

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОНОМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТУ

Кафедра «Економіки підприємств»

ЕКОНОМЕТРІЯ

Методичні вказівки для виконання контрольної роботи та самостійного
опрацювання курсу

для підготовки студентів за освітньо-кваліфікаційним рівнем «бакалавр»
галузі знань 0306 «Менеджмент і адміністрування»
напряму підготовки 6.030601 «Менеджмент»
всіх форм навчання

Київ 2014

УДК 330.43.1075.8

Економетрія: Методичні вказівки до виконання контрольної роботи та самостійного вивчення курсу для студентів економічних спеціальностей всіх форм навчання / Укладачі Пасічник В. І.; Творонович В.І.; Гудкова В. П.; Познякова О.В.– К.: Вид-во ДЕГУТ, 2014. – 45 с.

Методичні вказівки розглянуто та затверджено на засіданні кафедри економіки підприємств транспорту (протокол №13 від 22.05.2013 р.) та на засіданні методичної комісії фінансово-економічного факультету (протокол № 6 від 30.05.2013 р.).

Призначені для студентів економічних спеціальностей всіх форм навчання.

У методичних вказівках представлено основні поняття дисципліни, поради щодо виконання практичної частини контрольної роботи, які дають змогу закріпити та поглибити лекційний матеріал курсу. Призначені для студентів, що навчаються за спеціальністю 6.030601 «Менеджмент» заочної форми навчання, та рекомендовані для використання при вивченні дисципліни «Економічне обґрунтування господарських рішень», «Економіко-математичні методи і моделі», «Методи і моделі прийняття рішень в обліку, аналізі й аудиті».

Укладачі: Пасічник В. І. д.е.н., проф.,
Творонович В. І., к. е. н., доцент,
Гудкова В. П., к. е. н., доцент,
Познякова О. В., к. е. н. доцент.

Рецензенти: Богомоллова Н. І. – д.е.н., професор кафедри «Фінанси і кредит» Державний економіко-технологічного університету транспорту.

Ільчук В. П. – д.е.н., професор кафедри «Фінанси» Чернігівського державного технологічного університету

ЗМІСТ

	Вступ	4
1.	Мета та завдання	5
2.	Методичні вказівки до вивчення теоретичного матеріалу	5
3.	Завдання для смостійного вивчення курсу та методичні вказівки щодо виконання та оформлення самостійної роботи	16
3.1	Загальні відомості	16
3.2.	Завдання на самостійну роботу	17
3.3.	Тематика самостійних завдань	23
3.4.	Тематика теоретичних завдань для індивідуальної роботи	29
4.	Розрахункові завдання	30
4.1.	Загальні вимоги до виконання контрольної роботи	30
4.2.	Тематика теоретичних питань до контрольної роботи	30
4.3	Завдання практичної частини	31
5.	Підсумковий контроль знань	41
5.1.	Контрольні заходи	41
5.2.	Критерії атестаційної оцінки	41
6.	Список рекомендованої літератури	43
6.1.	Основна література	43
6.2.	Додаткова література	43

ВСТУП

В умовах ринкової економіки підвищилась роль аналізу господарської діяльності підприємств. Важливим завданням економістів є оволодіння прийомами та методами економетрії, за допомогою яких здійснюється управління виробничою та фінансовою діяльністю підприємства. Без передбачення перспектив розвитку галузі підприємство не зможе ефективно функціонувати та маневрувати в умовах, що швидко змінюються. Тому перед підприємством постає проблема обґрунтування та вибору стратегії його розвитку.

Розвиток економетрії прискорюється в міру інформатизації суспільства, яка є одним із показників розвитку держави. Нові інформаційні технології у всіх сферах матеріального виробництва, в тому числі й на транспорті, є основою матеріального і технічного прогресу країни.

Сприйнятливість об'єкта до науково-технічного прогресу залежить від стану вітчизняної та зарубіжної науки, аналізу та перспективного прогнозування розвитку його технічного рівня.

Моделі економетрії використовуються для визначення економічних та виробничих показників на майбутній період. Якщо мова йде про добовий або річний план, то він складається на основі даних щодо фактичного стану об'єктів, що вивчаються (наприклад, транспортних), особливо, якщо існує розвинута автоматизована система управління транспортом (АСУЗТ).

Разом з детермінованими розрахунками застосовують ймовірнісні методи, експертні оцінки тощо.

Стохастичні моделі описують закономірності, які обумовлені одночасною дією на об'єкт багатьох факторів і які проявляються чітко при масових спостереженнях. До найрозповсюдженіших методів побудови стохастичних моделей належать методи, об'єднані під загальною назвою – багатомірний статистичний аналіз, зокрема – кореляційний та регресійний аналізи.

Методичні вказівки розроблені з використанням досвіду роботи авторів в процесі викладання навчальних дисциплін відповідно до програми курсу «Економетрія». Вказівки складаються з двох частин: теоретичної та практичної.

1. Мета та завдання

Метою виконання контрольної роботи є закріплення теоретичних знань з дисципліни «Економетрія», оволодіння методикою економічного обґрунтування ефективності діяльності підприємств та визначення перспектив їх розвитку.

До задач контрольної роботи відноситься:

- дослідження та узагальнення матеріалу щодо окремих аспектів побудови економетричних моделей;
- набуття навичок з розрахунку параметрів та оцінки адекватності моделей лінійної та нелінійної регресії.

2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Основні поняття економетрії

Економетрія – наука, що вивчає конкретні кількісні взаємозв'язки економетричних об'єктів і процесів за допомогою математичних та статистичних методів і моделей.

Економетрика – це інструмент, який дозволяє перейти від якісного рівня аналізу до кількісного, шляхом використання статистичних даних дослідних величин.

Побудувати економетричну модель (ЕМ) – означає виконати таку послідовність дій:

1. З'ясувати однорідність розвитку економічного процесу за період спостереження;
2. Визначити причинні взаємозв'язки між показниками та факторами;
3. Зібрати і класифікувати статистичні дані;
4. Визначити фактори, що суттєво впливають на показники;
5. Визначити характер впливу основних факторів на показник і безпосередньо побудувати ЕМ;
6. Перевірити адекватність отриманої моделі експериментальним даним.

Середня хронологічна ($\overline{x_{xp}}$) показує, яким чином в середньому характеризується даний часовий ряд і розраховується за формулою

$$\overline{x_{xp}} = \frac{x_1 + \sum_{i=2}^{n-1} x_i + x_n}{n-2} \quad (1)$$

де x_i - i -ий рівень (миттєве значення) часового ряду,
 n - кількість спостережень (рівня).

Середнє значення змінної визначається за формулою

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

Середній абсолютний приріст ($\overline{\Delta x}$) показує, як швидко змінюється кінцевий рівень ряду відносно початкового і розраховується за формулою

$$\overline{\Delta x} = \frac{x_n - x_1}{n - 1} \quad (3)$$

де x_n (x_1) – кінцевий (початковий) рівень ряду.

Середній коефіцієнт росту ($\overline{K_p}$) характеризує середню швидкість зміщення економічного показника або явища і розраховується за формулою

$$\overline{K_p} = \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_1}} \quad (4)$$

Середній коефіцієнт ($\overline{K_{np}}$) приросту відрізняється від середнього коефіцієнта росту на одиницю і розраховується як

$$\overline{K_{np}} = \sqrt[n-1]{\frac{x_n}{x_1}} - 1 \quad (5)$$

Середній коефіцієнт росту (приросту), виражений у відсотках, називається відповідно **середнім темпом приросту** ($\overline{T_p}$) і середнім темпом приросту (T_{np}).

Відхилення від середнього – дисперсія, яка показує середню суму квадратів відхилення членів ряду від середнього, позначається σ^2 або $\text{var}(x)$ та визначається за формулою

$$\text{var}(x) = \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (6)$$

де \bar{x} – середнє значення тимчасового ряду,
 n – кількість спостережень.

Проста лінійна регресія

Проста (парна) ЛР модель встановлює зв'язок між двома змінними: x та y і має вигляд

$$y = \beta + \alpha x + \varepsilon, \quad (7)$$

де y – вектор значень, що спостерігаються залежної змінної (показник);
 x – вектор значень, що спостерігаються незалежної змінної (фактор);
 α, β – невідомі параметри регресійної моделі на всій сукупності значень x ;
 ε – вектор випадкових величин (помилки, збурення).

Регресійна модель (3.1.1) лінійна, оскільки зв'язок між показником і фактором лінійний. Параметри α , β – статистичні невідомі значення, оцінимо їх величинами a , b , тоді

$$y = b + ax \quad (8)$$

є оцінкою моделі $y = \beta + \alpha x + \varepsilon$.

Метод найменших квадратів (МНК) дозволяє мінімізувати суму квадратів помилок:

Невідомі b , a визначаються так, щоб мінімізувати $\sum_{i=1}^n e_i^2$.

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b - ax_i)^2 = f(b, a) \rightarrow \min \quad (9)$$

Необхідною умовою екстремуму є рівність 0 перших похідних $f(b, a)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial a} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - b - ax_i) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - b - ax_i) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Перепишемо систему (3.4) у вигляді:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = bn + a \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = b \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{cases} \quad (11)$$

Система (3.5) називається нормальною системою. Використовуючи формули Кармера знайдемо a :

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad (12)$$

з першого рівняння системи (3.5) виразимо b :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (13)$$

Отже, необхідна умова дає можливість отримати єдину критичну точку для функції $f(a, b)$.

Випишемо формулу для a :

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)} \quad (14)$$

Поділимо чисельник і знаменник на n^2 :

$$a = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}}{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}}{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)}, \quad (15)$$

тобто параметр a дорівнює відношенню коваріації (кореляційного моменту) до дисперсії фактора, і це тангенс кута нахилу \hat{Y} до вісі OX .

Випишемо формулу для b :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{Y} - a \bar{X} \quad (16)$$

Коефіцієнт кореляції – показник, який визначає кількісну оцінку зв'язку між двома величинами, він розраховується за формулою:

$$K_{yx} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(x) \text{var}(y)}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (17)$$

На відміну від коефіцієнта коваріації коефіцієнт кореляції є не абсолютний, а відносною мірою зв'язку між двома будь-якими факторами.

$$-1 \leq \kappa_{yx} \leq 1.$$

Додатне значення κ_{yx} показує на прямий зв'язок між параметрами, від'ємне значення – на обернений зв'язок.

Якщо $\kappa_{xy} \rightarrow \pm 1$, це вказує на наявність сильного зв'язку між величинами x і y ;

Якщо $\kappa_{xy} \rightarrow 0$, то зв'язку нема.

$$\kappa_{xy} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} a \quad (18)$$

Частина дисперсії, яка пояснює регресію, називається коефіцієнтом детермінації, позначається R^2 та обчислюється за формулою:

$$R^2 = \frac{\sigma_{\text{регр}}^2}{\sigma_{\text{заг}}^2}, \quad (19)$$

де $\sigma_{\text{регр}}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = SSR$ – сума квадратів, що пояснює регресію,

$\sigma_{\text{заг}}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = SST$ – загальна сума квадратів,

$\sigma_{\text{ном}}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = SSE$ – сума квадратів помилок.

$SST = SSE + SSR$ – формула за якою розкладається дисперсія.

Враховуючи введені означення, можна записати

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}. \quad (20)$$

Для обчислення коефіцієнта детермінації використовується наступні формули:

$$R^2 = \frac{a^2 \text{var}(x)}{\text{var}(y)} = \frac{a \text{cov}(x, y)}{\text{var}(y)} = \frac{\text{cov}^2(x, y)}{\text{var}(x) \text{var}(y)}.$$

Коефіцієнт R^2 завжди додатний, $0 \leq R^2 \leq 1$, він є мірою згоди регресії. Між коефіцієнтом кореляції $k_{xy} = \frac{a\sigma_x}{\sigma_y} = a \sqrt{\frac{\text{var}(x)}{\text{var}(y)}}$ і коефіцієнтом детермінації існує співвідношення $k^2 = R^2$. Якщо $R^2 \rightarrow 1$, то регресія добре погоджена.

Перевірку на адекватність можна провести за допомогою R^2 , між тим, якщо R^2 приймає не граничне значення, а 0,5; 0,4; ..., то потрібен інший критерій. Таким критерієм є F-критерій Фішера.

Перевірка моделі на адекватність по F-критерію Фішера виконується за наступним алгоритмом:

а) обчислити F-відношення:

$$F = \frac{\frac{R^2}{1}}{\frac{(1 - R^2)}{(n - 2)}} = \frac{MSR}{MSE}, \quad (21)$$

де $MSR = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{1}$; $MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n - 2)}$.

MSR – середній квадрат, пов'язаний з регресійною моделлю;

MSE – середній квадрат помилки;

1, n-2 – степінь свободи, відповідно MSR-чисельника і MSE-знаменника.

б) задати рівень значимості α або α 100%.

Якщо $\alpha = 0,05$, то в 5% значень можлива помилка прогнозу, в інших 95% висновки повинні бути правильними.

в) Із статистичної таблиці критичних значень F-розподіл Фішера з $(1, n-2)$ степенем свободи і рівнем 100% $(1-\alpha)$ обчислюється критичне значення $F_{кр}$. Якщо $F \geq F_{кр}$, то H_0 гіпотеза: $a=0$ відкидається, побудована модель адекватна, процесу що розглядається. Якщо $F_{кр} < F$, то H_0 гіпотеза приймається, а модель вважається не адекватною.

Багатофакторна регресія

Загальна багатофакторна модель записується у вигляді:

$$y = \beta_0 + \beta_1 + \dots + \beta_p x_p + \varepsilon \quad (22)$$

де y – залежна змінна;

x_1, \dots, x_p – незалежні змінні (фактори);

$\beta_0, \beta_1, \beta_p$ – параметри моделі, які треба оцінити,

ε – випадкова величина, що не спостерігається.

Модель (19) справедлива для всієї генеральної сукупності факторів. модель, що базується на деякій обмеженій виборці, має вигляд:

$$y = b_0 + b_1 + \dots + b_p x_p + e_1 \quad (23)$$

де b_0, b_1, \dots, b_p – оцінки невідомих параметрів загальної моделі;

e – випадкова величина (помилка).

Запишемо основні передумови багатофакторної регресії.

Припущення 1: Математичне очікування випадкової величини ε дорівнює нулю для кожного i :

$$E(\varepsilon_i / x_{i1}, \dots, x_{ni}) = 0 \quad (24)$$

Припущення 2: Випадкові величини не корельовані, $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, $i \neq j$.

Припущення 3: Модель гомоскедастична, тобто має однакову дисперсію для будь-якого спостереження: $var(\varepsilon_i) = \sigma^2 = const$.

Припущення 4: $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ для любых ε_i і x .

Припущення 5: Модель повинна бути вірно специфіцирована.

Припущення 6: Випадкова величина ε відповідає нормальному закону розподілу з нульовим математичним очікуванням і постійною дисперсією.

Припущення 7: Відсутня мультиколінеарність між факторами, тобто фактори не залежні між собою.

Математично відсутність мультиколінеарності між 2 факторами, наприклад, x_1 і x_2 , визначається так: не існує чисел λ_1 і λ_2 одночасно не рівних нулю таких, що:

$$\lambda_1 x_{1i} + \lambda_2 x_{2i} = 0, i = 1, n$$

Алгоритм побудови багатофакторної регресійної моделі (БРМ) складається із таких етапів:

1. Вибір і аналіз всіх можливих факторів, які на думку дослідника, впливають на показник, що вивчається;
2. Вимір і аналіз виділених факторів;
3. Математико-статистичний аналіз факторів;
4. Вибір метода і безпосередньо побудова БРМ;
5. Оцінка параметрів моделі;
6. Перевірка моделі на адекватність;
7. Розрахунок основних характеристик і побудова довірчих інтервалів;
8. Аналіз отриманих результатів, підсумок, висновки.

Якщо часовий ряд має недостатньо інформації, то спеціальними методами здійснюється її утворення; на цьому етапі проводиться перевірка припущень та оцінка факторів на мультиплікативність. Для цього розраховується матриця коефіцієнтів парної кореляції:

$$R = \begin{pmatrix} & y & x_1 & x_2 & \dots & x_k \\ y & 1 & r_{yx_1} & \dots & \dots & r_{yx_k} \\ x_1 & r_{yx_1} & 1 & & & \\ \dots & & & & & \\ x_k & r_{yx_k} & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

$r_{x_j x_i}$ – коефіцієнти парної кореляції між $x_i, x_j, i = j = 1, k$;

$r_{y x_i}$ – коефіцієнт кореляції між залежною змінною y та незалежною x_i . На головній діагоналі стоїть 1.

Якщо коефіцієнти кореляції між деякими факторами близькі до 1, це вказує на сильний зв'язок між ними або наявність мультиплікативності. Тоді один фактор потрібно залишити, а інші – виключити. Для вибору залишеного фактора можна скористатися такими міркуваннями:

- залишається той, який є найвпливіший на залежну змінну, з економічної точки зору;
- залишається той, у якого більше значення коефіцієнта кореляції із залежною змінною.

Результатом цього етапу є вибір бази для побудови БРМ.

Розрахунок коефіцієнтів моделі здійснюється МНК. Нехай маємо ряд спостережень залежної змінної $y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, i факторів $x_1 = \{x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}\}$, $x_p = \{x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn}\}$.

За цими спостереженнями побудуємо лінійну багатфакторну модель:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + \dots + b_p x_p + e,$$

де $b_i, i = 0, p$ – невідомі параметри, e – випадкова величина або помилка.

Як у випадку простої лінійної регресії знайдемо b_i методом найменших квадратів, тобто мінімізуючи

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - \dots - b_p x_{ip})^2 \quad (26)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - \dots - b_p \bar{x}_p.$$

Для визначення параметрів $b_i, i = 1, p$ використаємо матрично-векторний підхід.

Мірою відповідності значень $\{\hat{y}_i, i = 1, n\}$, отриманих із регресійної моделі, фактичним даним $\{y_i, i = 1, n\}$ є коефіцієнт множинної кореляції, який визначається як коефіцієнт кореляції між \bar{y}, y та обчислюється за формулою:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(\bar{y} - y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y)^2}}. \quad (27)$$

Квадрат коефіцієнта кореляції, як і у випадку ЛР, визначає коефіцієнт детермінації R^2 :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y)^2}. \quad (28)$$

Як і у випадку простої ЛР для оцінки адекватності моделі використовується F - критерій Фішера, при цьому гіпотеза приймає вигляд:

$$\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

проти альтернативної H_1 - гіпотези: хоча б одного з $\beta_i \neq 0, i=1, p$.

Для перевірки H_0 - гіпотези розраховується F - статистика Фішера з p ступенями свободи в чисельнику та $(n - p - 1)$ ступенями свободи в знаменнику:

$$F_{p, n-p-1} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{p}}{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y)^2}{n-p-1}}, \quad (29)$$

де p – кількість факторів, які увійшли в модель,

n – кількість спостережень.

Далі з F - таблиці Фішера знаходиться F_{kp} с p ступенями свободи в чисельнику, $(n - p - 1)$ ступінню свободи в знаменнику та рівнем помилки $a \cdot 100\%$ або рівнем довіри $(1 - a) \cdot 100\%$. Якщо $F > F_{kp}$, то модель вважається адекватною.

Нелінійна регресія

Якщо побудова багатофакторних або однофакторних лінійних залежних не приводить до адекватних моделей, доводиться будувати нелінійні

однофакторні або багатфакторні моделі, які в загальному випадку мають, відповідно, вигляд:

$$y_i = \beta + \alpha_1 x_i + \alpha_2 x_i^2 + \alpha_3 x_i^3 + \varepsilon_i \quad i = \overline{1, n}; \quad (30)$$

$$y_i = \beta + \alpha_1 x_{1,1} + \alpha_2 x_{2,2} + \alpha_3 x_{3,1} x_{2,2} + \dots + \alpha_k x_{k,i} + \varepsilon_i \quad i = \overline{1, n}. \quad (31)$$

При наявності 2-х факторів $x_1 = \{x_{1i} \quad i = \overline{1, n}\}$, $x_2 = \{x_{2i} \quad i = \overline{1, n}\}$ нелінійна модель приймає вигляд:

$$y_i = \beta + \alpha_1 x_{1,1} + \alpha_2 x_{2,i} + \alpha_3 x_{1i} x_{2i} + \dots + \alpha_n x_{1,i}^2 + \alpha_5 x_{2,i}^2 + \varepsilon_i \quad i = \overline{1, n}, \quad (32)$$

де для відшукування невідомих параметрів використовується МНК.

Однак, існують нелінійні моделі, які можуть бути приведені до лінійно залежних.

Якщо, при збільшенні одного показника, значення другого зростають до певного рівня, а потім починають знижуватися (наприклад, залежність продуктивності праці робітників від їх віку), то для її запису більше підходить парабола другого порядку:

$$Y_x = a + bx + cx^2. \quad (33)$$

Відповідно до вимог методу найменших квадратів для визначення параметрів a , b і c необхідно вирішити таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} na + b \sum x + c \sum x^2 = \sum y; \\ a \sum x + b \sum x^2 + c \sum x^3 = \sum xy; \\ a \sum x^2 + b \sum x^3 + c \sum x^4 = \sum x^2 y. \end{cases} \quad (34)$$

Значення сум знаходять на підставі початкових даних

Середній вік по групі (x)	Середньомісячна виручка (y)	x/10	xy	x ²	x ² y	x ³	x ⁴	y _x
20	4,2	2,0	8,4	4,00	16,8	8,00	16	3,93
25	4,8	2,5	12,0	6,25	30,0	15,62	39	4,90
30	5,3	3,0	15,9	9,00	47,7	27,00	81	5,55
35	6,0	3,5	21,0	12,25	73,5	42,87	150	5,95
40	6,2	4,0	24,8	16,00	99,2	64,00	256	6,05
45	5,8	4,5	26,1	20,25	117,4	91,13	410	5,90
50	5,3	5,0	26,5	25,0	132,5	125,00	625	5,43
55	4,4	5,5	24,2	30,25	133,1	166,40	915	4,78
60	4,0	6,0	24,0	36,00	144,0	216,00	1296	3,70
Всього	46,0	36,0	183,0	159,0	794,0	756,00	3788	46,00

Підставивши отримані значення в систему рівнянь, одержимо:

$$\begin{cases} 9a + 36b + 159c = 46; \\ 36a + 159b + 756c = 183; \\ 159a + 756b + 3788c = 794. \end{cases}$$

Параметри a , b і c знаходять методом Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9 & 36 & 159 \\ 36 & 159 & 756 \\ 159 & 756 & 3788 \end{vmatrix} =$$

$$= 9 \times 159 \times 3788 + 36 \times 756 \times 159 + 36 \times 756 \times 159 - 159^3 - 36^2 \times 3788 - 756^2 \times 9 = 2565;$$

потім часткові визначники Δa , Δb та Δc

$$\Delta a = \begin{vmatrix} 46 & 36 & 159 \\ 183 & 159 & 756 \\ 794 & 756 & 3788 \end{vmatrix} = -6846;$$

$$\Delta b = \begin{vmatrix} 9 & 46 & 159 \\ 36 & 183 & 756 \\ 159 & 794 & 3788 \end{vmatrix} = 11349;$$

$$\Delta c = \begin{vmatrix} 9 & 36 & 46 \\ 36 & 159 & 183 \\ 159 & 756 & 794 \end{vmatrix} = -1440.$$

Звідси:

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta} = \frac{-6846}{2565} = -2,67;$$

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta} = \frac{11349}{2565} = 4,424;$$

$$c = \frac{\Delta c}{\Delta} = \frac{-1440}{2565} = -0,561.$$

Рівняння параболи буде мати наступний вигляд:

$$Y_x = -2,67 + 4,424x - 0,561x^2.$$

З таблиці видно, що продуктивність праці робітників підвищується до сорока років, а після цього поступово знижується. Підприємства, які мають більшість робітників у віці 30-40 років будуть мати більш високі показники продуктивності праці. Цей фактор треба враховувати при плануванні рівня продуктивності праці і при підрахунках резервів її росту.

Для запису криволінійних залежностей досить часто використовується гіпербола:

$$Y_x = a + \frac{b}{x}, \quad (35)$$

для визначення її параметрів необхідно розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} na + b \sum \frac{1}{x} = \sum y; \\ a \sum \frac{1}{x} + b \sum \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \sum \left(\frac{1}{x}\right) y. \end{cases}$$

Гіпербола описує таку залежність між двома показниками, коли при збільшенні однієї змінної значення другої змінюється до певного рівня, а потім приріст знижується.

При більш складних залежностях використовуються складні параболи (третього та четвертого ступеня і т. п.), а також степеневі, показникові та інші функції.

2. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ КУРСУ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ЩОДО ВИКОНАННЯ ТА ОФОРМЛЕННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

3.1. Загальні відомості

Самостійна робота є невід'ємною частиною навчального процесу і основою пізнавальної діяльності студента.

Метою самостійного вивчення курсу є всебічне підвищення рівня знань про математичне моделювання, раціоналізація процесів підготовки, виконання і захист індивідуальної роботи, єдність навчання та науково-дослідної праці.

Освоєння курсу відповідно до програми передбачає самостійне опрацювання студентом літературних джерел, вивчення та узагальнення матеріалів теоретичних питань, виконання практичних розрахунків за індивідуальними завданнями.

Навчальні завдання за кожною темою (*тематичні навчальні завдання*) містять перелік питань згідно з програмою курсу та планом проведення практичних занять, список літературних джерел.

Тематичними навчальними завданнями для самостійного вивчення курсу є методичні вказівки до практичних занять.

Викладач курсу спрямовує і контролює самостійну роботу студента за тематичними завданнями, встановлює час консультацій та термін виконання самостійної роботи за кожною темою курсу.

З метою поглиблення вивчення теоретичного і практичного матеріалу студент відпрацьовує *індивідуальні завдання*.

Індивідуальна робота студентів денної та заочної форм навчання дещо відрізняється.

Для студентів *стаціонару* індивідуальна робота полягає у підготовці реферату і вирішенні задач за варіантами завдань.

У **рефераті** тезисно окреслюється сутність та виявляються основні напрямки вирішення проблем тематично спрямованих на отримання додаткових, поглиблених знань по курсу. Тематика рефератів охоплює питання, що залишилися поза увагою лекційного викладання та практичних розрахунків, передбачених сукупністю задач.

Вирішення **задач за варіантами завдань** є обов'язковим, але рекомендується до виконання. Завдання цієї складової самостійного опрацювання навчальної дисципліни – набути власних навичок здійснення розрахунків.

Рекомендаційний характер виконання розрахунків за варіантами пов'язаний з обмеженістю часу та значною загальною трудомісткістю роботи.

Студенти *заочної форми навчання* у межах індивідуального відпрацювання навчальної дисципліни виконують **контрольну роботу**, яка включає теоретичну та розрахункову частини.

Теоретична частина за змістом та методикою виконання відповідає

підготовці рефератів, окрім цього містить додаткове теоретичне запитання з переліку матеріалів лекційного курсу стаціонару, які у зв'язку з обмеженістю аудиторних годин не висвітлюються при проведенні лекцій та практичних занять на заочному відділенні.

Розрахункова частина полягає у вирішенні за індивідуальними завданнями комплексу задач. У зв'язку з нормативною обмеженістю обсягу контрольної роботи у розрахунковій частині рекомендується виконувати три завдання. Подібна вимога дозволяє скоротити обсяг розрахунків та забезпечує ознайомлення з різними специфічними аспектами процесу визначення економічних показників.

Контрольну роботу можна виконувати згідно з даними методичними вказівками, тоді задачі розрахункової частини обираються за номерами відповідно до рекомендованого переліку. Або може бути використано окреме видання – методичні вказівки до виконання контрольної роботи за курсом.

По суті, індивідуальна праця студентів денної та заочної форм навчання відрізняється не за змістом, а за строками виконання та формою надання матеріалів самостійної роботи.

Підготовка рефератів, розрахункових завдань і контрольних робіт – один з етапів вивчення курсу «Економіко-математичне моделювання». Його метою є розширення і поглиблення теоретичних знань та отримання практичних навичок аналітичної роботи з певної теми на основі самостійного узагальнення зібраного матеріалу.

Перелік питань письмової самостійної роботи виходить за межі лекційних планів та планів практичних занять (окрім реферативної складової, яка і є презентацією результатів індивідуального пізнання). Це питання, що містить програма курсу, але відповідних матеріалів не розглянуто в процесі аудиторного навчання.

При виконанні письмової самостійної роботи студент повинен показати вміння користуватися нормативними документами, літературними джерелами, узагальнювати матеріали, формулювати обґрунтовані висновки і рекомендації.

3.2. Завдання на самостійну роботу

Етапність виконання самостійної роботи:

- а) вибір теми;
- б) складання плану реферату або контрольної роботи;
- в) підбір літературних джерел;
- г) вивчення спеціальної літератури за тематикою завдань реферату, теоретичної частини контрольної роботи;
- д) підбір і вивчення додаткової літератури за тематикою завдань реферату, теоретичної частини контрольної роботи (поточних матеріалів, які опубліковані в журналах, газетах тощо);
- е) підбір практичного і статистичного матеріалу та його обробка;
- ж) виконання розрахунків по завданнях розрахункової частини

контрольної роботи, комплексної розрахункової роботи;

з) написання та оформлення реферату, комплексної розрахункової та контрольної робіт;

и) підготовка доповіді до захисту реферату (контрольної роботи).

Вибір теми самостійної роботи здійснюється, опираючись, на такі положення.

Тема реферату обирається студентом з переліку тем самостійно або за допомогою викладача.

Тема теоретичної частини контрольної роботи обирається згідно з двома останніми цифрами шифру залікової книжки студента, але може корегуватися або замінюватися за узгодженням з викладачем.

Розподіл варіантів за двома останніми цифрами залікової книжки студента наведено в табл. 3.1.

При виборі теми реферату та теоретичної частини контрольної роботи треба враховувати науково-дослідні інтереси студента і актуальність теми для практичної діяльності. Студент може також запропонувати свою тему, при цьому вона повинна мати теоретичне або практичне значення для конкретного транспортного підприємства, галузі або економіки України. Важливо, щоб тема реферату була пов'язана з темою дослідження майбутньої дипломної або магістерської роботи студента.

Обравши тему, слід визначити мету і об'єкт дослідження. Це допоможе встановити сукупність завдань, які потрібно вирішити при підготовці реферату або при написанні теоретичної частини контрольної роботи.

Мета – закріплення теоретичних знань з курсу «Економіко-математичне моделювання», поглиблене вивчення і розробка окремих проблем, систематизація, узагальнення та підготовка на цій основі пропозицій галузевого організаційно-економічного розвитку.

Після визначення мети і завдань дослідження студент складає *план* реферату або теоретичної частини контрольної роботи.

Реферат або контрольна робота складається із:

- титульного аркуша затвердженої форми;
- змісту;
- вступу;
- основної частини;
- висновків;
- списку використаних джерел;
- додатків.

Вступ містить коротку характеристику теми, її актуальність, завдання, які треба виконати для розкриття теми (дослідження загальних відомостей, оцінка специфічних характеристик, систематизація практичних рекомендаційних матеріалів тощо), узагальнено – джерела, які треба використати для виконання завдань, перелік основних економічних категорій.

Основна частина складається з розділів, підрозділів, пунктів, підпунктів. Кожен розділ починається з нової сторінки і містить матеріал по одному з

поставлених завдань. Наприкінці кожного розділу формулюються висновки, що дає можливість вивільнити загальні висновки від незначних подробиць.

Відповіді не повинні дублювати текст підручника або іншого джерела. Студенту потрібно повною мірою виявити свої загальноекономічні та специфічні знання. Разом з тим, не рекомендується давати однозначні відповіді без належних пояснень.

Пояснювальні матеріали повинні містити критичну оцінку літературних джерел, практичного та теоретичного досвіду з питань економіки транспорту і характеризувати ступінь самостійного узагальнення та індивідуальної підготовки студентів.

Комплексні розрахункові завдання за курсом та розрахункова частина контрольної роботи оформляється у вигляді розв'язку задач відповідно до методичних рекомендацій та наведених прикладів. Всі розрахунки, які обґрунтовують цифрові дані, треба виконувати з точністю до 0,001, а при переведенні у відсотки – до 0,1. Вони повинні бути складовою частиною роботи.

Наприкінці кожної задачі за результатами розрахунків, виконаних згідно з варіантом індивідуального завдання, та з позначенням розміру отриманих даних, робляться висновки. У висновках студенту необхідно повною мірою виявити свої знання та досвід практичної роботи. Не рекомендується робити однозначні висновки без належних пояснень.

Загальні висновки вміщують найважливіші результати, отримані по кожному завданню, а також рекомендації щодо подальшого розвитку розглянутих проблем.

Список використаних джерел містить лише ті джерела, які були безпосередньо використані при написанні реферату або теоретичної частини контрольної роботи.

До підготовки реферату, виконання розрахункової та контрольної робіт студент повинен *вивчити літературу*: спеціальні та додаткові джерела, законодавчі і нормативні документи, конспект лекцій. Деякі пояснення і стисле викладання питань, які розглядаються в розрахункових завданнях, даються в методичних вказівках. До розв'язання кожної задачі треба приступати тільки після ознайомлення з ними.

Підбір та вивчення літератури є процесом творчого засвоєння поставлених питань. Вивчати літературні джерела слід починати від популярних і до монографічних, наукових статей та ін. Доцільно спочатку опрацювати підручники, навчальні посібники, а потім нормативно-законодавчі документи, теоретичні розробки, статті тощо.

У процесі роботи над літературними джерелами треба виділити основне у прочитаному, ретельно розібратися у термінології, записати питання, які виникають під час роботи з літературою.

Для написання самостійної роботи слід використовувати фактичний матеріал транспортного підприємства або галузеві статистичні дані. Подібні відомості дозволяють унаочнити та деталізувати дослідження. До початку

збирання фактичних матеріалів доцільно визначити перелік необхідних показників, джерела інформації, послідовність збирання даних. Інформаційними джерелами можуть бути статистичні та нормативні довідники, форми звітності, сайти Інтернет (ukrstat.gov.ua, ін.). Зібраний практичний матеріал слід систематизувати з використанням статистичних та економіко-математичних методів (середні величини, індекси, ряди динаміки, групування, кореляційний аналіз та ін.).

Під час складання списку літератури рекомендується дотримуватися такої послідовності:

1. Закони України;
2. Укази Президента України;
3. Постанови Верховної Ради України;
4. Постанови, декрети, рішення Кабінету Міністрів України;
5. Інструктивні матеріали міністерств і відомств;
6. Монографії, наукові праці, статті, навчальна література;
7. Матеріали транспортного підприємства або галузі.

У переліку використаних джерел законодавчі і нормативні матеріали розташовуються у хронологічному порядку, монографії, статті та ін. – в алфавітному порядку.

Додатки вміщують допоміжний матеріал, який надається у разі потреби для повноти сприйняття реферату. Це таблиці допоміжних цифрових даних, схеми, графіки, форми документів та приклади їх заповнення, розрахункові приклади та інші ілюстрації допоміжного характеру, які роблять результати дослідження більш наочними.

В процесі *оформлення* матеріалів самостійної роботи слід дотримуватися таких рекомендацій.

Загальний обсяг реферату та контрольної роботи (тобто двох теоретичних питань) без врахування розрахункової частини не повинен перевищувати 8 - 18 сторінок (без титульного аркуша, завдання, списку літератури і додатків).

Приблизна структура підготовлених матеріалів:

- словник економічних термінів (1-2 стор.);
- вступ (1 - 2 стор.);
- основна частина – теоретична (5 - 6 стор.);
- висновки (1 - 2 стор.).

Робота може бути написана власноручно, надрукована на друкарській машинці (через 2 інтервали) чи набрана на комп'ютері (з інтервалом 1,5) українською мовою на аркушах формату А 4. Обсяг роботи не повинен перевищувати відповідно 40 тис. знаків комп'ютерного набору або 25 сторінок, надрукованих на машинці (але не менше 20 сторінок), при цьому враховується тільки вступ, основна частина (теоретична та розрахункова) та висновки. Робота, подана в рукописному варіанті, має бути написана розбірливим почерком.

Написання реферату або теоретичної частини контрольної роботи передбачає кілька етапів. На початковому етапі відбирається і систематизується

матеріал для підготовки роботи згідно з планом. Потім формулюються висновки і рекомендації, які впливають з основного змісту, оцінюється можливість їх використання в практичній діяльності галузевих підприємств. На наступному етапі уточнюються окремі питання, остаточно формулюються висновки і пропозиції. На завершальному етапі зібраний матеріал підлягає літературній обробці і оформленню.

На титульному аркуші (заповнюється згідно зі зразком поданим у додатку А) зазначається міністерство, офіційна назва університету, кафедри, назва реферату або контрольної роботи. Нижче зазначається шифр групи, прізвище, ініціали та шифр залікової книжки студента, вчений ступінь, посада, прізвище, ініціали викладача. Внизу титульної сторінки – місто і рік.

На другій сторінці наводиться зміст роботи, який відображає її структуру – складові частини із зазначенням сторінок розміщення.

Текст пишеться на одній сторінці аркуша з дотриманням таких вимог: зліва поле шириною 3,5 см, справа – 1 см, зверху і знизу – по 2 см. Усі сторінки нумеруються у правій верхній частині арабськими цифрами. Загальна нумерація починається з титульного аркуша, але порядковий номер на ньому не ставиться. Кожна структурна частина (зміст, словник економічних термінів, вступ, розділи, висновки, список використаних джерел, додатки) починаються з нової сторінки.

У текстовій частині і додатках умовні позначки, зображення, схеми, графіки повинні відповідати чинним стандартам.

Розділи нумеруються послідовно. Підрозділи – за кожним розділом окремо: перша цифра – номер розділу, друга – підрозділу.

У тексті реферату (теоретичної частини контрольної роботи) повинні міститися посилання на літературні джерела, наведений цифровий матеріал. При посиланні на літературні джерела в квадратних дужках вказують порядковий номер за списком використаної літератури. При наведенні в тексті цитат, в кінці них після лапок ставиться порядковий номер літературного джерела і номер сторінки, на яких розміщена цитата.

Рисунки розміщують відразу після посилання на них у тексті і нумерують послідовно в межах розділу арабськими цифрами: перша цифра – номер розділу, друга – порядковий номер рисунка.

Таблиці також розміщують відразу після згадування про них у тексті. Вони повинні бути простими і зрозумілими. Нумеруються послідовно в межах розділу, причому номер розміщується разом із словом «Таблиця».

При використанні в тексті формул обов'язково вказується значення символів. Після формули ставиться кома, з нового рядка після слова «де» наводяться умовні позначки показників, через дефіс їх тлумачення з наведенням одиниць виміру. Кожен показник розкривається з нового рядка. Формули нумеруються послідовно в межах розділу. Перша цифра вказує розділ, друга – порядковий номер формули. Якщо в подальшому тексті наведені формули відсутні посилання формули можна не нумерувати.

Виконання розрахунків по завданнях розрахункової частини контрольної

роботи здійснюється по варіантах. Варіант, як і у разі вибору теми теоретичної частини, визначається на підставі останніх двох цифр залікової книжки студента, але корегуванню або заміні не підлягає.

Для розрахункового завдання передбачено варіанти задач, що містить раніше наведена табл. 3.1.

Зброшурована та підписана студентом контрольна робота здається на кафедру для перевірки не пізніше, ніж за тиждень до початку екзаменаційної сесії. Строки та порядок представлення рефератів та комплексної розрахункової роботи узгоджуються з викладачем.

Формою контролю індивідуальної роботи студента є перевірка підготовлених завдань і співбесіда або захист реферату, і співбесіда або проведення заліку за результатами перевірки контрольної роботи.

Співбесіда або публічний захист включає доповідь та додаткові запитання. *Доповідь* містить загальну презентацію поставлених у межах самостійної роботи завдань та визначеної проблематики, стислу характеристику головних узагальнень, здобутих в процесі дослідження, надання рекомендацій та окреслення шляхів вирішення виявлених проблем. По можливості висвітлені положення повинні бути обґрунтовані посиланнями на провідний досвід, статистичними даними, матеріалами аналітичних розрахунків тощо.

У процесі підготовки доповіді слід усвідомлювати обмеженість тривалості виступу (5-7 хв.), а також враховувати необхідність запам'ятовування значного обсягу специфічного матеріалу, тому рекомендується будувати короткі, але змістовні фрази, представляти округлені дані та висвітлювали лише головні моменти дослідження.

Оцінку за виконану самостійну роботу з курсу «Економіко-математичне моделювання» викладач виставляє згідно з існуючими положеннями. Критерії оцінок подано у розділі «Підсумковий контроль знань» методичних вказівок.

3.3. Тематика самостійних завдань

Тема 1

Визначення економетрії

1. Економіко-математичні моделі.

Реферат на тему: «Головні напрямки розвитку економічного моделювання як науки».

2. Становлення економетрії як навчальної дисципліни.

Реферат на тему: «Історія розвитку моделювання».

Реферат на тему: «Провідні наукові діячі в галузі економічного моделювання».

3. Основні поняття ЕММ на транспорті.

Реферат на тему: «Роль та особливості ЕММ в системі світових економічних зв'язків».

Література: 1 – 9 .

Тема 2

Побудова економетричних моделей

1. Побудова економетричних моделей.

2. Етапи побудови економетричних моделей.

Реферат на тему: «Тенденції розвитку економетрії».

Література: 5 – 9, 17– 22.

Тема 3

1. Економетрія як наукова категорія.

2. Інформаційна база економетричних моделей.

Комплекс рефератів на тему: «Економетричні моделі у прогнозуванні економіки».

Література: 3 – 8, 9 – 11.

Тема 4

Проста лінійна регресія

1. Загальні поняття про лінійну регресію (ЛР).

Реферат на тему: «Економетричні моделі на транспорті».

2. Оцінка параметрів ЛР методом найменших квадратів (МНК).

Типові завдання

1. Використовуючи оператор оцінювання МНК, знайдіть оцінки параметрів моделі $Y = a_0 + a_1x + \varepsilon$. Задані вектори Y і X.

Y	4	6	3	7	7	8	10	11
X	2	4	4	5	6	5	8	10

2. Визначте вектор коваріації параметрів моделі по результатах задачі № 1.

3. Знайдіть оцінки параметрів моделі МНК на основі вихідних даних попередньої задачі, до яких приєднується ще одне спостереження.

Y	9
X	15

4. Знайдіть оцінки параметрів моделі на основі МНК, якщо до вихідних даних задачі приєднати ще два спостереження.

Y	15	14
X	9	12

Література: 9, 11.

Тема 5

Оцінка адекватності моделі

1. Коефіцієнти кореляції і детермінації.

2. Критерії оцінки лінійної регресії на адекватність.

Реферат на тему: «Основні напрямки удосконалення управління математичних моделей на залізничному транспорті».

Література: 5 – 10, 12, 16 – 21.

Тема 6

Багатофакторна лінійна регресія (БЛР)

1. Приклади використання багатофакторного аналізу:

2. Класична модель БЛР:

Реферат на тему: «Застосування БЛР».

Література: 12, 15, 16 – 21.

Тема 7

Розрахунок невідомих параметрів БЛР методом НК

1. МНК для багатофакторних моделей.

2. Матричний підхід до БЛР.
3. Знаходження коефіцієнтів в моделі .

Типові завдання

1. Економетрична модель, яка характеризує залежність між середньомісячною зарплатою і продуктивністю праці та коефіцієнтом плинності робочої сили має вигляд:

$$\hat{y} = 227,48 + 2,95x_1 - 0,22x_2$$

де y – середньомісячна зарплата;

x_1 – продуктивність праці;

x_2 – коефіцієнт плинності робочої сили.

Дайте оцінку параметрів цієї моделі при умові, то всі змінні її будуть в стандартизованому масштабі:

$$x_j^* = \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sigma_{x_j}} \quad y_j^* = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y};$$

коли стандартні абсолютні відхилення:

середньоквадратичне відхилення змінної $y = 19,5$;

середньоквадратичне відхилення змінної $x_1 = 3,23$;

середньоквадратичне відхилення змінної $x_2 = 3,56$.

2. Кореляційна матриця для змінних попередньої задачі запишеться:

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 0,63 & -0,39 \\ 0,63 & 1 & -0,57 \\ -0,39 & -0,57 & 1 \end{pmatrix}$$

Дайте характеристику цієї матриці. Використовуючи дані завдання № 1, розрахуйте множинний коефіцієнт кореляції і детермінації.

Література: 11, 15, 16 – 20.

Тема 8

Коефіцієнти дослідження адекватності БЛР

1. Коефіцієнт множинної кореляції.
2. Коефіцієнт детермінації.
3. Перевірка моделі на адекватність за F - критерієм Фішера.
4. Знаходження інтервалів довіри для паперів, параметрів моделі.

Реферат на тему: «Прогнозування на основі багатofакторної лінійної регресії».

Література: 10, 15, 16 .

Тема 9

Мультиколінеарність (М)

1. Визначення мультиколінеарності та її природа.
2. Теоретична послідовність мультиколінеарності (М).
Реферат на тему: «Практичні наслідки мультиколінеарності».
3. Тестування мультиколінеарності.

Література: 10, 16 – 21.

Тема 10

Моделі з автокореляційним збуренням

1. Тестування автокореляції.
2. Вплив автокореляції на оцінки МНК.
3. Модель авторегресії. Природа авторегресійних моделей і роль лага в економіці.
4. Дайте коротку характеристику алгоритму методу Кочрена-Оркатта.
5. Чим відрізняється метод Дарбіна від методу Кочрена-Оркатта?

Реферат на тему: «Природа авторегресійних моделей і роль лага в економіці».

Література: 10, 11, 16 – 20.

Тема 11

Моделі авторегресії

1. Оцінка параметрів регресії при наявності автокореляції.
2. Модель авторегресії Маркова.

1. Для трьох екзогенних змінних розрахована матриця r :

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 0,9 & 0,3 \\ 0,9 & 1 & 0,5 \\ 0,3 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

Знайдіть характеристичні числа λ_k матриці r .

2. На основі матриці $(r - \lambda E)$ розрахуйте власні вектори a_k :

$$(r - \lambda E) = \begin{pmatrix} -5/6 & -2/6 & 1/6 \\ -2/6 & -2/6 & -2/6 \\ 1/6 & -2/6 & -5/6 \end{pmatrix}$$

де елементи a_k є нормалізованими.

Реферат на тему: «Застосування авторегресійних моделей в економіці».

Література: 10, 11, 13 .

Тема 12

Гетероскедастичні моделі

1. Визначення гетероскедастичності та її природа.
2. Наслідки порушення припущення про гомоскедастичності.
3. Тестування гетероскедастичності.

1. Сформулюйте матрицю S^I , якщо додатньо визначена діагональна матриця:

$$p^{-1} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\lambda_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{\lambda_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{\lambda_5} \end{pmatrix}$$

2. Якщо умова $M(u'u) = \delta^2 x_j$, де $\{x_j\} = \{15 \ 17 \ 20 \ 22 \ 25 \ 30 \ 35\}$, то як розрахувати параметри λ_i ?

Реферат на тему: «Застосування гетероскедастичних моделей в економіці»

Література: 10, 11, 16 – 21.

Тема 13

Дослідження гетероскедастичних моделей

1. Оцінювання параметрів моделі у разі гетероскедастичності.
2. Інші методи знаходження параметрів у випадку гетероскедастичності.

Реферат на тему: «Застосування гетероскедастичних моделей в економіці».

Література: 9, 10, 16.

Тема 14

Моделі структурних рівнянь

1. Поняття про одночасну залежність економічних змінних.

2. Структурний і зведений вигляд симульативних рівнянь.

1. Нехай для моделі $Y = XA + u$ відомі залишки $u = Y - XA$

$$u = (3; -2; -1; -0,5; 0,3; 0,2; 4; -2; -1; -0,7)$$

Визначте незміщену оцінку дисперсії залишків, враховуючи результат попередньої задачі.

2. Використовуючи дисперсію залишків, визначте матрицю коваріацій параметрів, якщо матриця:

$$(XS^{-1}X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,2 & -0,01 & -0,15 \\ -0,01 & 0,12 & -0,10 \\ -0,15 & -0,10 & 0,08 \end{pmatrix}$$

Знайдіть прогнозне значення Y_8 по моделі $Y = 5,3 + 0,6x_1 + u_t$ на основі таких даних:

Рік	1	2	3	4	5	6	7
Y	10	12	13	11	14	15	14
X	-0,5	-0,3	0,2	0,4	0,1	-0,6	0,6

коли $x_8 = 15$.

3. Визначте вектор W , коли відомі залишки:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_t	1	-1	1,2	1,1	-1,2	-1,1	0,6	-0,5	0,2

Реферат на тему: «Структурні та зведені симульативні рівняння»

Література: 1, 5, 10 – 11.

Тема 15

Симульативні моделі

1. Оцінювання параметрів моделі у структурному вигляді.

2. Дослідження ЕСМ на адекватність.

Реферат на тему: «Порівняння МНК і узагальненого МНК».

Література: 2, 5, 6 – 11.

3.4. Тематика теоретичних завдань для індивідуальної роботи

1. Економічні і економетричні моделі.
2. Інформаційна база економетричних моделей.
3. Статистичні методи аналізу та обробки спостережень.
4. Часовий ряд, основні величини, що визначають часовий ряд та їх обчислення.
5. Проста лінійна регресія, основні припущення, оцінка параметрів лінійної регресії, коефіцієнти кореляції та детермінації.
6. Парний регресійний аналіз.
7. Аналіз регресійної моделі.
8. Перевірка на адекватність регресійної моделі.
9. Багатофакторна лінійна регресія та приклади її застосування.
10. Загальна багатофакторна модель та основні припущення відносно її компонентів.
11. Обчислення параметрів багатофакторна лінійна регресія.
12. Аналіз багатофакторна лінійна регресія.
13. Моделі з декількома змінними.
14. Обчислення довірчих інтервалів та перевірка значущості параметрів багатофакторна лінійна регресія.
15. Прогнозування на основі багатофакторна лінійна регресія.
16. Моделі з гетероскедастичністю та природа їх виникнення.
17. Тестування гетероскедастичності.
18. Множинна регресія в нелінійних моделях.
19. Узагальнений метод найменших квадратів.
20. Моделі з автокореляційним збуренням.
21. Тестування автокореляції.
22. Моделі з лаговими змінними.
23. Приклади авторегресійних моделей. Лаг в економічних дослідженнях.
24. Економічні симульативні моделі.
25. Приклади симульативних моделей. Основні припущення відносно залежних та незалежних змінних.
26. Структурні та зведені симульативні рівняння.
27. Ідентифікованість та її типи в симульативних оделях.
28. Прогнозування в регресійних моделях.
29. Алгоритм двокрокового методу найменших квадратів.
30. Нелінійна регресія, оцінка її параметрів.

4. РОЗРАХУНКОВІ ЗАВДАННЯ

4.1. Загальні вимоги до виконання контрольної роботи

Варіант контрольної роботи обирається студентом відповідно до шифру вказаної в заліковій книжці.

Матриця варіантів

Передостання цифра шифру	Остання цифра шифру									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1, 4, 7, 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2, 5, 8	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3, 6, 9	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Кожен варіант контрольної роботи включає теоретичну та практичну частини. У теоретичній частині студент розкриває сутність поставленого питання. Для цього треба проаналізувати точку зору різних авторів, а також висловити своє ставлення до проблемних питань. У практичній частині роботи студенти повинні показати вміння володіти методами та прийомами вивчення матеріалу.

Задачі слід розв'язувати самостійно, пояснюючи розв'язання необхідними формулами та розрахунками. Розрахунки повинні супроводжуватися висновками про відхилення від встановлених параметрів, можливі причини цих відхилень.

При виконанні контрольної роботи слід дотримуватися таких вимог:

1. Контрольну роботу слід виконати у встановлений графіком навчання термін, подати на кафедру не пізніше ніж за тиждень до екзаменаційної сесії.
2. Задачі, в яких вказані лише відповіді без розрахунків та пояснень, вважаються нерозв'язаними.
3. Робота повинна бути оформлена охайно: сторінки пронумеровані, залишені поля для зауважень рецензента, обов'язково наводиться вступ, зміст та список використаної літератури.

4.2. Тематика теоретичних питань до контрольної роботи

1. Моделі та моделювання.
2. Класифікація моделей.
3. Етапи побудови ММ.
4. Економічні та економетричні моделі.
5. Оцінка параметрів простої лінійної регресії, коефіцієнти кореляції та детермінації.
6. Інформаційна база економетричних моделей.
7. Параметри нелінійної залежності.
8. Статистичні методи аналізу та обробки спостережень.

9. Розрахувати параметри гіперболічної залежності.
10. Часовий ряд, основні величини, що визначають часовий ряд та їх обчислення.
11. Побудова інтервалів довіри.
12. Проста лінійна регресія, основні припущення, оцінка параметрів лінійної регресії.
13. Параметри степеневої залежності.
14. Алгоритм двокрокового методу найменших квадратів.
15. Аналіз регресійної моделі.
16. Параметри параболічної залежності.
17. Перевірка на адекватність регресійної моделі.
18. Багатофакторна лінійна регресія та приклади її застосування.
19. Розрахувати параметри логарифмічної залежності.
20. Загальна багатофакторна модель та основні припущення відносно її компонентів.
21. Обчислення параметрів багатофакторної лінійної регресії.
22. Аналіз багатофакторної лінійної регресії.
23. Обчислення довірчих інтервалів та перевірка значущості параметрів багатофакторної лінійної регресії.
24. Моделі з гетероскедастичністю та природа їх виникнення.
25. Тестування автокореляції.
26. Узагальнений метод найменших квадратів.
27. Моделі з автокореляційним збуренням.
28. Тестування автокореляції.
29. Економічні симультивні моделі.
30. Структурні та зведені симультивні рівняння.

4.3. Завдання практичної частини

Оцінка параметрів простої лінійної моделі методом найменших квадратів.

Оцінити параметри простої лінійної регресії, знайти коефіцієнти кореляції та детермінації.

у	х
50	4
60	5
62	7
65	8
70	9
70	9
72	10
68	9
73	11
75	15

Запишемо формули визначення параметрів простої лінійної моделі I та II способом.

I спосіб

$$a = \frac{\text{cov}(x; y)}{\text{var } x}$$

$$b = \bar{Y} - a\bar{X}$$

II спосіб

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Оцінимо параметри моделі I та II способами.

№	Y	X	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$Y_i - \bar{Y}$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})$	X · Y	X ²
1	50	4	-4,7	22,09	-16,5	272,25	77,55	200	16
2	60	5	-3,7	13,69	-6,5	42,25	24,05	300	25
3	62	7	-1,7	2,89	-4,5	20,25	7,65	434	49
4	65	8	-0,7	0,49	-1,5	2,25	1,05	520	64
5	70	9	0,3	0,09	3,5	12,25	1,05	630	81
6	70	9	0,3	0,09	3,5	12,25	1,05	630	81
7	72	10	1,3	1,69	5,5	30,25	4,55	720	100
8	68	9	0,3	0,09	1,5	2,25	0,45	612	81
9	73	11	2,3	5,29	6,5	42,25	14,95	803	121
10	75	15	6,3	39,69	8,5	72,25	53,55	1125	225
Σ	665	87	0	86,1	0	508,5	185,9	5974	843
$\frac{\Sigma}{n}$	66,5	8,7	-	8,61	-	508,5	18,59	597,4	84,3

1. $Y = ax + b$

$$a = \frac{18,59}{8,61} = 2,16;$$

$$b = 66,5 - 2,16 \cdot 8,7 = 47,71$$

$$Y = 2,16X + 47,71$$

Визначимо коефіцієнт кореляції за формулою:

$$K_{yx} = \frac{\text{cov}(x; y)}{\sqrt{\text{var } x \cdot \text{var } y}};$$

$$K_{yx} = \frac{18,59}{\sqrt{8,61 \cdot 50,85}} = \frac{18,59}{20,92} = 0,89$$

Коефіцієнт кореляції має додатне значення – це вказує на прямий зв'язок між факторами, коефіцієнт прямує до 1, значить зв'язок тісний.

$$2. a = \frac{10 \cdot 5974 - (87 \cdot 665)}{10 \cdot 843 - 87^2} = 2,16;$$

$$b = \frac{665 - (2,16 \cdot 87)}{10} = 47,71.$$

Зробимо аналіз на адекватність лінійної моделі за допомогою коефіцієнта детермінації

$$R^2 = \frac{\alpha^2 \text{var}(x)}{\text{var}(y)};$$

$$R^2 = \frac{2,16^2 \cdot 8,61}{50,85} = 0,7899.$$

Коефіцієнт детермінації наближається до 1, це означає, що лінійна регресія добре погоджена.

Обчислимо F-критерій Фішера за такою формулою

$$F = \frac{\frac{R^2}{1}}{\frac{(1-R^2)}{n-2}};$$

$$F = \frac{\frac{0,7899}{1}}{\frac{0,2101}{10-2}} = \frac{0,7899}{0,2101} = \frac{0,7899}{0,026} = 30,38$$

$$F_p > F_{кр.}$$

Модель адекватна економічному процесу.

Варіанти до завдання

Оцінити параметри простої лінійної моделі методом найменших квадратів двома способами.

Знайти коефіцієнт кореляції моделі та оцінити адекватність моделі.

1		2		3		4		5		6		7		8		9		10	
y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x
26	3	5	3	60	4	40	20	10	3	90	23	12	4	32	13	36	50	16	8
30	5	7	4	70	5	42	22	12	4	95	22	14	6	32	11	40	40	11	10
32	6	6	3	72	7	43	24	13	5	100	30	17	8	12	15	38	45	13	11
40	7	10	5	75	8	50	30	14	6	105	34	19	10	20	15	36	48	20	16
41	7	9	4	80	9	55	35	15	7	110	40	21	12	22	16	39	52	30	18

43	8	11	8	82	9	60	40	16	8	115	38	23	14	25	16	41	55	25	16
48	10	12	8	82	10	62	42	17	9	120	43	25	16	27	17	42	53	32	18
49	10	13	9	78	9	65	45	18	10	125	45	27	18	32	19	44	47	28	18
50	11	15	10	81	11	66	46	19	11	130	48	29	20	39	20	44	48	30	19
52	12	16	11	85	15	68	48	20	12	135	50	31	22	40	21	46	52	34	20

Примітка. Номер варіанта обирається в першому рядку таблиць

11		12		13		14		15		16		17		18		19		20	
y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x
6	4	15	3	40	5	15	4	110	40	9	2	12	5	320	120	90	23	22	4
8	5	20	5	50	6	20	6	120	50	9	2	15	7	322	110	95	25	25	6
7	4	22	6	52	8	22	7	130	60	10	3	17	9	120	116	100	30	27	8
10	6	30	6	55	9	30	7	140	70	11	4	19	11	200	150	105	32	29	10
11	7	31	7	60	10	31	8	150	80	15	5	21	13	220	150	110	40	31	12
12	9	35	8	60	10	35	9	160	90	16	4	23	15	250	153	115	38	33	14
13	9	38	10	62	11	38	11	170	100	17	6	25	17	270	152	120	42	35	16
14	10	39	10	58	10	39	11	180	110	18	7	27	18	320	190	125	45	37	18
16	11	40	11	63	12	40	12	190	120	19	7	29	22	390	200	130	48	39	20
15	10	42	12	65	16	42	13	200	130	20	8	31	23	400	210	135	50	41	22

21		22		23		24		25		26		27		28		29		30	
y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x
26	40	25	7	100	24	15	4	220	30	35	50	15	6	36	60	15	13	15	3
30	30	20	9	105	22	17	5	222	10	39	40	10	8	40	50	17	14	20	5
28	35	22	10	110	30	16	4	120	15	37	45	12	9	38	55	16	13	22	6
26	38	30	15	115	35	19	6	100	50	35	48	20	14	36	58	19	15	32	6
29	42	40	18	120	40	20	7	120	52	38	52	30	17	39	62	20	16	41	7
31	45	35	16	125	35	18	5	150	54	40	55	25	15	41	65	18	14	45	8
32	43	42	18	130	43	21	9	170	52	41	53	32	17	42	63	21	18	48	10
34	37	38	18	135	45	22	9	225	90	43	47	28	17	44	57	22	18	49	11
34	38	40	19	140	48	23	8	290	100	43	48	30	18	44	58	23	19	500	12
36	42	43	20	145	50	25	10	300	110	45	52	34	20	46	62	25	20	52	13

Оцінка параметрів багатофакторної лінійної регресії

Оцінити параметри багатофакторної регресії та дослідити модель на адекватність процесу, який ми досліджуємо.

Вихідні дані для задачі

y	X ₁	X ₂
15	0,6	17
6	0,2	7
6	0,2	7
7	0,3	8
8	0,4	9

8	0,4	10
10	0,6	13
12	0,7	16
14	0,6	13
12	0,8	15

№ за/п	x_1	x_2	y	x_1y	x_2y	x_1x_2	$(x_1 - \bar{x}_1)$	$(x_1 - \bar{x}_1)^2$	$(x_2 - \bar{x}_2)$	$(x_2 - \bar{x}_2)^2$	$(y - \bar{y})$	$(y - \bar{y})^2$
1	0,6	17	15	9	255	10,2	0,12	0,0144	5,5	30,25	5,2	27,04
2	0,2	7	6	1,2	42	1,4	-0,28	0,0784	-4,5	20,25	-3,8	14,44
3	0,2	7	6	1,2	42	1,4	-0,28	0,0784	-4,5	20,25	-3,8	14,44
4	0,3	8	7	2,1	56	2,4	-0,18	0,0324	-3,5	12,25	-2,8	7,84
5	0,4	9	8	3,2	72	3,6	-0,08	0,0064	-2,5	6,25	-1,8	3,24
6	0,4	10	8	3,2	80	4	-0,08	0,0064	-1,5	2,25	-1,8	3,24
7	0,6	13	10	6	130	7,8	0,12	0,0144	1,5	2,25	0,2	0,04
8	0,7	16	12	8,4	192	11,2	0,22	0,0484	4,5	20,25	2,2	4,84
9	0,6	13	14	8,4	182	7,8	0,12	0,0144	1,5	2,25	4,2	17,64
10	0,8	15	12	9,6	180	12	0,32	0,1024	3,5	12,25	2,2	4,84
Σ	4,8	115	98	52,3	1231	61,8	0	0,396	0	128,5	0	97,6
$\bar{\Sigma}$	0,48	11,5	9,8	5,23	123,1	6,18	0	0,0396	0	12,85	0	9,76

$$\tilde{\sigma}_{x_1} = \sqrt{0,0396} = 0,199; \quad \tilde{\sigma}_{x_2} = \sqrt{12,85} = 3,585; \quad \tilde{\sigma}_x = \sqrt{9,76} = 3,124$$

Розрахуємо коефіцієнт кореляції:

$$rx_{1y} = \frac{\overline{x_1y} - \bar{x}_1\bar{y}}{\tilde{\sigma}_{x_1} \cdot \tilde{\sigma}_y} = \frac{5,23 - (0,48 \cdot 9,8)}{0,199 \cdot 3,124} = \frac{5,23 - 4,704}{0,622} = \frac{0,526}{0,622} = 0,846;$$

$$rx_{1x_2} = \frac{\overline{x_1x_2} - \bar{x}_1\bar{x}_2}{\tilde{\sigma}_{x_1} \cdot \tilde{\sigma}_{x_2}} = \frac{6,18 - (0,48 \cdot 11,5)}{0,199 \cdot 3,585} = \frac{6,18 - 5,52}{0,713} = \frac{0,66}{0,713} = 0,926.$$

$$rx_{2y} = \frac{\overline{x_2y} - \bar{x}_2\bar{y}}{\tilde{\sigma}_{x_2} \cdot \tilde{\sigma}_y} = \frac{123,1 - (11,5 \cdot 9,8)}{3,585 \cdot 3,124} = \frac{123,1 - 112,704}{11,199} = \frac{10,4}{11,199} = 0,931$$

Випишемо загальний коефіцієнт кореляції:

$R = \sqrt{\xi_1 rx_{1y} + \xi_2 rx_{2y}}$, де J_1, J_2 – стандартизовані коефіцієнти, які можна знайти з системи рівнянь:

$$\begin{cases} rx_{1y} = \xi_1 + \xi_2 \cdot rx_{1x_2} \\ rx_{1y} = \xi_1 \cdot rx_{1x_2} + \xi_2 \\ \xi_1 = rx_{1y} - \xi_2 \cdot rx_{1x_2} \\ \xi_2 = rx_{2y} - \xi_1 \cdot rx_{1x_2} \end{cases}$$

$$J_1 = rx_{1y} - rx_{1x_2} (rx_{2y} - \xi_1 \cdot rx_{1x_2});$$

$$J_1 = 0,846 - 0,926 (0,931 - J_1 \cdot 0,926); \quad J_1 = 0,846 - 0,862 + 0,857 \cdot J_1;$$

$$J_1 - 0,857 \cdot J_1 = -0,016;$$

$$0,143 \cdot J_1 = -0,016;$$

$$J_1 = -0,112;$$

$$J_2 = 0,931 - (-0,112) \cdot 0,926; \quad J_2 = 0,931 + 0,104 = 1,035.$$

$$R = \sqrt{(-0,112) \cdot 0,846 + 1,035 \cdot 0,931} = \sqrt{-0,095 + 0,964} = \sqrt{0,869} = 0,932.$$

Загальний вигляд багатфакторної моделі: $y = v_0 + v_1x_1 + v_2x_2 + \epsilon$, а вигляд оціненої моделі такий: $y = b_0 - b_1x_1 + b_2x_2$

Коефіцієнти: $b_1 = \xi_1 \cdot \tilde{\partial}y / \tilde{\partial}x_1$; $b_2 = \xi_2 \cdot \tilde{\partial}y / \tilde{\partial}x_2$;

$$b_0 = \bar{y} - b_1x_1 - b_2x_2$$

$$b_1 = (-0,112) \cdot 3,124 / 0,199 = (-0,112) \cdot 15,698 = -1,758$$

$$b_2 = 1,035 \cdot 3,124 / 3,585 = 1,035 \cdot 0,871 = 0,901$$

$$b_0 = 9,8 - (-1,758) \cdot 0,48 - 0,901 \cdot 11,5 = 9,8 - (-0,844) - 10,362 = 0,282$$

$$y = 0,282 - 1,758x_1 + 0,901x_2$$

Висновок. Оскільки r та $R^2 \rightarrow 1$, то модель адекватна економічному процесу, що ми досліджуємо. Оскільки $rx_1y \rightarrow 1$ та $rx_2y \rightarrow 1$, то має місце тісний прямий зв'язок між фактором і результативним показником.

Варіанти до завдання

Оцінити параметри моделі лінійної багатфакторної регресії. Побудувати кореляційну матрицю. Зробити висновки про зв'язок між факторами і результативним показником. Оцінити адекватність моделі.

1			2			3			4			5		
y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂
2	0,4	10	10	2	1	5	3	10	6	4	10	33	0,6	11
5	0,9	8	14	2	3	8	7	11	8	7	11	30	0,5	16
6	1,2	10	17	8	11	6	8	9	6	8	9	31	0,8	14
7	1,3	9	15	3	4	9	5	12	9	5	12	32	0,7	10
7	1,1	12	16	7	9	2	10	13	2	10	13	26	0,6	12
8	1,4	13	11	3	4	7	6	14	7	6	14	35	0,6	13
4	0,7	9	15	5	7	3	7	9	3	9	10	30	0,7	18
6	0,9	12	11	4	4	4	9	8	4	9	8	25	0,5	15
7	1,4	13	17	9	10	8	5	13	8	5	13	21	0,6	15
3	0,4	11	18	10	12	7	6	12	7	6	12	34	0,9	7

6			7			8			9			10		
y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂
50	1,5	2	11	6	6	9	11	5	29	1	4	4	5	6
40	2,5	3	12	4	6	10	12	5	34	4	6	5	6	7
54	3,5	4	9	6	3	14	12	4	33	8	6	6	7	8
44	4	5	14	4	2	15	12	5	41	5	6	6	3	5
65	5,5	6	7	4	5	12	15	6	50	6	9	8	1	7
64	3	6	9	8	1	19	15	3	55	4	9	11	6	8
70	2,5	7	16	7	2	13	19	7	54	7	10	14	6	9
80	4,5	8	15	6	8	11	20	5	56	7	10	14	7	8

72	4,5	9	16	4	10	14	19	7	62	8	11	16	8	10
110	3,1	10	19	6	10	15	22	9	60	7	12	14	8	9

11			12			13			14			15		
y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂
3	1,3	11	11	3	2	6	4	10	33	1,5	11	51	2,5	3
5	1,9	8	13	3	3	8	7	11	30	1,4	16	41	3,5	4
7	2,2	11	18	9	11	6	8	9	31	1,7	14	56	4,3	5
8	2,3	14	14	3	5	9	5	12	32	1,6	10	45	5	6
8	2,1	14	16	7	9	2	10	13	26	1,5	12	68	6,7	7
9	2,4	14	11	4	5	7	6	14	35	1,5	13	66	4	7
5	1,7	9	15	6	8	3	7	9	30	1,6	18	80	3,9	8
7	1,9	13	13	4	4	4	9	8	25	1,4	15	90	5,1	9
8	2,3	13	17	10	11	8	5	13	21	1,5	15	73	5,5	10
4	1,4	12	19	11	12	7	6	12	34	1,9	8	111	4,1	11

16			17			18			19			20		
y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂
13	7	7	10	13	6	10	3	6	5	6	7	16	1,6	18
14	5	7	12	14	7	12	6	7	6	10	9	7	1,2	8
10	8	5	15	14	6	15	9	7	7	5	6	7	1,2	8
15	5	3	16	15	6	16	7	8	7	4	6	8	1,3	9
8	6	7	13	16	7	13	6	9	9	2	8	9	1,4	10
10	9	2	20	17	5	20	5	10	12	6	9	9	1,4	11
18	8	3	14	20	8	14	8	10	15	7	10	11	1,6	14
15	7	9	12	20	6	12	7	11	15	8	9	13	1,7	17
17	6	10	15	21	9	15	9	12	17	9	11	15	1,6	14
20	7	11	16	23	10	16	8	13	15	10	10	13	1,8	16

21			22			23			24			25		
y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂
1	0,3	9	9	1	1	4	8	8	31	0,5	9	11	0,5	1
4	0,9	6	11	1	2	6	5	9	28	0,4	14	12	1,5	2
5	1,2	9	16	7	9	4	6	7	29	0,7	12	8	2,3	3
6	1,3	8	12	1	3	7	3	10	30	0,6	8	13	3	4
6	1,1	12	14	5	7	1	8	11	24	0,5	10	6	4,7	5
7	1,4	12	9	2	3	5	4	12	33	0,5	11	8	2	5
3	0,7	7	13	4	6	1	5	7	28	0,6	16	16	1,9	6
5	0,9	11	11	2	2	2	7	6	23	0,4	13	13	3,1	5

6	1,3	11	15	8	9	6	3	11	19	0,5	13	15	3,5	4
2	0,4	10	17	9	10	5	14	10	32	0,9	8	18	2,1	5

26			27			28			29			30		
y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂	y	x ₁	x ₂
8	11	4	28	1	4	3	4	5	14	0,5	16	17	2,6	19
10	12	5	33	4	5	4	8	7	5	0,2	6	8	2,2	9
13	12	4	32	7	5	5	3	4	5	0,2	6	8	2,2	9
14	13	4	40	5	6	5	2	4	6	0,3	7	9	2,3	10
11	14	5	49	4	7	7	1	6	7	0,4	8	10	2,4	11
18	15	3	54	3	8	10	4	7	7	0,4	9	10	2,4	11
12	18	6	53	6	8	15	5	8	9	0,6	12	12	2,6	14
10	18	4	55	7	9	15	6	7	11	0,7	15	14	2,7	17
13	19	7	61	6	10	15	9	9	13	0,6	12	16	2,6	15
14	21	8	59	8	11	13	8	10	11	0,8	14	14	2,8	16

Аналіз моделі нелінійної регресії

Використовуючи показник ефективності роботи локомотивного депо, розрахувати параметри моделі степеневі залежності. Використовуючи метод екстраполяції, знайти прогнозні дані для наступного року динамічного ряду.

№ за/п	Показники	Роки						
		1	2	3	4	5	6	7
1	Продуктивність праці	3554	3487	3648	3742	3806	3851	4007

1. Таблиця розрахункових даних:

№	x	y	lg x	lg y	lg x lg y	lg x ²
1	1	3354	0	3,525563	0	0
2	2	3487	0,30103	3,542452	1,066384	0,60206
3	3	3648	0,477121	3,562055	1,699532	0,954243
4	4	3742	0,60206	3,573104	2,151223	1,20412
5	5	3806	0,69897	3,580469	2,50264	1,39794
6	6	3851	0,778151	3,585574	2,790119	1,556303
7	7	4007	0,845098	3,602819	3,044736	1,690196
Сума	—	—	3,702431	24,97204	13,25463	7,404861

2. Визначаємо коефіцієнт степеневі моделі:

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n \lg x_i \lg y_i - \sum_{i=1}^n \lg x_i \sum_{i=1}^n \lg y_i}{n \sum_{i=1}^n \lg x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n \lg x_i \right)^2} = 0,0085 ;$$

$$\lg a = \frac{\sum_{i=1}^n \lg y_i - b \sum_{i=1}^n \lg x_i}{n} = 3,55629 ;$$

3. Загальний вигляд моделі: $y = 1050x^{0,0085}$

4. З допомогою методу екстраполяції, знайдемо прогнозні дані для наступного року: $y = 1050 \cdot 8^{0,0085} = 4163$.

Висновок. Використовуючи показник ефективності роботи локомотивного депо, розраховано параметри моделі степеневі залежності ($a = 1050$, $b = 0,0085$). Використовуючи метод екстраполяції, знайдені прогнозні дані для наступного року динамічного ряду ($y = 4163$).

Варіанти до завдання

Використовуючи показники ефективності роботи локомотивного депо, розрахувати параметри моделі степеневі залежності.

Використовуючи метод екстраполяція, знайти прогнозні дані для наступного року динамічного ряду.

варіант	Показники	Роки						
		1	2	3	4	5	6	7
1	Обсяг перевезень, млн т-км	6244	6895	6970	7020	7275	7381	7620
2	Собівартість перевезень, грн	2,63	2,601	2,57	2,52	2,439	2,51	2,45
3	Продуктивність праці, т-км/осіб	3554	3687	3848	3942	4006	4051	4207
4	Фондовіддача, т-км/грн	304	306	305	307	311	313	318
5	Продуктивність локомотива, тис. т-км	529	531	535	540	551	574	576
6	Вага локомотива, т	930	938	940	943	990	1015	1022
7	Середньодобовий прохід локомотива, км	440	460	480	475	500	531	513
8	Продуктивність локомотива у вантажному русі, тис. т-км	2319	2335	2355	2367	2350	2380	2386
9	Вага поїзда у вантажному русі, т	3060	3085	3091	3110	3090	3095	3005
10	Середньодобовий прохід поїзда у вантажному русі, км	640	641	631	635	649	647	655

варіант	Показники	Роки						
		1	2	3	4	5	6	7
11	Обсяг перевезень, млн т-км	7114	7685	7860	7910	8165	8271	8510
12	Собівартість перевезень, грн	2,43	2,401	2,37	2,32	2,293	2,31	2,24
13	Продуктивність праці, т-км/осіб	3354	3487	3648	3742	3806	3851	4007
14	Фондовіддача, т-км/грн	284	286	285	287	291	293	298
15	Продуктивність локомотива, тис. т-км	319	321	325	330	331	354	366
16	Вага локомотива, т	820	828	840	863	890	905	912
17	Середньодобовий прохід локомотива, км	530	550	570	565	590	621	603
18	Продуктивність локомотива у вантажному русі, тис. т-км	2209	2225	2245	2257	2240	2270	2276
19	Вага поїзда у вантажному русі, т	3050	3075	3081	3000	3080	3085	3095
20	Середньодобовий прохід поїзда у вантажному русі, км	730	731	721	725	739	737	745

варіант	Показники	Роки						
		1	2	3	4	5	6	7
21	Обсяг перевезень, млн т-км	7214	7785	7960	8010	8265	8371	8610
22	Собівартість перевезень, грн.	2,44	2,411	2,38	2,33	2,303	2,32	2,25
23	Продуктивність праці, т-км/осіб	3364	3398	3658	3752	3816	3861	4017
24	Фондовіддача, т-км/грн	384	386	385	387	391	393	398
25	Продуктивність локомотива, тис. т-км	519	521	525	530	541	564	566
26	Вага локомотива, т	920	928	930	963	980	995	1002
27	Середньодобовий прохід локомотива, км	430	440	490	465	480	501	493
28	Продуктивність локомотива у вантажному русі, тис. т-км	2009	2025	2045	2057	2040	2070	2076
29	Вага поїзда у вантажному русі, т	3140	3165	3171	3195	3170	3175	3185
30	Середньодобовий прохід поїзда у вантажному русі, км	710	722	711	716	729	728	735

5. ПІДСУМКОВИЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНЬ

5.1. Контрольні заходи

Контрольні заходи, які дозволяють оцінити рівень знань студентів по курсу, поділяються на поточні та підсумкові.

У поточному порядку знання оцінюються в процесі виконання теоретичних та розрахункових контрольних завдань і тестування у формі опитування або письмово.

Поточні контрольні заходи проводяться наприкінці самостійного вивчення тем курсу згідно з тематичним планом навчальної дисципліни залежно від обсягу вивченого матеріалу. Перелік запитань та задач визначається змістом лекційного курсу та виконаними практичними завданнями.

Періодичність та складність поточних контрольних заходів обирається викладачем. Можливе систематичне проведення опитування, надання коротких письмових відповідей або тестування на початку кожного практичного заняття протягом 5-10 хвилин за матеріалом, вивченим на попередньому занятті, або періодичне, більш глибоке розкриття за відносно ширшим переліком завдань, що охоплює матеріали декілька занять, змісту окремих аспектів економіки транспортної галузі три-чотири рази у семестрі.

Якість засвоєння навчального матеріалу по дисципліні в цілому визначення за підсумком виконання контрольної роботи, при проведенні іспиту по курсу.

Контрольна робота виконується студентами безвідривної форми навчання у письмовій формі згідно з другим розділом даних методичних вказівок.

Іспит по дисципліні проводиться в усній формі. Студенти отримують екзаменаційні білети, які містять два комплексних питання з курсу та одне розрахункове завдання. Білети побудовано таким чином, що можлива оцінка знань по загальних економічних проблемах функціонування і розвитку транспорту та по особливостях господарювання залізниць. Задачі дозволяють оцінити рівень надбання навичок прикладної роботи та побудовано по розрахункових матеріалах практичних занять.

Після отримання білета студенту надається 20 хвилин на підготовку по теоретичних питаннях та вирішення задачі. Після підготовки проводиться співбесіда з екзаменатором, протягом якої викладач може задавати додаткові питання. Якість підготовки оцінюється за чотирибальною системою («відмінно», «добре», «задовільно», «не задовільно»).

5.2. Критерії атестаційної оцінки

«Відмінно» – відповідь побудована на рівні самостійного творчого мислення на основі ґрунтовного знання проблеми, що висвітлюється, основних понять та категорій, розуміння закономірностей процесів моделювання в ринкових умовах господарювання, грамотне, логічно-послідовне викладення теоретичного матеріалу, вміння пов'язувати його з практикою транспортних підприємств, а також робити узагальнення та висновки.

«Добре» – вірна відповідь, побудована на рівні самостійного мислення з елементами творчого пошуку, розуміння студентом основних закономірностей економічних процесів. Допускаються окремі незначні помилки та неточності у висвітленні неосновних аспектів проблеми.

«Задовільно» – в цілому вірна відповідь на рівні загального сприйняття економічних ситуацій. Допускаються недостатньо вірні формулювання, окремі незначні помилки у висвітленні основних аспектів проблеми, незнання другорядних понять і категорій.

«Незадовільно» – невірна відповідь на питання. Допущені значні помилки, що мають принципове значення в теоретичних визначеннях і практичному застосуванні. Незнання більшості понять і категорій економіки транспорту. Нерозуміння основних закономірностей розвитку транспортних підприємств в умовах ринкових відносин. Неспроможність аналізувати процеси моделювання.

«Зараховано» – при дотриманні вимог по оцінках «відмінно», «добре», «задовільно».

«Не зараховано» – відповідає оцінці «незадовільно».

6. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна:

1. *Демиденко Е. З.* Линейная и нелинейная регрессия. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 302 с.
2. *Джонстон Дж.* Эконометрические методы. – М.: Статистика, 1980. – 444 с.
3. *Доугерти К.* Введение в эконометрику. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 402 с.
4. *Задорожний Г. В., Иващенко П. А.* Эконометрика: Ч. 1. – Харьков: Харьковский институт бизнеса и менеджмента, 1996. – 104 с.
5. *Задорожний Г. В., Иващенко П. А.* Эконометрика: Ч. 2. – Харьков: Харьковский институт бизнеса и менеджмента, 1996. – 99 с.
6. *Иванова В. М.* Основы эконометрики: Учебное пособие – М.: Моск. эконом.-стат. ин-т. – М., 1995. – 145 с.
7. *Кейн Э.* Эконометрическая статистика и эконометрия. Вып. 2. – М.: Статистика, 1977. – 255 с.
8. *Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А.* Эконометрика. Начальный курс. – М.: Депо, 1997. – 248 с.
9. *Назаренко А. М.* Эконометрика: Учебное пособие. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2000. – 404 с.
10. *Наконечний С. Н., Терещенко Т. О., Романюк Т. П.* Економетрія: Підручник. – Вид. 2-ге, допов. та перероб. – К.: КНЕУ, 2000. – 296 с.
11. *Толбанов Ю. В.* Економетрика: Учбовий посібник. – К.: Четверта хвиля, 1997. – 320 с.

Додаткова:

1. *Бирман Г., Шмидт С.* Экономический анализ инвестиционных проектов. / Пер. с англ. под ред. Л. П. Белых. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997. – 631 с.
2. *Гочаков А. А., Орлова И. В.* Компьютерные экономическо-математические модели: Учебное пособие. – М.: Компьютер, ЮНИТИ, 1995. – 170 с.
3. *Кейн Э.* Эконометрическая статистика и эконометрия. Вып. 1. – М.: Статистика, 1977. – 255 с.
4. *Грубар Й.* Эконометрия: Учебное пособие для студентов экономических специальностей. – К., 1996. Т.1. Введение в эконометрию. – 400 с.
5. *Колемаев В. А., Калинина В. Н.* Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 301 с.
6. *Коршунова Н. И., Плясунов В. С.* Математика в экономике: Учебное пособие. – М.: Вита-Пресс, 1996. – 368 с.
7. *Лук'яненко І. Г., Краснікова Л. І.* Економетрія: Підручник. – К.: Товариство «Знання», КОО, 1998. – 494 с.
8. *Пирогов Г. Г., Федоровський Ю. П.* Проблемы структурного оценивания в эконометрии. – М.: Статистика, 1979. – 327 с.

9. *Пустыльник Е. И.* Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 288 с.

10. *Розин Б. Б., Соколов В. М., Ягольницер М. Я.* Статистические модели в эконометрическом анализе, планировании и управлении непрерывными процессами. – Новосибирск: Наука, 1991. – 255 с.

11. *Справочник по прикладной статистике. Т.1* / Пер. с англ.; Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Ю. Н. Тюрина. – М.: Финансы и справочника, 1989. – 510 с.

12. *Справочник по прикладной статистике. Т.2* / Пер. с англ. / Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, С. А. Айвазяна, Ю. Н. Тюрина. – М.: Финансы и справочника, 1990. – 526 с.

13. *Фишер Ф.* Проблема индентификации в эконометрии. – М.: Статистика, 1978. – 223 с.

Навчально-методичне видання

ЕКОНОМЕТРІЯ

Методичні вказівки
до виконання контрольної роботи та самостійної роботи для
студентів
економічних спеціальностей
всіх форм навчання

Укладачі: д.е.н., проф., Пасічник В.І.
к. е. н., доцент Творонович В.І.;
к. е. н., доцент Гудкова В. П;
к. е. н. , доцент Позднякова О.В.

Відповідальний за випуск – *к.е. н. Творонович В.І.*

Підписано до друку 12.06.13р. Формат паперу 60x84/16, папір офсетний,
Друк – на ризографі. Замовлення № 166/13, тираж 40 прим.

Надруковано у друкарні Видавництва
Державного економіко - технологічного університету транспорту,
Свідоцтво по реєстрацію від 27.12.07р.

Серія ДК № 3079
03049, м. Київ – 49, вул.. Миколи Лукашевича, 19