. [ $9 \cdot 10^{16}$ ]

26.7. Фотон з довжиною хвилі 100 пм розсіявся під кутом  $180^\circ$  на вільному електроні. Визначити в електрон-вольтах кінетичну енергію електрона віддачі. [580 eV]

## 2. Теорія атома водню за Бором

### 2.1. Моделі атома Томпсона і Резерфорда

Уявлення про атоми як неподільні найдрібніші частинки речовини («атомос» — нерозкладний) виникло ще в античні часи (Демокріт, Епікур, Лукрецій). У середньовіччі, за часів безмежного панування церкви, вчення про атоми, будучи матеріалістичним, природно, не могло одержати визнання, а тим більше подальшого розвитку. До початку XVIII ст. атомістична теорія набуває все більшу популярність, оскільки на цей час в роботах А. Лавуазьє (1743–1794, французький хімік), М. В. Ломоносова і Д. Дальтона була доведена реальність існування атомів. Проте в цей час питання про внутрішню будову атомів навіть не виникало, оскільки атоми як і раніше вважалися неподільні.

Велику роль в розвитку атомістичної теорії зіграв Д. І. Менделєєв, який розробив в 1869 р. Періодичну систему елементів, в якій вперше на науковій основі було поставлено питання про єдину природу атомів. У другій половині XIX ст. експериментально було доведено, що електрон є однією з основних складових, частин будь-якої речовини. Ці висновки, а також численні експериментальні дані привели до того, що на початку XX в. серйозно постало питання про будову атома.

Перша спроба створення на основі накопичених експериментальних даних моделі атома належить Дж. Дж. Томсону (1903). Згідно з цією моделлю атом є безперервно зарядженою позитивним зарядом кулею радіусом порядку  $10^{-10}$  м, всередині якої біля своїх положень рівноваги коливаються електрони; сумарний негативний заряд електронів дорівнює позитивному заряду кулі, тому атом в цілому нейтральний. Через декілька років було доведено, що уявлення про безперервно розподілений всередині атома позитивний заряд помилкове.

У розвитку уявлень про будову атома велике значення мають досліді англійського фізика Е. Резерфорда (1871–1937) з розсіяння  $\alpha$ -частинки в речовині. Альфа-частки виникають при радіоактивних перетвореннях; вони є позитивно зарядженими частинками із зарядом  $2e$  і масою, приблизно в 7300 разів більшою за масу електрона. Пучки  $\alpha$ -частинки мають високу монохроматичність (для даного пе-

ретворення мають практично одну і ту ж швидкість (порядка  $10^7$  м/с)).

Резерфорд, досліджуючи проходження  $\alpha$ -частинки в речовині (через золоту фольгу товщиною приблизно 1 мкм), показав, що основна їх частина здійснює незначні відхилення, але деякі  $\alpha$ -частинки (приблизно одна з 20 000) різко відхиляються від первинного напрямку (кути відхилення досягали навіть  $180^\circ$ ). Оскільки електрони не можуть істотно змінити рух таких важких і швидких частинок, як  $\alpha$ -частинки, то Резерфордом був зроблений висновок, що значне відхилення  $\alpha$ -частинок зумовлене їх взаємодією з позитивним зарядом великої маси. Проте значне відхилення здійснюють лише небагато  $\alpha$ -частинок; отже, лише деякі з них проходять поблизу даного позитивного заряду. Це, у свою чергу, означає, що позитивний заряд атома зосереджений в об'ємі, дуже малому в порівнянні з об'ємом атома.

На основі своїх досліджень Резерфорд в 1911 р. запропонував **ядерну (планетарну) модель атома**. Згідно цієї моделі, навколо позитивного ядра, що має заряд  $Ze$  ( $Z$  — порядковий номер елемента в системі Менделєєва,  $e$  — елементарний заряд), розмір  $10^{-15} - 10^{-14}$  м і масу, яка практично дорівнює масі атома, в області з лінійними розмірами порядку  $10^{-10}$  м по замкнутих орбітах рухаються електрони, утворюючи електронну оболонку атома. Оскільки атоми нейтральні, то заряд ядра дорівнює сумарному заряду електронів, тобто навколо ядра повинні обертатися  $Z$  електронів. Для простоти припустимо, що електрон рухається навколо ядра по круговій орбіті радіуса  $r$ . При цьому кулонівська сила взаємодії між ядром і електроном надає електрону доцентрове прискорення. Другий закон Ньютона для електрона, що рухається по колу під дією кулонівської сили, має вигляд

$$\frac{Zee}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}, \quad (2.1)$$

де  $m_e$  і  $v$  — маса і швидкість електрона на орбіті радіуса  $r$ ;  $\epsilon_0$  — електрична стала. Рівняння (2.1) містить два невідомі:  $r$  і  $v$ . Отже, існує незліченна безліч значень радіуса і відповідних йому значень швидкості (а значить, і енергії), що задовольняють цьому рівнянню. Тому величини  $r$ ,  $v$  (отже, і  $E$ ) можуть мінятися безперервно, тобто може випускатися довільна, а не цілком певна порція енергії. Тоді спектри атомів повинні бути суцільними. Насправді ж дослід показує, що атоми мають лінійчатий

спектр. З виразу (2.1) виходить, що при  $r \sim 10^{-10}$  м швидкість руху електронів  $v \approx 10^6$  м/с, а прискорення  $v^2/r = 10^{22}$  м/с<sup>2</sup>. Згідно з класичною електродинамікою, електрони, які рухаються прискорено, повинні випромінювати електромагнітні хвилі і внаслідок цього безперервно втрачати енергію. В результаті електрони наблизатимуться до ядра і врешті-решт впадуть на нього. Таким чином, атом Резерфорда виявляється нестійкою системою, що знову-таки суперечить дійсності.

Спроби побудувати модель атома в рамках класичної фізики не привели до успіху: модель Томсона була спростована дослідями Резерфорда, ядерна ж модель виявилася нестійкою електродинамічно і суперечила дослідним даним. Подолання виниклих труднощів зажадало створення якісно нової — *квантової* — теорії атома.

## 2.2. Лінійчастий спектр атома водню

Дослідження спектрів випромінювання розріджених газів (тобто спектрів випромінювання окремих атомів) показали, що кожному газу властивий певний лінійчастий спектр, що складається з окремих спектральних ліній або груп близько розташованих ліній. Самим вивченим є спектр найпростішого атома — атома водню.

Швейцарський учений І. Бальмер (1825–1898) підібрав емпіричну формулу, що описує всі відомі у той час спектральні лінії атома водню у *видимій області спектра*:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.2)$$

де  $R' = 1,10 \cdot 10^7$  м<sup>-1</sup> — стала Рідберга. Оскільки  $\nu = c/\lambda$ , то формула (2.2) може бути переписана для частот:

$$\nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5 \dots \quad (2.3)$$

де  $R = R'c = 3,2910^{15}c^{-1}$  — також стала **Рідберга**. З виразів (2.2) і (2.3) виходить, що спектральні лінії, що відрізняються різними значеннями  $n$ , утворюють групу або серію ліній, яка називається **серією Бальмера**. Із збільшенням  $n$  лінії серії зближуються; значення  $n = \infty$  визначає **межу серії**, до якої збоку більших частот примикає суцільний спектр.

В подальшому ( на початку ХХ ст.) в спектрі атома водню було знайдено ще декілька серій. В *ультрафіолетовій області* знаходиться **серія Лаймана**:

$$\nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

В *інфрачервоній області* спектру були також виявлені:

**серія Пашена**

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) (n = 4, 5, 6..),$$

**серія Брекета**

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) n = 5, 6, 7..,$$

**серія Пфунда**

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) (n = 6, 7, 8..),$$

**серія Хемфрі**

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) (n = 7, 8, 9..),$$

Всі наведені вище серії в спектрі атома водню можуть бути описані однією формулою, яка називається **узагальненою формулою Бальмера**:

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.4)$$

де  $m$  має в кожній даній серії постійне значення,  $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  (визначає серію);  $n$  набуває цілочисельних значень починаючи з  $m+1$  (визначає окремі лінії цієї серії).

Дослідження складніших спектрів — спектрів парів лужних металів (наприклад,  $Li, Na, K$ ) — показало, що вони представляються набором незакономірно розташованих ліній. Рідбергу вдалося розділити їх на три серії, кожна з яких розташовується подібно лініям бальмеровської серії.

Наведені вище серіальні формули підібрані емпірично і довгий час не мали теоретичного обґрунтування, хоча і були підтверджені експериментально з дуже великою точністю. Цей вид серіальних формул, дивовижна повторюваність в них цілих чисел, універсальність сталої Рідберга свідчать про глибоке фізичне значення знайдених закономірностей, розкрити яке в рамках класичної фізики виявилося неможливим.

## 2.3. Постулати Бора

Перша спроба побудувати якісно нову — квантову — теорію атома зроблена в 1913 р. данським фізиком Нільсом Бором (1885–1962). Він поставив перед собою мету зв'язати в єдине ціле емпіричні закономірності лінійчатих спектрів, ядерну модель атома Резерфорда і квантовий характер випромінювання і поглинання світла. В основу своєї теорії Бор поклав два постулати.

**Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів):** в атомі існують стаціонарні (що не змінюються з часом) стани, в яких він не випромінює енергії. Стаціонарним станам атома відповідають стаціонарні орбіти, по яких рухаються електрони. Рух електронів по стаціонарних орбітах не супроводжується випромінюванням електромагнітних хвиль.



В стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по круговій орбіті, повинен мати дискретні квантовані значення моменту імпульсу, що задовольняють умові

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (2.5)$$

де  $m_e$  — маса електрона,  $v$  — його швидкість по  $n$ -й орбіті радіуса  $r_n$ ,  $\hbar = h/(2\pi)$ .

**Другий постулат Бора (правило частот):** під час переходу електрона з однією стаціонарної орбіти на іншу випромінюється (поглинається) один фотон з енергією

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (2.6)$$

який дорівнює різниці енергій, що відповідають стаціонарним станам ( $E_n, E_m$  — відповідно енергії стаціонарних станів атома до і після випромінювання (поглинання)). При  $E_m < E_n$  відбувається випромінювання фотона (перехід атома із стану з більшою енергією в стан з меншою енергією, тобто, перехід електрона з віддаленішої від ядра орбіти на ближчу до ядра), при  $E_m > E_n$  — його поглинання (перехід атома в стан з більшою енергією, тобто перехід електрона на більш віддалену від ядра орбіту). Набір можливих дискретних частот  $\nu = (E_n - E_m)/h$  квантових переходів і визначає лінійчастий спектр атома.

## 2.4. Досліди Франка і Герца

Вивчаючи методом затримуючого потенціалу зіткнення електронів з атомами газів (1913), Д. Франк і Г. Герц експериментально довели дискретність значень енергії атомів. Принципова схема їх установки наведена на рис. 2.1.

Вакуумна трубка, заповнена парами ртуті (тиск приблизно дорівнює 13 Па), містила катод ( $K$ ), дві сітки ( $C_1$  і  $C_2$ ) і анод ( $A$ ). Електрони, емітовані катодом, прискорювались різницею потенціалів, прикладеною між катодом і сіткою  $C_1$ . Між сіткою  $C_2$  і анодом прикладений невеликий (приблизно 0.35

В) затримуючий потенціал. Електрони, прискорені в області 1, потрапляють в область 2 між сітками, де відбуваються зіткнення з атомами парів ртуті.

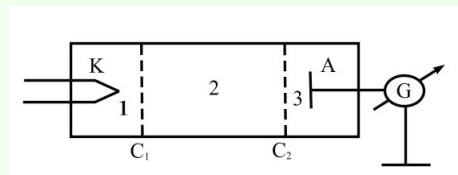


Рис. 2.1.

Електрони, які після зіткнень мають достатню енергію для подолання затримуючого потенціалу в області 3, досягають аноду. При непружних зіткненнях електронів з атомами ртуті останні можуть збуджуватися. Згідно з боровською теорією, кожний з атомів ртуті може одержати лише цілком певну енергію, переходячи при цьому в один із збуджених станів. Тому якщо в атомах дійсно існують стаціонарні стани, то електрони, при зіткненнях з атомами ртуті, повинні втрачати енергію дискретно,

певними порціями, які дорівнюють різниці енергій відповідних стаціонарних станів атома.

З досліду виходить (рис. 2.2), що при збільшенні прискорюючого потенціалу аж до 4,86 В анодний струм зростає монотонно, його значення проходить через максимум (4,86 В), потім різко зменшується і зростає знов. Подальші максимуми спостерігаються при 2·4,86 і 3·4,86 В.

Найближчим до основного, незбудженого, стану атома ртуті є збуджений стан, віддалений від основного за шкалою енергій на 4,86 еВ. Поки різниця потенціалів між катодом і сіткою менше 4,86 В, електрони, зустрічаючи на своєму шляху атоми ртуті, мають з ними тільки пружні зіткнення. При  $e\varphi=4,86$  еВ енергія електрона стає достатньою, щоб викликати непружний удар, при якому електрон віддає атома ртуті всю кінетичну енергію, збуджуючи перехід одного з електронів атома з нормального енергетичного стану на збуджений енергетичний рівень. Електрони, що втратили свою кінетичну енергію, вже не зможуть подолати гальмуючого поля і досягти анода. Цим і пояснюється перше різке падіння анодного струму при  $e\varphi=4,86$  еВ. При значеннях енергії, кратних 4,86 еВ, електрони можуть здійснювати з атомами ртуті 2, 3, ... непружних зіткнення, втративши при цьому повністю свою енергію, і не досягти аноду, тобто повинне спостерігатися різке падіння анодного струму. Це дійсно спостерігається на досліді (рис. 2.2).

Таким чином, досліди Франка і Герца показали, що електрони при зіткненні з атомами ртуті пе-

редають атомам тільки певні порції енергії, причому 4,86 еВ — якнайменша можлива порція енергії (якнайменший квант енергії), яка може бути поглинута атомом ртуті в основному енергетичному стані. Отже, ідея Бора про існування в атомах стаціонарних станів блискуче витримала експериментальну перевірку.

Атоми ртуті, які отримали при зіткненні з електронами енергію, переходять в збуджений стан і повинні повернутись в основний, випромінюючи при цьому, згідно з другим постулатом Бора (див. (2.6)), світловий квант з частотою  $\nu = \Delta E/h$ . За відомим значенням  $\Delta E = 4,86$  еВ можна обчислити довжину хвилі випромінювання:  $\lambda = h/\Delta \approx 255$  нм. Таким чином, якщо теорія справедлива, то атоми ртуті при бомбардуванні електронами з енергією 4,86 еВ повинні бути джерелом ультрафіолетового випромінювання з  $\lambda \approx 255$  нм. На досліді дійсно проявляється одна ультрафіолетова лінія з  $\lambda \approx 254$  нм. Таким чином, досліді Франка і Герца експериментально підтвердили не тільки перший, але і другий постулат Бора. Ці досліді мали величезне значення в розвитку атомної фізики.

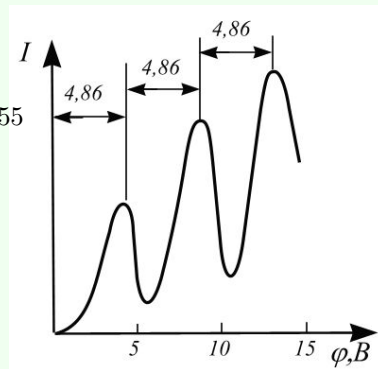


Рис. 2.2.

## 2.5. Спектр атома водню за Бором

Постулати, висунуті Бором, дали можливість розрахувати спектр атома водню і воднеподібних систем — систем, що складаються з ядра із зарядом  $Ze$  і одного електрона, наприклад, іони  $He^+$ ,  $Li^{2+}$ ), а також теоретично обчислити сталу Рідберга.

Слідуючи Бору, розглянемо рух електрона у воднеподібній системі, обмежуючись круговими стаціонарними орбітами. Розв'язуючи спільно рівняння (2.1)  $m_e v^2/r = Ze^2/(4\pi\epsilon_0 r^2)$ , запропоноване Резер-

фордом, і рівняння (2.5), одержимо вираз для радіуса  $n$ -ї стаціонарної орбіти:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e Z e^2}, \quad (2.7)$$

де  $n=1, 2, 3, \dots$ . З виразу (2.7) виходить, що радіуси орбіт ростуть пропорційно квадратам цілих чисел.

Для атома водню ( $Z=1$ ) радіус першої орбіти електрона при  $n=1$ , який називається першим боровським радіусом ( $a$ ), дорівнює

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e Z e^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 52,8 \text{ пм}, \quad (2.8)$$

що відповідає розрахункам на підставі кінетичної теорії газів. Оскільки радіуси стаціонарних орбіт виміряти неможливо, то для перевірки теорії необхідно звернутися до таких величин, які можуть бути виміряні експериментально. Такою величиною є енергія, яка випромінюється і поглинається атомами водню.

Повна енергія електрона у воднеподібній системі складається з його кінетичної енергії ( $m_e v^2/2$ ) і потенціальної енергії в електростатичному полі ядра ( $-Ze^2/4\pi\epsilon_0 r$ ):

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

(врахували, що  $\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ; див. (2.1)). Враховуючи квантування для радіуса  $n$ -ї стаціонарної орбіти значення (2.7), одержимо, що енергія електрона може набувати тільки таких дозволених дискретних значень:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.9)$$

де знак "мінус" означає, що електрон знаходиться в зв'язаному стані.

З формули (2.9) виходить, що енергетичні стани атома утворюють послідовність енергетичних рівнів, що змінюються залежно від значення  $n$ . Ціле число  $n$  у виразі (2.9), що визначає енергетичні рівні атома, називається **головним квантовим числом**. Енергетичний стан з  $n=1$  є **основним (нормальним)** станом; стани з  $n > 1$  є **збудженими**. Енергетичний рівень, що відповідає основному стану атома, називається **основним (нормальним)** рівнем; вся решта рівнів є **збудженими**.

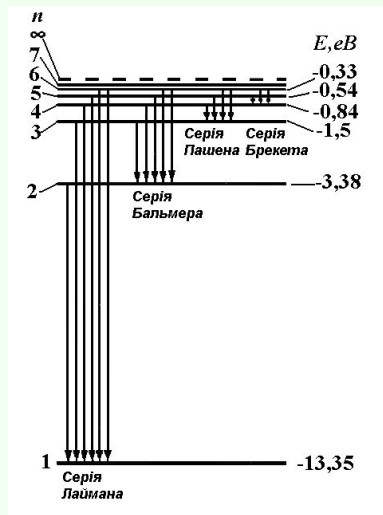


Рис. 2.3.

Надаючи  $n$  різні цілочисельні значення, одержимо для атома водню ( $Z = 1$ ), згідно з формулою (2.9), можливі рівні енергії, схематично представлені на рис. 2.3. Енергія атома водню із збільшенням  $n$  зростає і енергетичні рівні зближуються до межі, що відповідає значенню  $n = \infty$ . Атом водню володіє, таким чином, мінімальною енергією ( $E_1 = -13,55$  eV) при  $n = 1$  і максимальної ( $E_\infty = 0$ ) при  $n = \infty$ . Отже, значення  $E_\infty = 0$  відповідає іонізації атома (відриву від нього електрона). Згідно з другим постулатом Бора (див. (2.6)) під час переходу атома водню ( $Z = 1$ ) із стаціонарного стану  $n$  в стаціонарний стан  $m$  з меншою енергією випускається квант

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

звідки частота випромінювання

$$\nu = \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.10)$$

де  $R = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2}$ .

Скориставшись при обчисленні  $R$  сучасними значеннями універсальних сталих, одержимо величину, яка збігається з експериментальним значенням сталої Рідберга в емпіричних формулах для атома водню (див. 2.2). Цей збіг переконливо доводить правильність одержаної Бором формули (2.9) для енергетичних рівнів воднеподібної системи.

Підставляючи, наприклад, у формулу (2.10)  $m=1$  і  $n=2, 3, 4, \dots$ , одержимо групу ліній, які уворюють серію Лаймана (див. § 209) і відповідають переходам електронів із збуджених рівнів ( $n=2, 3, 4, \dots$ ) на основний ( $m=1$ ). Аналогічно, при підстановці  $m=2, 3, 4, 5, 6$  і відповідних їм значень  $n$  отримаємо серії Бальмера, Пашена, Брекета, Пфундта і Хемфрі ( частина з них схематично зображена на рис. 2.3), описаних в 2.2. Очевидно за теорією Бора, яка кількісно пояснила спектр атома водню, спектральні серії відповідають випромінюванню, яке виникає в результаті переходу атома в даний стан із збуджених станів, розташованих вище за даний.

Спектр поглинання атома водню є лінійчастим, але містить за нормальних умов тільки серію Лаймана. Він також пояснюється теорією Бора. Оскільки вільні атоми водню звичайно знаходяться в основному стані (стаціонарний стан з якнайменшою енергією при  $n=1$ ), то при наданні атомам ззовні певної енергії можуть спостерігатися лише переходи атомів з основного стану в збуджені (виникає серія Лаймана).

Теорія Бора була значним кроком в розвитку атомної фізики і стала важливим етапом в створенні квантової механіки. Проте ця теорія має внутрішні суперечності (з одного боку, застосовує закони класичної фізики, а з іншого — ґрунтується на квантових постулатах). У теорії Бора розглянуті спектри атома водню і воднеподібних систем і обчислені частоти спектральних ліній, проте ця теорія не змогла пояснити інтенсивності спектральних ліній і відповісти на питання: чому виконуються ті або інші переходи? Серйозним недоліком теорії Бору була неможливість описання за її допомогою спектра атома гелію — одного з простих атомів, який безпосередньо йде за атомом водню.

## 2.6. Питання для самоконтролю теоретичної підготовки

- Чому ядерна модель атома виявилася неспроможною?
- Чому з різних серій спектральних ліній атома водню першою була вивчена серія Бальмера?
- Який сенс мають числа  $n$  і  $m$  в узагальненій формулі Бальмера?
- Чому дорівнює частота випромінювання атома водню, яка відповідає короткохвильовій межі серії Брекета?
- Роз'ясніть значення постулатів Бора. Як за їх допомогою пояснюється лінійчастий спектр атома водню?
- На яких ділянках кривої 2.2 спостерігаються пружні і на яких — непружні зіткнення електронів з атомами?
- Які основні висновки можна зробити на підставі дослідів Франка і Герца?
- Атом водню знаходиться в стані з  $n = 5$ . Скільки ліній містить його спектр випромінювання?
- Використовуючи модель Бора, вкажіть спектральні лінії, які можуть виникнути при переході атома водню в стани з  $n = 3$  і  $n = 4$ .
- Нанесіть на шкалу довжин хвиль три лінії кожної з перших двох спектральних серій атома водню.
- Чому спектр поглинання атома водню містить тільки серію Лаймана?
- Покажіть, що формулу (2.9) можна записати у вигляді  $E_n = 13,55/n^2$ , де  $E_n$  виражається в електрон-вольтах.

## 2.7. Задачі для самоконтролю практичної підготовки

17.1. Визначити максимальну і мінімальну енергії фотона в ультрафіолетовій серії спектру атома водню (серії Лаймана). [ $E_{max} = 13,2$  еВ  $E_{min} = 10,2$  еВ]

117.2. Визначити довжину хвилі, яка відповідає межі серії Бальмера.

[364 нм]

7.3. Використовуючи теорію Бора, визначити орбітальний магнітний момент електрона, який рухається по другій орбіті атома водню. [ $p_m = en\hbar/(2m) = 1,8 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$ ]

7.4. Використовуючи теорію Бора, визначити зміну орбітального механічного моменту електрона під час переходу його із збудженого стану ( $n=2$ ) в основний з випуском фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 1,212 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

[ $\Delta L = \hbar = -1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ ]

7.5. Визначити потенціал іонізації атома водню. [13,6 В]

7.6 Грунтуючись на тому, що енергія іонізації атома водню  $E_i = 13,6 \text{ еВ}$ , визначити другий потенціал збудження цього атома. [12,1 В]

7.7. Грунтуючись на тому, що енергія іонізації атома водню  $E_i = 13,6 \text{ еВ}$ , визначити в електрон-вольтах енергію фотона, яка відповідає найбільш довгохвильовій лінії серії Лаймана. [10,2 еВ]