

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОНОМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТУ

Кафедра вищої математики

Т.В. КРИЖАНОВСЬКА
Т.С. КЛЕЦЬКА
Т.М. СЕМЕНЕНКО

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

Методичні вказівки для виконання розрахункової роботи № 1
для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки
6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит»,
6.030504 «Економіка підприємства»

Київ 2013

Математика для економістів. Методичні вказівки для виконання розрахункової роботи № 1 для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки 6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит», 6.030504 «Економіка підприємства / Крижановська Т.В., Клецька Т.С., Семененко Т.М. – К.: ДЕТУТ, 2013. – 63 с.

Методичні вказівки призначені для індивідуальної роботи студентів з математики для економістів. В них наводяться основні типи задач з математики для економістів для студентів I курсу економічних спеціальностей. На простих прикладах вивчаються найбільш характерні методи розв'язання математичних задач.

Методичні вказівки розглянуто та затверджено на засіданні кафедри вищої математики (протокол № 2 від 21.09.2011) та на засіданні методичної комісії факультету (протокол № від 25.10.2011).

Методичні вказівки призначені для студентів всіх форм навчання за напрямами підготовки 6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит», 6.030504 «Економіка підприємства».

Укладачі: Т.В. Крижановська, к.ф.-м. н., доцент
Т.С. Клецька, старший викладач
Т.М. Семененко, старший викладач

Рецензенти: А.Ю.Андрейцев, к.ф.-м. н., доцент
В.М.Семененко, д.т.н, провідний науковий співробітник

ЗМІСТ

<i>Передмова</i>	4
<i>Методичні рекомендації до виконання розрахункової роботи</i>	5
<i>Завдання для самостійної роботи студентів</i>	17
<i>Контрольні питання з дисципліни</i>	60
<i>Додаток</i>	61
<i>Список рекомендованої літератури</i>	62

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки охоплюють основні розділи курсу математики для економістів для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки 6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит», 6.030504 «Економіка підприємства» за I семестр I курсу. Це елементи лінійної та векторної алгебри, аналітична геометрія, основи математичного аналізу та диференціальне числення функцій однієї змінної. До цих розділів належать задачі розрахункової роботи № 1. Послідовність номерів задач відповідає послідовності лекцій курсу математики для економістів. Це забезпечує рівномірне завантаження студентів і виконання ними розрахункової роботи протягом семестру, починаючи з першої лекції. Для полегшення орієнтації студентів в курсі математики для економістів та глибшого засвоєння навчального матеріалу перед переліком умов завдань для самостійної роботи студентів наведено методичні рекомендації для розв'язання відповідних задач, а в кінці методичних вказівок – список контрольних питань з теорії, додатки (список еквівалентних замін нескінченно малих функцій і таблиця похідних), а також наведено список рекомендованої літератури.

Методичні вказівки складені на основі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра галузі знань 0305 «Економіка та підприємництво» для студентів заочної форми навчання за напрямами підготовки:

- 6.030508 «Фінанси і кредит»;
- 6.030509 «Облік і аудит»;
- 6.030504 «Економіка підприємства».

Розрахункова робота повинна виконуватись на аркушах паперу білого кольору формату А4 на одному боці аркуша відповідно до чинних правил оформлення розрахункових і контрольних робіт. Зворотній бік аркуша використовується для виправлення помилок, а також для можливих допоміжних зауважень, вказівок і пояснень викладача. На титульній сторінці обов'язково має бути вказано назву університету, назву предмета (математика для економістів), номер розрахункової роботи, прізвище та ініціали студента, групу, в якій він навчається, а також прізвище викладача, який перевіряє роботу.

Методичні вказівки містять 30 варіантів розрахункової роботи. Номер варіанта визначається порядковим номером прізвища студента в журналі викладача.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

Задача 1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -6 & 4 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 9 & 5 & -8 \\ 4 & 7 & 7 & -11 \end{vmatrix}$.

Розв'язання:

1) Обчислимо визначник за правилом трикутників:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -6 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-5) \cdot 4 + 2 \cdot (-3) \cdot 5 + 4 \cdot (-6) \cdot 2 - 2 \cdot (-5) \cdot 5 - 4 \cdot (-3) \cdot 4 - \\ - 3 \cdot (-6) \cdot 2 = -60 - 30 - 48 + 50 + 48 + 36 = -4;$$

2) Обчислимо визначник Δ , розкладаючи його за елементами 4-го рядка:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 5 & 9 & 5 & -8 \\ 4 & 7 & 7 & -11 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 9 & 5 & -8 \end{vmatrix} + 7 \cdot (-1)^{4+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & -8 \end{vmatrix} + 7 \cdot (-1)^{4+3} + \\ + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 5 & 9 & -8 \end{vmatrix} - 11 \cdot (-1)^{4+4} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 5 & 9 & 5 \end{vmatrix} = -4 \cdot (-8 + 18 + 15 - 27 - 10 + 8) + \\ + 7 \cdot (-8 + 10 + 15 - 15 - 10 + 8) - 7 \cdot (-8 + 10 + 27 - 15 - 18 + 8) - 11 \cdot 0 = \\ = 16 + 0 - 28 - 0 = -12.$$

Відповідь: 1) -4 ; 2) -12 .

Задача 2. Обчислити $AB - 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Розв'язання:

$$AB = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 7 \cdot 3 & 5 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 7 \cdot (-1) & 5 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 7 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-1) & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \\ -1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 3 & -1 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) & -1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 26 & 3 & 22 \\ 14 & -1 & 8 \\ 5 & -4 & -1 \end{pmatrix};$$

$$2B = 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$AB - 2B = \begin{pmatrix} 26 & 3 & 22 \\ 14 & -1 & 8 \\ 5 & -4 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & -1 & 16 \\ 10 & -1 & 6 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Відповідь: $\begin{pmatrix} 24 & -1 & 16 \\ 10 & -1 & 6 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$

Задача 3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -9 & 5 & 1 \\ -1 & 9 & 1 \\ 6 & 20 & -1 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання:

Знайдемо обернену матрицю A^{-1} :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \end{vmatrix} = 15 + 3 - 20 + 15 - 30 - 2 = -19.$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 13 \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 25 \quad A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 18$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} = -9 \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} = -10 \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -11$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -1 \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 3$$

Отримали обернену матрицю:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = -\frac{1}{19} \begin{pmatrix} 13 & 25 & 18 \\ -9 & -10 & -11 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$X = B \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} -9 & 5 & 1 \\ -1 & 9 & 1 \\ 6 & 20 & -1 \end{pmatrix} \left(-\frac{1}{19} \right) \begin{pmatrix} 13 & 25 & 18 \\ -9 & -10 & -11 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{19} \begin{pmatrix} -163 & -274 & -214 \\ -95 & -114 & -114 \\ -101 & -51 & -115 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{163}{19} & \frac{274}{19} & \frac{214}{19} \\ \frac{5}{19} & \frac{6}{19} & \frac{6}{19} \\ \frac{101}{19} & \frac{51}{19} & \frac{115}{19} \end{pmatrix}.$$

Перевірка: $\begin{pmatrix} \frac{163}{19} & \frac{274}{19} & \frac{214}{19} \\ \frac{5}{19} & \frac{6}{19} & \frac{6}{19} \\ \frac{101}{19} & \frac{51}{19} & \frac{115}{19} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 5 & 1 \\ -1 & 9 & 1 \\ 6 & 20 & -1 \end{pmatrix}.$

Відповідь: $X = \begin{pmatrix} \frac{163}{19} & \frac{274}{19} & \frac{214}{19} \\ \frac{5}{19} & \frac{6}{19} & \frac{6}{19} \\ \frac{101}{19} & \frac{51}{19} & \frac{115}{19} \end{pmatrix}.$

Задача 4. Розв'язати систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 3x - 3y + 2z = -2 \\ 4x - 5y + 2z = -3 \\ 5x - 6y + 4z = -1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ x + 2y + 4z = 6 \\ 2x - 3y - 3z = 6 \end{cases}.$$

Розв'язання:

1) Розв'яжемо систему за правилом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -6 & 4 \end{vmatrix} = -60 - 30 - 48 + 50 + 36 + 48 = -4;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 2 \\ -3 & -5 & 2 \\ -1 & -6 & 4 \end{vmatrix} = 40 + 6 + 36 - 10 - 24 - 36 = 12;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 4 & -3 & 2 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -36 - 20 - 8 + 30 + 6 + 32 = 4;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 \\ 4 & -5 & -3 \\ 5 & -6 & -1 \end{vmatrix} = 15 + 45 + 48 - 50 - 54 - 12 = -8.$$

За формулами Крамера:

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{12}{-4} = -3; \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{4}{-4} = -1; \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-8}{-4} = 2.$$

$$\text{Перевірка: } \begin{cases} 3(-3) - 3(-1) + 2 \cdot 2 = -2 \\ 4(-3) - 5(-1) + 2 \cdot 2 = -3 \\ 5(-3) - 6(-1) + 4 \cdot 2 = -1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 2y + 2z = 2 \\ 4x + 5y - 5z = -8 \\ 5x + 7y - 2z = -5 \end{cases}$$

Розв'яжемо систему методом Гаусса. Складемо розширену матрицю системи:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & -5 & -8 \\ 5 & 7 & -2 & -5 \end{array} \right)$$

Зведемо матрицю до трикутного вигляду шляхом елементарних перетворень:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & -5 & -8 \\ 5 & 7 & -2 & -5 \end{array} \right) \underset{\substack{II-I \times 4 \\ III-I \times 5}}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -13 & -16 \\ 0 & -3 & -12 & -15 \end{array} \right) \underset{III-II}{\sim} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -13 & -16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \underset{II \times (-1)}{\sim} \\ & \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 13 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

$r(A) = r(\tilde{A}) = 3$, отже за теоремою Кронекера-Капеллі система має єдиний розв'язок.

Тепер згідно з матрицею відтворимо систему, еквівалентну заданій:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_2 + 13x_3 = 16 \\ x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

З останнього рівняння системи $x_3 = 1$, потім з другого знаходимо $x_2 = 1$ і з першого $x_1 = -2$.

$$\text{Перевірка: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -8 \\ 5x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -5 \end{cases} \begin{cases} 2 = 2 \\ -8 = -8 \\ -5 = -5 \end{cases}$$

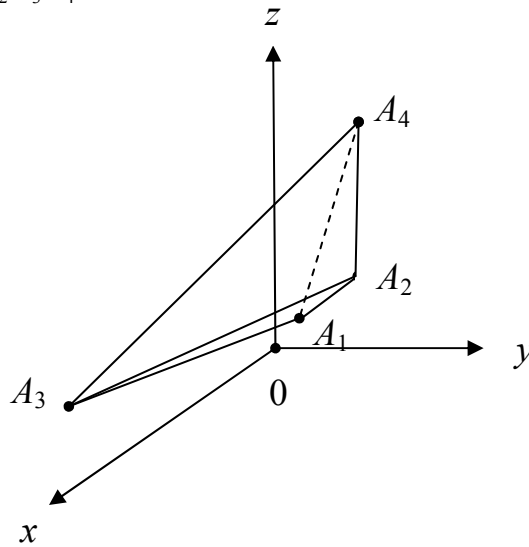
Відповідь: 1) $-3; -1; 2$; 2) $-2; 1; 1$.

Задача 5. Задано точки $A_1(1; 1; 1)$, $A_2(2; 2; 2)$, $A_3(3; 0; 1)$, $A_4(0; 1; 2)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_1A_3}$ і $\overline{A_1A_4}$;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів $\overline{A_1A_2}$ і $\overline{A_1A_3}$;
- 3) кут, утворений векторами $\overline{A_1A_2}$ і $\overline{A_1A_3}$;
- 4) площу трикутника $A_1A_2A_3$;
- 5) об'єм піраміди $A_1A_2A_3A_4$;
- 6) рівняння прямої A_1A_2 ;
- 7) рівняння площини $A_1A_2A_3$;
- 8) рівняння висоти A_4H , опущеної з точки A_4 на площину $A_1A_2A_3$.

Розв'язання:

Побудуємо піраміду $A_1A_2A_3A_4$:



а) Знайдемо координати вектора $\overline{A_1A_2} = (2 - 1; 2 - 1; 2 - 1) = (1; 1; 1)$.

Довжина ребра A_1A_2 – це модуль вектора $\overline{A_1A_2}$

$$|\overline{A_1A_2}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}.$$

б) Кут між ребрами A_1A_2 та A_1A_4 – це кут між векторами $\overline{A_1A_2}$ та $\overline{A_1A_4}$.

$$\overline{A_1A_2} = (1; 1; 1); \quad \overline{A_1A_4} = (0 - 1; 1 - 1; 2 - 1) = (-1; 0; 1).$$

$$\cos \varphi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} = \frac{1 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2}} = 0$$

$$\varphi = \arccos 0 = 90^\circ$$

в) Знайдемо нормальний вектор до площини $A_1A_2A_3$ як векторний добуток

$$\vec{n} = \overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}.$$

$$\overline{A_1A_2} = (1; 1; 1); \quad \overline{A_1A_3} = (3 - 1; 0 - 1; 1 - 1) = (2; -1; 0)$$

$$\bar{n} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \bar{i} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} - \bar{j} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + \bar{k} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k} = (1; 2; -3).$$

Знайдемо кут між ребром A_1A_4 і площиною $A_1A_2A_3$.

$$\overline{A_1A_4}(-1; 0; 1); \quad \bar{n}(1; 2; -3)$$

$$\sin \psi = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} = \frac{-1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot (-3)}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \frac{-4}{2\sqrt{7}} = -\frac{2}{\sqrt{7}} \approx -0,76$$

Отримали $\sin \psi < 0$, це означає, що кут між $\overline{A_1A_4}$ і \bar{N} більше 180° . За кут між ребром A_1A_4 і площиною $A_1A_2A_3$ візьмемо кут, для якого

$$\sin \psi = 0,76, \quad \psi = \arcsin 0,76 = 49^\circ.$$

г) Площа грані $A_1A_2A_3$ обчислюється за формулою $S_{A_1A_2A_3} = \frac{1}{2} |\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}|$.

$$\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3} = \bar{n} = (1; 2; -3).$$

$$S_{A_1A_2A_3} = \frac{1}{2} |\overline{A_1A_2} \times \overline{A_1A_3}| = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} = \frac{\sqrt{14}}{2} \text{ кв.од.}$$

д) Об'єм піраміди $A_1A_2A_3A_4$ знаходиться за формулою $V_{nip} = \frac{1}{6} |\overline{abc}|$,

$$\text{де } \bar{a} = \overline{A_1A_2} = (1; 1; 1); \quad \bar{b} = \overline{A_1A_3} = (2; -1; 0); \quad \bar{c} = \overline{A_1A_4} = (-1; 0; 1).$$

$$\overline{abc} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 0 + 0 - 1 - 2 - 0 = -4 \quad \Rightarrow \quad V_{nip} = \frac{1}{6} |\overline{abc}| = \frac{1}{6} |-4| = \frac{2}{3} \text{ куб. од.}$$

е) Складемо рівняння прямої A_1A_2 як прямої, що проходить через дві точки $A_1(1; 1; 1)$ і $A_2(2; 2; 2)$.

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

$$\frac{x - 1}{2 - 1} = \frac{y - 1}{2 - 1} = \frac{z - 1}{2 - 1}$$

$$\frac{x - 1}{1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 1}{1}.$$

є) Запишемо рівняння площини $A_1A_2A_3$ як площини, що проходить через задану точку $A_1(1; 1; 1)$ з заданим нормальним вектором $\bar{n}(1; 2; -3)$.

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$1(x - 1) + 2(y - 1) - 3(z - 1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x + 2y - 3z = 0.$$

ж) Запишемо рівняння висоти, проведеної з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$, як канонічне рівняння прямої, що проходить через точку $A_4(0;1;2)$ паралельно нормальному вектору $\vec{n}(1;2;-3)$ площини $A_1A_2A_3$.

$$\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n} \Leftrightarrow \frac{x-0}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}.$$

Відповідь: а) $|\overline{A_1A_2}| = \sqrt{3}$; б) $\varphi = 90^\circ$; в) $\psi = 49^\circ$; г) $S = \frac{\sqrt{14}}{2}$ кв.од.;

д) $V = \frac{2}{3}$ куб.од.; е) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$; є) $x+2y-3z=0$; ж) $\frac{x-0}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$.

Задача 6. Записати канонічне рівняння еліпса, якщо його велика піввісь дорівнює 6, а ексцентриситет дорівнює 0,5. Визначити координати фокусів.

Розв'язання:

Канонічне рівняння еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. За умовою задачі $a = 6$, а $\varepsilon = 0,5$.

Використаємо формулу $\varepsilon = \frac{c}{a} \Rightarrow c = \varepsilon a = 3$ – фокусна відстань.

Отже, координати фокусів еліпса будуть $F_1(3;0)$ і $F_2(-3;0)$.

Знайдемо піввісь b : $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow b = \sqrt{27}$.

Канонічне рівняння даного еліпса матиме вигляд $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$.

Відповідь: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$.

Задача 7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+4}{n-5}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+3n-9}{1-n^2}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+3}{n^2-1} \right)^{2n+3}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-9}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 6x}{\sin 3x^2}$.

Розв'язання:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+4}{n-5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(7 + \frac{4}{n} \right)}{n \left(1 - \frac{5}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 + \frac{4}{n}}{1 - \frac{5}{n}} = \frac{7+0}{1-0} = 7;$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 9}{1 - n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(2 + \frac{3}{n} - \frac{9}{n^2} \right)}{n^2 \left(\frac{1}{n^2} - 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n} - \frac{9}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 1} = \frac{2 + 0 - 0}{0 - 1} = -2;$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 3}{n^2 - 1} \right)^{2n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 1 + 4}{n^2 - 1} \right)^{2n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2 - 1}{4} \cdot \frac{4(2n+3)}{n^2 - 1}} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{4(2n+3)}{n^2 - 1}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4(2n+3)}{n^2 - 1}} = e^0 = 1;$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x+3} = \frac{3+2}{3+3} = \frac{5}{6};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\infty} = 0;$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 6x}{\sin 3x^2} = \left| \begin{array}{l} \operatorname{tg} x \sim x, x \rightarrow 0 \\ \sin x \sim x, x \rightarrow 0 \end{array} \right| = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot 6x}{3x^2} = \frac{6}{3} = 2.$$

Відповідь: 1) 7; 2) -2; 3) 1; 4) $\frac{5}{6}$; 5) 0; 6) 2.

Задача 8. Дослідити на неперервність функцію: $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ 3^x + 1, & 0 \leq x < 1. \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$

Розв'язання:

Функція $y = f(x)$ є композицією елементарних функцій, які неперервні в своїх областях визначення. Тому $y = f(x)$ неперервна на множині $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$.

Дослідимо функцію на неперервність в точках $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

$$1) x_1 = 0: \quad f(x_1) = f(0) = 3^0 + 1 = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x + 2) = 0 + 2 = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (3^x + 1) = 2.$$

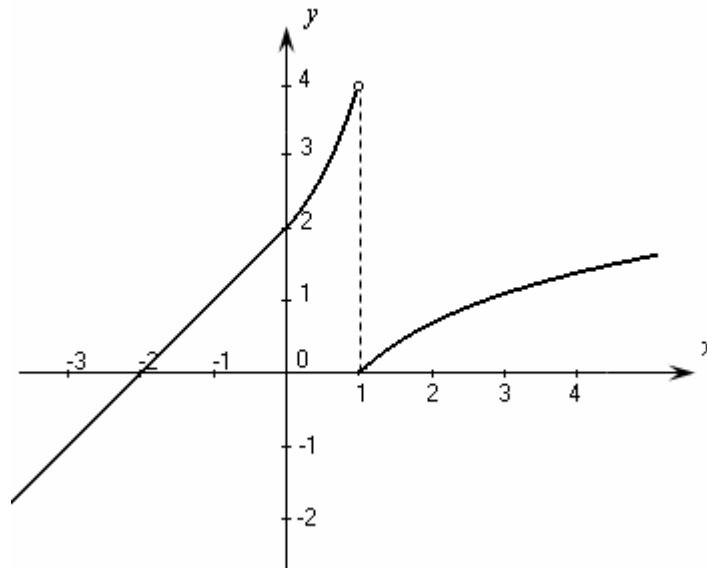
В точці $x_1 = 0$ функція неперервна.

$$2) x_2 = 1: \quad f(x_2) = f(1) = \ln 1 = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (3^x + 1) = 4;$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \ln x = \ln 1 = 0.$$

$x_2 = 1$ – точка розриву 1-го роду (стрибок).



Відповідь: $x = 1$ – точка розриву 1-го роду (стрибок).

Задача 9. Для функції $y = x^3 - 2x^2 + 5x - 8 + \ln x$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

Розв'язання:

$$1) y'(x) = (x^3 - 2x^2 + 5x - 8 + \ln x)' = 3x^2 - 2 \cdot 2x + 5 - 0 + \frac{1}{x} = 3x^2 - 4x + 5 + \frac{1}{x};$$

$$2) dy = y'(x) dx = \left(3x^2 - 4x + 5 + \frac{1}{x} \right) dx;$$

$$3) y''(x) = (y'(x))' = \left(3x^2 - 4x + 5 + \frac{1}{x} \right)' = (3x^2 - 4x + 5 + x^{-1})' = 6x - 4 - x^{-2} = 6x - 4 - \frac{1}{x^2}.$$

Відповідь: 1) $3x^2 - 4x + 5 + \frac{1}{x}$; 2) $\left(3x^2 - 4x + 5 + \frac{1}{x} \right) dx$; 3) $6x - 4 - \frac{1}{x^2}$.

Задача 10. Знайти похідні заданих функцій:

$$1) \quad y = \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \log_2 x;$$

$$2) \quad y = \frac{3 \sin x}{x - \ln x};$$

$$3) \quad y = \arcsin x^5;$$

$$4) \quad y = \ln \sqrt{1 - x^2};$$

$$5) \quad y = 2^{x^2 \operatorname{tg} x};$$

$$6) \quad \begin{cases} x = t - \ln t, \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$$

$$7) \quad x \ln x - e^y + y = 1;$$

$$8) \quad y = (2x + 3)^{\operatorname{tg} x}.$$

Розв'язання:

1) $y = \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \log_2 x$ – це добуток функцій, отже похідну будемо шукати за

формулою $(uv)' = u'v + uv'$:

$$\begin{aligned} y' &= \left((x^{-2} + x^{-3}) \log_2 x \right)' = (x^{-2} + x^{-3})' \log_2 x + (x^{-2} + x^{-3}) (\log_2 x)' = \\ &= (-2x^{-3} - 3x^{-4}) \log_2 x + (x^{-2} + x^{-3}) \frac{1}{x \ln 2} = -\left(\frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^2} \right) \log_2 x + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \frac{1}{x \ln 2}; \end{aligned}$$

2) $y = \frac{3 \sin x}{x - \ln x}$ – це частка двох функцій, отже похідну будемо шукати за

формулою $\left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$:

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{3 \sin x}{x - \ln x} \right)' = \frac{(3 \sin x)'(x - \ln x) - 3 \sin x(x - \ln x)'}{(x - \ln x)^2} = \\ &= \frac{3 \cos x(x - \ln x) - 3 \sin x \left(1 - \frac{1}{x} \right)}{(x - \ln x)^2} = \frac{3x \cos x(x - \ln x) - 3 \sin x(x - 1)}{x(x - \ln x)^2}; \end{aligned}$$

3) $y = \arcsin x^5$ – це складена функція $y = u(v(x))$, тому її похідна $y' = u'_v \cdot v'_x$:

$$y' = \left(\arcsin x^5 \right)' = \frac{1}{\sqrt{1 - (x^5)^2}} \cdot (x^5)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^{10}}} \cdot 5x^4 = \frac{5x^4}{\sqrt{1 - x^{10}}};$$

4) $y = \ln \sqrt{1 - x^2}$ – це складена функція, отже

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \left(\sqrt{1-x^2} \right)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} (1-x^2)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) =$$

$$= -\frac{2x}{2(1-x^2)} = -\frac{x}{1-x^2};$$

5) $y = 2^{x^2 \operatorname{tg} x}$ – це складена функція, отже

$$y' = \left(2^{x^2 \operatorname{tg} x} \right)' = 2^{x^2 \operatorname{tg} x} \ln 2 \cdot (x^2 \operatorname{tg} x)' = 2^{x^2 \operatorname{tg} x} \ln 2 \cdot \left((x^2)' \operatorname{tg} x + x^2' (\operatorname{tg} x)' \right) =$$

$$= 2^{x^2 \operatorname{tg} x} \ln 2 \cdot \left(2x \operatorname{tg} x + x^2' \frac{1}{\cos^2 x} \right) = 2^{x^2 \operatorname{tg} x} \ln 2 \cdot \left(2x \operatorname{tg} x + \frac{x^2'}{\cos^2 x} \right);$$

6) $\begin{cases} x = t - \ln t, \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$ – це параметрично задана функція, тому її похідна $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$.

$$x'_t = (t - \ln t)' = 1 - \frac{1}{t};$$

$$y'_t = (3t^2 - 2t^3)' = 6t - 6t^2;$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{6t - 6t^2}{1 - \frac{1}{t}} = \frac{6t^2 - 6t^3}{t - 1};$$

7) $x \ln x - e^y + y = 1$ – це неявно задана функція, продиференціюємо її цілком:

$$(x \ln x - e^y + y)' = (1)';$$

$$x' \ln x + x \ln' x - e^y y' + y' = 0$$

$$\ln x + x \frac{1}{x} - e^y y' + y' = 0;$$

$$e^y y' - y' = \ln x + 1;$$

$$y' = \frac{\ln x + 1}{e^y - 1};$$

8) $y = (2x + 3)^{\operatorname{tg} x}$ – це функція вигляду $y = (f(x))^{g(x)}$, скористаємось логарифмічною похідною (прологарифмуємо):

$$\ln y = \ln(2x + 3)^{\operatorname{tg} x};$$

$$\ln y = \operatorname{tg} x \ln(2x + 3);$$

$$(\ln y)' = (\operatorname{tg} x \ln(2x + 3))';$$

$$\frac{y'}{y} = (\operatorname{tg} x)' \ln(2x + 3) + \operatorname{tg} x (\ln(2x + 3))';$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{\cos^2 x} \ln(2x + 3) + \operatorname{tg} x \frac{(2x + 3)'}{2x + 3};$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{\ln(2x + 3)}{\cos^2 x} + \frac{2 \operatorname{tg} x}{2x + 3};$$

$$y' = (2x + 3)^{\operatorname{tg} x} \left(\frac{\ln(2x + 3)}{\cos^2 x} + \frac{2 \operatorname{tg} x}{2x + 3} \right).$$

Відповідь: 1) $-\left(\frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^2}\right) \log_2 x + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) \frac{1}{x \ln 2}$; 2) $\frac{3x \cos x(x - \ln x) - 3 \sin x(x - 1)}{x(x - \ln x)^2}$;

3) $\frac{5x^4}{\sqrt{1 - x^{10}}}$; 4) $-\frac{x}{1 - x^2}$;

5) $2^{x^2 \operatorname{tg} x} \ln 2 \cdot \left(2x \operatorname{tg} x + \frac{x^{2'}}{\cos^2 x} \right)$; 6) $\frac{6t^2 - 6t^3}{t - 1}$;

7) $\frac{\ln x + 1}{e^y - 1}$; 8) $(2x + 3)^{\operatorname{tg} x} \left(\frac{\ln(2x + 3)}{\cos^2 x} + \frac{2 \operatorname{tg} x}{2x + 3} \right)$.

ВАРІАНТ № 1

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & -1 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $A^2 - 3B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 9 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 7 & 17 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - z = 11 \\ x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ x + 2y + 4z = 6 \\ 2x - 3y - 3z = 6 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(-2;1;2)$, $B(3;4;1)$, $C(4;3;2)$, $D(-2;1;2)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його велика піввісь $a = 5$, а його ексцентриситет $\varepsilon = 0,6$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+5}{n-1}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 3n - 5}{1 - n^2}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n-3} \right)^{n+1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 6x)}{x \sin 3x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ (x-1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ 3-x, & x > 2 \end{cases}$.

9. Для функції $y = x^3 - 6x^2 + 12x - 1 + \sin x$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (x^2 + 5x)\log_2 x$;

2) $y = \frac{5 \cos x}{x - \ln x}$;

3) $y = \arcsin x^2$;

4) $y = \operatorname{arctg}^3 \frac{1}{x}$;

5) $y = 9^{\sqrt{x} \operatorname{tg} x}$;

6) $\begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}$

7) $x^2 y^2 + 2 \ln xy = 4$;

8) $y = x^{\arcsin x}$.

ВАРІАНТ № 2

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 5 & 7 & 9 & 1 \\ -4 & 2 & -6 & 0 \\ 3 & 8 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $AB - 2A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ x + 2y + 4z = 6 \\ 5x + y + 2z = 3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + 5y - z = 3 \\ 3x + 4y = 4 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(7; 2; -6)$, $B(-1; 3; -2)$, $C(-4; -4; -3)$, $D(7; 3; -3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;

- 6) рівняння прямої AB ;
 7) рівняння площини ABC ;
 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її дійсна піввісь $a = \sqrt{40}$, а фокусна відстань $c = 7$.

7. Знайти границі:
- | | |
|---|---|
| 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{n+2}$; | 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n-2n^3}{n^3-5n^2+1}$; |
| 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+1} \right)^{n-2}$; | 4) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$; |
| 5) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{-4}{4-x^2} - \frac{1}{x-2} \right)$; | 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\cos^2 3x)\sin 2x}{\arctg x^3}$. |

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} 3x^2, & x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \pi/4 \\ x - \pi/4, & x > \pi/4 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 3x^3 - x^2 + 2x - 5 + e^x$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- | | |
|--|---|
| 1) $y = (3x^2 - x)\sin x$; | 2) $y = \frac{\arctg x - 3x^2}{5 + e^x}$; |
| 3) $y = (x^2 + 5)^3$; | 4) $y = e^{\sqrt[3]{6x+1}}$; |
| 5) $y = e^{-x^2} \operatorname{ctg} x$; | 6) $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ |
| 7) $xy + \ln y - 2 \ln x = 0$; | 8) $y = x^{x^{-2}}$. |

ВАРІАНТ № 3

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 7 & 4 \end{vmatrix}$;	2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 4 & 7 \end{vmatrix}$.
--	---

2. Обчислити $A^2 + 4B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 9 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + 5y - z = 3 \\ 3x - 3y + 4z = 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 3y + z = 4 \\ 3x + y - 8z = 0 \\ 4x - 2y - 7z = 4 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(1; 0; -2)$, $B(1; 1; 2)$, $C(1; -2; 3)$, $D(1; 1; 3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, якщо рівняння її директриси $x = 12$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 9}{n + 1}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n + 1}{5 - n^2}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 1}{n - 2} \right)^{n-1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{5x} - 1)^2}{x \arcsin 2x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} 2x + 4, & x < -2 \\ x^3 + 1, & -2 \leq x < 0 \\ 2^x, & x \geq 0 \end{cases}$.

9. Для функції $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7 + \ln x$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (5x^3 - 2)\arccos x$;

2) $y = \frac{6 \ln x - \sqrt{x}}{\operatorname{tg} x}$;

3) $y = e^{\sqrt[3]{x}}$;

4) $y = \arccos^5 3x$;

5) $y = e^{2x} \cos 3x$;

6) $\begin{cases} x = 2 \cos^2 t \\ y = 3 \sin^2 t \end{cases}$

7) $x^2 \sin y + \cos y - \cos x = 2$;

8) $y = x^{e^{-x}}$.

ВАРІАНТ № 4

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 7 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 & 2 \\ 5 & 8 & 2 & 4 \\ 5 & 7 & -1 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $AB - 3B$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x - 3y + z = 4 \\ 3x + y - 8z = 0 \\ 4x - 5y - 6z = 3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 3y + z = 4 \\ 3x - y + z = -2 \\ 4x + 2y + 2z = 2 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(3; -2; 3)$, $B(6; 6; -3)$, $C(5; -8; -5)$, $D(-3; 6; 5)$. Знайти:

1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;

2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;

3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;

4) площу трикутника ABC ;

5) об'єм піраміди $ABCD$;

6) рівняння прямої AB ;

7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його мала піввісь $b = 5$, а фокус $F(10; 0)$.

7. Знайти границі:
- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+4}{2n+1}$;
 - 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - 8n^2 + n - 1}{n^2 - 5n - 2n^3}$;
 - 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-2} \right)^{n-9}$;
 - 4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9}$;
 - 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right)$;
 - 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{1 - \cos 2x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} -(x+2)^2, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 1, & x > \pi/2 \end{cases}$.

9. Для функції $y = x^3 + 5x^2 - x - 3 + \operatorname{tg} x$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (5x^2 - 7x) \ln x$;
- 2) $y = \frac{12x^3 + 4e^x}{\log_2 x}$;
- 3) $y = \frac{2}{\sqrt[3]{2x-1}}$;
- 4) $y = \arctg^2 \frac{x}{5}$;
- 5) $y = x^3 \operatorname{tg} 2x$;
- 6) $\begin{cases} x = \frac{1}{t+1} \\ y = \left(\frac{t}{t+1} \right)^2 \end{cases}$
- 7) $e^{y^2} = x^2 - 2y$;
- 8) $y = 2x^{\sqrt{x}}$.

ВАРІАНТ № 5

1. Обчислити визначник:
- 1) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \\ 8 & 5 & 1 \end{vmatrix}$;
 - 2) $\begin{vmatrix} 4 & 6 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.
2. Обчислити $B^2 - 3A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 15 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1)
$$\begin{cases} x + 3y + z = 4 \\ 3x - y + z = -2 \\ 4x + y + 2z = 0 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x + y - 5z = 2 \\ 5x - y - 3z = 8 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$$

5. Задано точки $A(4; 3; 10)$, $B(5; 1; 1)$, $C(2; 2; 5)$, $D(4; 1; 5)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її велика піввісь $a = 9$, а її ексцентриситет $\varepsilon = 4/3$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n - 2}{1 - n}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 5n + 3}{n^2 + 2n - 4}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n - 2}{n - 3} \right)^{n-4}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 6x + 8}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{1 + x^2} - x)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(1 + \operatorname{tg} 2x)}{\cos 6x - \cos 2x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \pi/4 \\ 2x + 1, & x > \pi/4 \end{cases}$$

9. Для функції $y = x^3 - 3x^2 + 8x + 2 + 2^x$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (x^3 - 2)\operatorname{tg} x$;
- 2) $y = \frac{6^x - 12}{3 \arcsin x - x}$;
- 3) $y = \arccos^5 x$;
- 4) $y = 3^{\operatorname{arccctg}(\ln x)}$;

$$5) \quad y = 2^x \ln \sqrt{x};$$

$$6) \quad \begin{cases} x = 5 \cos^3 t \\ y = 7 \sin^3 t \end{cases}$$

$$7) \quad e^{-x} \sin y - e^y \cos x = 0;$$

$$8) \quad y = (\ln x)^x.$$

ВАРІАНТ № 6

1. Обчислити визначник:

$$1) \quad \begin{vmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix};$$

$$2) \quad \begin{vmatrix} 6 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 7 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Обчислити $BA - 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 7 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: $1) \begin{cases} x + y - 5z = 2 \\ 5x - y - 3z = 8 \\ 2x + 3y - 9z = 9 \end{cases}$ $2) \begin{cases} x + 3y + 3z = 8 \\ 3x - y + z = 2 \\ 4x + 2y + 4z = 10 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(1;1;1)$, $B(3;1;7)$, $C(0;2;4)$, $D(2;7;1)$. Знайти:

1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;

2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;

3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;

4) площу трикутника ABC ;

5) об'єм піраміди $ABCD$;

6) рівняння прямої AB ;

7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, що проходить через точку $A(2;-6)$, симетрично відносно осі Oy .

7. Знайти границі: $1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{n+2}$;

$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 5n + n^2 - n^3}{n - n^2 - 2n^3}$;

$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-4} \right)^{n+1}$;

$4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$;

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{2}{x^2-1} \right); \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}.$$

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0 \\ -x^2/2, & 0 < x \leq 2. \\ 2x+1, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = x^3 + 6x^2 - 2x + \cos x - 4$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- | | |
|--|--|
| 1) $y = \left(x^2 - \frac{1}{x} \right) \operatorname{ctg} x$; | 2) $y = \frac{5x + 3 \cos x}{3^x - 7}$; |
| 3) $y = \operatorname{ctg} x^2$; | 4) $y = \cos^9(4x + 1)$; |
| 5) $y = \sqrt{\ln x + 1} \arccos x$; | 6) $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{1-t^2}{t} \end{cases}$ |
| 7) $\sin xy = e^{-xy}$; | 8) $y = x^{\cos x}$. |

ВАРІАНТ № 7

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & 6 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $A^2 - 4B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \\ 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -9 & 7 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} 2x + y + 5z = 2 \\ 3x - y + z = 2 \\ 4x + 2y + 4z = 10 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 3z = 9 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(0; 2; 1)$, $B(5; 1; 0)$, $C(5; 5; 3)$, $D(2; 7; 1)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його велика вісь $2a = 34$, а фокусна відстань $c = 15$.

7. Знайти границі:
- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-4n}{2n-1}$;
 - 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n - 7}{1 - n - n^2}$;
 - 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-5} \right)^{\frac{n}{2}}$;
 - 4) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x^2 - 4x - 12}$;
 - 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x + x^2} - x)$;
 - 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot (e^{5x} - 1)}{\operatorname{tg} 4x \cdot \operatorname{arctg} x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} x^2, & x \leq -1 \\ (x+2)^2, & -1 < x \leq 0. \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$$

9. Для функції $y = x^3 - 8x^2 + x + \operatorname{ctg} x - 9$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (-5x^2 + 7) \ln x$;
- 2) $y = \frac{\arccos x + 3}{5x}$;
- 3) $y = 4(1 + 4x)^6$;
- 4) $y = \arcsin^5 6x$;
- 5) $y = x^3 \operatorname{arctg}(2x - 5)$;
- 6) $\begin{cases} x = 2 \cos 2t \\ y = t \cos 2t \end{cases}$
- 7) $x \ln y - y \ln x = 8$;
- 8) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\sin 2x}$.

ВАРІАНТ № 8

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 4 & 6 \\ -2 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $AB + 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 7 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y - 2z = 6 \\ 3x - 2y - 7z = 7 \\ 2x - 3y - 5z = 1 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(1; 2; -1)$, $B(5; 5; 11)$, $C(3; 8; 2)$, $D(1; 5; 2)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її уявна піввісь $b = \sqrt{3}$, а фокусна відстань $c = \sqrt{11}$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n - 5}{2 - n}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - n + 7}{1 + 3n^3 + 8n}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n-3} \right)^{n-5}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 4}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg}^2 2x)}{x(x+2)}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} x + 2, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & 0 < x \leq 4. \\ 6 - x, & x > 4 \end{cases}$.

9. Для функції $y = 2x^3 - 4x^2 + 3x + \log_2 x - 1$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = 3^x (2x^4 - 8x)$;

2) $y = \frac{5\sqrt{x} - 2 \cos x}{\arctg x}$;

3) $y = \sqrt{4x^2 - 2x + 5}$;

4) $y = e^{1-\sin 2x}$;

5) $y = \frac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}$;

6) $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = t \cos t \end{cases}$

7) $x^2 + y^2 = 4xy$;

8) $y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$.

ВАРІАНТ № 9

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 9 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $B^2 - 5A$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & 6 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 7 & 1 & 3 \\ 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x + y - 2z = 6 \\ 2x - 5y - z = 8 \\ 2x - 3y - 5z = 7 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 2 \\ 2x - y + 4z = -4 \\ 5x + 5z = -6 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(5; 1; 0)$, $B(0; 1; 2)$, $C(3; 0; 1)$, $D(2; 2; 2)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, якщо рівняння її директриси $y = -3$.

7. Знайти границі: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{14n+4}{n+4}$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 4n + 1}{2n - n^2}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+4} \right)^{n+1}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + x - 6}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{5 + x^2} \right)$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(1-3x)}{x \arcsin 3x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ 1 - x^2, & -1 \leq x < 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$.

9. Для функції $y = x^3 - x^2 + 12x + \sin x + 1$ знайти:

1) похідну $y'(x)$;

2) диференціал dy ;

3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (9x^5 + x^2) \cos x$;

2) $y = \frac{6x^2 + \arcsin x}{\ln x}$;

3) $y = \cos(2x - 4)$;

4) $y = \ln \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$;

5) $y = x^3 \cdot 4^{\cos x}$;

6) $\begin{cases} x = 3t \\ y = \frac{3t^2}{t+1} \end{cases}$

7) $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$;

8) $y = x^{x^2}$.

ВАРІАНТ № 10

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 9 \\ -1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -6 \\ 5 & 7 & 9 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $BA + 3A$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 2x - y + 4z = -4 \\ 5x - 3y - z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 2y + 5z = -2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 3x + 3y + 8z = 1 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(1; 1; 1)$, $B(2; 2; 2)$, $C(3; 0; 1)$, $D(0; 3; 5)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його мала піввісь $b = \sqrt{21}$, а фокусна відстань $c = 10$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{27n - 1}{3n + 1}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n + 4}{n^2 - n + n^3}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 2}{n - 3} \right)^{n-1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 12}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{4}{\sin^2 2x} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 6x)}{x \sin 3x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 1 \\ (x - 1)^2, & 1 < x \leq 3. \\ 3 - x, & x > 3 \end{cases}$.

9. Для функції $y = x^3 - 6x^2 - 2x - \cos x + 11$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (4x^3 - 6x^7) \arcsin x$;
- 2) $y = \frac{7 \ln x + 5^x}{\sqrt{x}}$;

3) $y = \sin^5 x$;

4) $y = \ln \operatorname{tg} 5x$;

5) $y = \sqrt[3]{2x+1} \log_5 x$;

6) $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = \arcsin t \end{cases}$

7) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy} + 1$;

8) $y = x^{\sin x}$.

ВАРІАНТ № 11

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $A^2 + 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 9 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & 6 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + 2y + 5z = -2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 4x + 2y + z = 5 \\ 6x + 3y + 2z = 6 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(5; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(3; 1; 2)$, $D(7; 0; 4)$. Знайти:

1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;

2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;

3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;

4) площу трикутника ABC ;

5) об'єм піраміди $ABCD$;

6) рівняння прямої AB ;

7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її фокусна відстань $c = 14$, а ексцентриситет $\varepsilon = 14/13$.

7. Знайти границі: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9-2n}{3-n}$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 2n - 1}{8-n^2}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+1} \right)^{n-2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$;

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x - 4}); \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{x \sin 2x}.$$

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ 2^x, & 0 < x \leq 2. \\ 4, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = x^3 - 3x^2 + 2x + \ln x + 2$ знайти:

1) похідну $y'(x)$;

2) диференціал dy ;

3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (x^5 - 2x^8) \operatorname{arctg} x$;

2) $y = \frac{8 \sin x - 6x}{\operatorname{tg} x}$;

3) $y = \arccos(3 + x^2)$;

4) $y = \ln \arcsin 5x$;

5) $y = x^5 \cdot \sqrt{2x + 3}$;

6)
$$\begin{cases} x = t^2 + 3t - 1 \\ y = \frac{e^t}{t} \end{cases}$$

7) $xy = \sin(x + y)$;

8) $y = (\ln x)^{x^2}$.

ВАРІАНТ № 12

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 2 & 8 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $AB - 4B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 9 \\ -1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1)
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 4x + 2y + z = -2 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} 2x - y + 6z = -2 \\ 3x + 2y + z = 9 \\ 5x + y + 7z = 7 \end{cases}$$
.

5. Задано точки $A(2; 1; 3)$, $B(0; 5; 4)$, $C(7; 1; 1)$, $D(6; 2; 3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, що проходить через точку $A(2; 6)$, симетрично відносно осі Ox .

7. Знайти границі:
- | | |
|---|---|
| 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n-1}{5n+1}$; | 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3n-4n^3}{4+n^3}$; |
| 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-1} \right)^{n+1}$; | 4) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-7x+6}{x^2-36}$; |
| 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x^3} - \frac{\sin x}{x^3} \right)$; | 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 10x - \cos 2x}{e^{\sin^2 x} - 1}$. |

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0 \\ (x-1)^2, & 0 < x \leq 2. \\ x-3, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 2x^3 + 6x^2 - x + e^x - 3$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- | | |
|---|---|
| 1) $y = (7x^3 - 5x^4) \operatorname{arccotg} x$; | 2) $y = \frac{2 \log_3 x - 3}{\operatorname{ctg} x}$; |
| 3) $y = \operatorname{tg}^8 x$; | 4) $y = \sqrt{e^{7x-5}}$; |
| 5) $y = x^6 \cdot \sqrt{2x^2 + x}$; | 6) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 + 1} \\ y = \frac{\sqrt{t+1}}{t} \end{cases}$ |
| 7) $y \sin x + \cos y = \cos(2x + y)$; | 8) $y = x^{3x+1}$. |

ВАРІАНТ № 13

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 0 & 9 & 8 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $B^2 - 4A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 6 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 9 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - y + 6z = -2 \\ 3x - 2y + z = 9 \\ 5x + y + 4z = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ 4x + 8y - 2z = 14 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(0; 1; 2)$, $B(3; 1; 4)$, $C(7; 1; 1)$, $D(6; 2; 3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його велика піввісь $a = 9$, а його фокусна відстань $c = 7$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-n}{n+18}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 - n - 2}{1 + 2n^2}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n-4} \right)^n$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + x + 1} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{\arctg 3x} - 1)^2}{1 - \cos 8x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ (x-2)^2, & 0 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$.

9. Для функції $y = x^3 - 5x^2 + 6x + \sin x - 7$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- | | |
|-------------------------------|---|
| 1) $y = (3x^5 - 2x^4) e^x$; | 2) $y = \frac{\sqrt{x} - \ln x}{3x}$; |
| 3) $y = \sqrt[3]{5x^2 + 4}$; | 4) $y = (20^x + 2)^4$; |
| 5) $y = \frac{2x}{\ln^2 x}$; | 6) $\begin{cases} x = \cos t + \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$ |
| 7) $y^2 - xy = e^y + x + 1$; | 8) $y = (\ln x)^{\sqrt{x}}$. |

ВАРІАНТ № 14

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 3 & 5 & -3 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $BA + 2A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 9 \\ -1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & -8 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ 6x - 2y + 7z = 11 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 2y - z = 5 \\ x - 4y - 2z = 1 \\ 2x - 6y - 3z = 6 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(5; 5; 3)$, $B(3; 1; 4)$, $C(7; 1; 1)$, $D(2; 2; 2)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її дійсна піввісь $a=5$, а координати фокуса $F(-6;0)$.

7. Знайти границі:
- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n-1}{1-2n}$;
 - 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 + 8n - 5}{1+n^3}$;
 - 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n-3} \right)^{n-7}$;
 - 4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9x + 14}$;
 - 5) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2 - 4} \right)$;
 - 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x - \sin 4x}{e^{3x} - 1}$.

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ (x-1)^2, & 0 < x \leq 2. \\ 4-x, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 4x^3 - x^2 - 6x + \cos x + 3$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (7x^6 + 3x^3) \cdot 8^x$;
- 2) $y = \frac{3 \arcsin x + 5}{x^2}$;
- 3) $y = \ln \frac{1}{x}$;
- 4) $y = \ln \operatorname{arctg} 2x$;
- 5) $y = x^2 \cdot e^{1-\cos x}$;
- 6) $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = \frac{t}{\ln t} \end{cases}$
- 7) $x \ln y = \cos(xy^2)$;
- 8) $y = (\cos x)^{x^2}$.

ВАРІАНТ № 15

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & -4 & 5 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $A^2 + 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 6 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ x + 4y - 2z = 7 \\ 2x - 5y - 2z = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ 5x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(0; 2; 4)$, $B(1; 2; 3)$, $C(3; 0; 1)$, $D(2; 7; 1)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, якщо рівняння її директриси $x = -4$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12n + 7}{n - 1}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 10n^2}{2n^2 + 3n + 9}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 3}{n - 3} \right)^{n-1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9x + 18}{x^2 - 9}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3} - 5x)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{9x} - 1}{x \arcsin 3x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} 3^x, & x \leq 1 \\ 2x + 1, & 1 < x \leq 2. \\ 4/x, & x > 2 \end{cases}$.

9. Для функції $y = 2x^3 - 5x^2 + 2x + \ln x - 1$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (8x^6 - 3x^5) \cdot \log_6 x$;
- 2) $y = \frac{\arccos x - 7x}{2x + 3}$;
- 3) $y = e^{x - \cos x}$;
- 4) $y = \arctg \sqrt{\sin x}$;

$$5) \quad y = x^3 \cos^2 3x;$$

$$6) \quad \begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$$

$$7) \quad xe^y + y = 3x + 5;$$

$$8) \quad y = x^{\frac{1}{x}}.$$

ВАРІАНТ № 16

1. Обчислити визначник:

$$1) \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 8 & 3 & 1 \end{vmatrix};$$

$$2) \quad \begin{vmatrix} 9 & 0 & 1 & 3 \\ 8 & 2 & 0 & 2 \\ 7 & 2 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Обчислити $AB + 3A$, якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1)
$$\begin{cases} 2x - y - z = 3 \\ 3x + y - 2z = 1 \\ x + 2y - 3z = 4 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x - 5y - 2z = -3 \\ x - y + z = 1 \\ 4x - 12y - 2z = -4 \end{cases}.$$

5. Задано точки $A(4;2;1)$, $B(2;1;2)$, $C(3;0;1)$, $D(5;1;3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, що проходить через точки $A(0;-2)$ та $B(\sqrt{5};0)$.

7. Знайти границі:

$$1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n+1}{5n-9};$$

$$2) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 2n^2 + 3n}{1 + n^2 - 2n^3};$$

$$3) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n-4} \right)^{n+1};$$

$$4) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 5x + 4};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x}}{x} - \frac{\sqrt{1-x}}{x} \right); \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\ln(1+x^2)}.$$

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} \cos 2x, & x < 0 \\ 1 - x, & 0 \leq x < 2. \\ (x-2)^2, & x \geq 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = x^3 + 7x^2 - 2x + 3^x - 1$ знайти:

1) похідну $y'(x)$;

2) диференціал dy ;

3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (3x^2 + 2x)\sqrt{x}$;

2) $y = \frac{1 - 4 \sin x}{\operatorname{arctg} x}$;

3) $y = (x^3 - 4x)^{10}$;

4) $y = \sqrt{\cos(5x + 7)}$;

5) $y = e^{3x^2} \cos 2x$;

6)
$$\begin{cases} x = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \\ y = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \end{cases}$$

7) $x^3 + y^2 - 4xy = 2x + 1$;

8) $y = x^{e^x}$.

ВАРІАНТ № 17

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $B^2 + 3A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & -4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - 5y - 2z = -3 \\ x - y + z = 1 \\ 4x - 3y + 3z = 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 6y + z = 3 \\ 6x + 5y - 4z = -3 \\ 8x - y - 3z = 0 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(2; 0; 2)$, $B(1; 3; 4)$, $C(2; 7; 5)$, $D(5; 5; 3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її дійсна піввісь $a = 8$, а її ексцентриситет $\varepsilon = 7/8$.

7. Знайти границі:
- | | |
|--|---|
| 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3n}{2-3n}$; | 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + 7n - 2}{n^2 - 2n + 3}$; |
| 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-2} \right)^{n+1}$; | 4) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$; |
| 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 - 3x + 1} \right)$; | 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}$. |

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ (2x - 1)^2, & 0 < x \leq 2. \\ 3x, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 6x^3 - x^2 + 12x + \sin x + 1$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- | | |
|---|---|
| 1) $y = (3x^5 + 2)\cos x$; | 2) $y = \frac{3 - \log_2 x}{\sin x}$; |
| 3) $y = \arccos \sqrt{x}$; | 4) $y = 3^{\operatorname{ctg} \frac{1}{x}}$; |
| 5) $y = e^{3x} \cdot \ln \operatorname{tg} x$; | 6) $\begin{cases} x = \sqrt[3]{1 - 2t} \\ y = \sqrt[3]{1 + 5t} \end{cases}$ |
| 7) $\sin(xy) = 2x + 3y$; | 8) $y = (\ln x)^{\cos x}$. |

ВАРІАНТ № 18

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 5 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & 5 & 9 \\ 0 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $BA + 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - 3y + z = 4 \\ 6x + 5y - 4z = -3 \\ 8x - y - 3z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ x + 3y + z = 4 \\ 2x + 4y + 4z = 6 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(1;0;2)$, $B(3;1;7)$, $C(0;2;1)$, $D(2;2;2)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, що проходить через точку $A(4;1)$, симетрично відносно осі Oy .

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+1}{n+5}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-9-n^3}{1+5n^2-n^3}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n-3} \right)^{n+2}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{x^2-10x+24}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+1}}{x} - \frac{1}{x} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin 2x)}{\sin 3x + \sin 5x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} 2x + 5, & x \leq -2 \\ -\frac{1}{x}, & -2 < x \leq -\frac{1}{2} \\ 2, & x > -\frac{1}{2} \end{cases}$$
9. Для функції $y = x^3 - 8x^2 + 9x + \cos x - 4$ знайти:
- 1) похідну $y'(x)$;
 - 2) диференціал dy ;
 - 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (3x^{12} + 4x^5) \arcsin x$;
- 2) $y = \frac{8 \operatorname{ctg} x - x^3}{3x + 1}$;
- 3) $y = \frac{1}{(2 - 9x)^4}$;
- 4) $y = \ln^3(3x - 4)$;
- 5) $y = \sqrt{x} \arccos x^2$;
- 6) $\begin{cases} x = t^2 + 3 \\ y = t \operatorname{arctg} t \end{cases}$
- 7) $\ln x + e^y - 2xy = 2$;
- 8) $y = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{x}}$.

ВАРІАНТ № 19

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & 1 \\ 4 & 2 & 7 & -2 \\ 3 & 3 & 8 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $A^2 - 5B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ x + 3y + z = 4 \\ 2x + y + 4z = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y - 5z = 2 \\ 2x + y + 3z = -8 \\ 3x + 2y - 2z = -6 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(0; 1; 2)$, $B(2; 1; 2)$, $C(5; 5; 3)$, $D(2; 7; 1)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його велика піввісь $a = 6$, а його ексцентриситет $\varepsilon = 5/6$.

7. Знайти границі:
- | | |
|---|---|
| 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n}{3n+7}$; | 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 2n + 5}{18 - n^2}$; |
| 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-4}{n-7} \right)^{n+1}$; | 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$; |
| 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)$; | 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 6x)}{e^{3x} - 1}$. |

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} x + 2, & x < 1 \\ 4 - x^2, & 1 \leq x \leq 4. \\ \log_4 x, & x > 4 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 3x^3 - 4x^2 + 4x + \ln x - 2$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- | | |
|--|--|
| 1) $y = \left(3x^7 - \frac{1}{x} \right) \ln x$; | 2) $y = \frac{\arccos x + 4}{x^3}$; |
| 3) $y = \operatorname{tg}(2x^3 - 4x^2 + 2)$; | 4) $y = \arcsin \lg x^2$; |
| 5) $y = \operatorname{tg}^3 x \cdot \sin x$; | 6) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} x \\ y = \frac{\sqrt{2t-1}}{3} \end{cases}$ |
| 7) $2x - 3 = y + \operatorname{arccotg} y$; | 8) $y = x^{\arccos x}$. |

ВАРІАНТ № 20

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & -3 \\ 3 & 0 & -4 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & -2 \end{vmatrix}$.
2. Обчислити $AB - 4A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 5 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 15 & 5 \end{pmatrix}$.
4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + y - 5z = 2 \\ x - 5y + 3z = -8 \\ 3x + 2y - 9z = 9 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ 4x + 2y + 4z = 10 \\ 5x + y + 7z = 12 \end{cases}$.
5. Задано точки $A(0;1;2)$, $B(2;2;2)$, $C(1;0;2)$, $D(2;7;1)$. Знайти:
- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
 - 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
 - 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
 - 4) площу трикутника ABC ;
 - 5) об'єм піраміди $ABCD$;
 - 6) рівняння прямої AB ;
 - 7) рівняння площини ABC ;
 - 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .
6. Записати рівняння гіперболи, якщо її уявна піввісь $b = 6$, а фокус $F(12;0)$.
7. Знайти границі:
- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+1}{4-n}$;
 - 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9+7n+8n^3}{2n^3-n^2-1}$;
 - 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+3} \right)^{n+2}$;
 - 4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+4}$;
 - 5) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2-1}{x^3+1} - \frac{1}{x^2-x+1} \right)$;
 - 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x}-3}{x \sin 3x}$.
8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \pi/4 \\ x - \pi/4, & x > \pi/4 \end{cases}$.

9. Для функції $y = x^3 - x^2 + 12x + \cos x + 9$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (5x^6 + 2x^4) \operatorname{ctg} x$;

2) $y = \frac{7 \log_5 x - 12}{6x}$;

3) $y = \ln \sqrt[3]{x^5}$;

4) $y = \sin(4^{5x})$;

5) $y = (3x^2 - 5) \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;

6) $\begin{cases} x = 3^{4t+9} \\ y = \frac{e^t}{t^2} \end{cases}$

7) $x^6 + y^5 + 3xy = \sin x + 2$;

8) $y = (\arcsin x)^{2x}$.

ВАРІАНТ № 21

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $B^2 - 6A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - y + 3z = 2 \\ 4x + 2y + 4z = 10 \\ 5x + y + 2z = 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x + 3y + 2z = 5 \\ 2x + 4y + 3z = 9 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(5; 1; 0)$, $B(1; 2; 3)$, $C(3; 0; 1)$, $D(2; 2; 2)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;

7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, якщо рівняння її директриси $y = 5$.

7. Знайти границі: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-6n}{2n+6}$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 8n + 2}{4 - n^2}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+3} \right)^{n+2}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 6x + 5}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x)$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 3x} - e^{\sin x}}{\ln(1+3x)}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ (x-2)^2, & 2 < x \leq 3. \\ 4-x, & x > 3 \end{cases}$

9. Для функції $y = x^3 + 9x^2 + 2x + \ln x - 7$ знайти:

1) похідну $y'(x)$;

2) диференціал dy ;

3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (4x^2 - x)\sqrt{x}$;

2) $y = \frac{2 - 3 \operatorname{tg} x}{\operatorname{arctg} x}$;

3) $y = (x^3 - 3x)^4$;

4) $y = e^{\sqrt{\cos x}}$;

5) $y = e^x \sin x^2$;

6) $\begin{cases} x = t + \cos t \\ y = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \end{cases}$

7) $x^2 + y^4 - 5xy = 2x + y$;

8) $y = x^{\log_2 x}$.

ВАРІАНТ № 22

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 9 & 5 & 0 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 8 & 0 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $BA - 2A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 5 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -9 & 7 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x + 3y + 2z = 5 \\ 2x - y + z = 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x + 5y - 2z = -8 \\ 2x - y + z = 9 \\ 5x + 4y - z = 1 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(2; 7; 1)$, $B(1; 2; 3)$, $C(2; 1; 1)$, $D(4; 2; 3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його мала піввісь $b = 15$, а фокусна відстань $c = 10$.

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-8}{2-3n}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{16n^3 - 9}{2n^3 + 3n^2 + 4n}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n-3} \right)^{n-1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 8x + 15}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{1}{x+4} + \frac{8}{x^2 - 16} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1 + \sin x)}{1 - \cos 2x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & 0 < x \leq 9. \\ x - 7, & x > 9 \end{cases}$

9. Для функції $y = x^3 - 6x^2 - x + e^x - 1$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (5x^2 - 11x) \ln x$;

2) $y = \frac{\cos x - 4 \sin x}{2^x}$;

3) $y = \sqrt[5]{2x + 8}$;

4) $y = \ln \ln(3 - 2x^3)$;

5) $y = e^{5x^2} \sin x$;

6) $\begin{cases} x = \sin 5t \\ y = t \cos t \end{cases}$

7) $3 \cos(x + y) = 8$;

8) $y = (\operatorname{arctg} x)^{x^2}$.

ВАРІАНТ № 23

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & 7 & 5 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 7 & 8 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 6 & 10 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $A^2 + 4B$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x + 5y - 2z = -8 \\ 2x - y + z = 8 \\ 5x + 3y - z = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 3y - 5z = 0 \\ 3x + 2y + z = 2 \\ 4x + 5y - 4z = 2 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(7;1;2)$, $B(1;4;0)$, $C(-2;1;4)$, $D(5;0;6)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її дійсна піввісь $a = 3$, а фокусна відстань $c = 7$.

7. Знайти границі:
- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12n}{1-3n}$;
 - 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12n^2 + n - 4}{2n^2 + 5}$;
 - 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3} \right)^{n-1}$;
 - 4) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 16}$;
 - 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 25})$;
 - 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^3 x} - 1}{\ln^3(1 + 2x)}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} 2 - x^2, & x \leq 1 \\ (x - 1)^2, & 1 < x \leq 2. \\ 1, & x > 2 \end{cases}$

9. Для функції $y = 2x^3 - x^2 + 10x + 4^x + 7$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (12x^4 + 3x) \cdot 5^x$;
- 2) $y = \frac{\arctg x - 12x}{e^x}$;
- 3) $y = \arcsin x^3$;
- 4) $y = \sqrt{\cos(2x^2 - 4x)}$;
- 5) $y = \ln(x^4 \cos 2x)$;
- 6) $\begin{cases} x = t^2 + 9t - 2 \\ y = \frac{e^t + \sin t}{2} \end{cases}$
- 7) $xy = 2x + 5y + \ln x$;
- 8) $y = \sqrt{x}^{\lg x}$.

ВАРІАНТ № 24

1. Обчислити визначник:
- 1) $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 1 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$;
 - 2) $\begin{vmatrix} 7 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & -1 & 6 \\ 2 & 5 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $AB + 4B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 9 & 5 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1)
$$\begin{cases} x + 3y - 5z = 0 \\ 3x + 2y + z = 2 \\ 4x - y + 2z = -4 \end{cases}$$
 2)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2x + y - 5z = 6 \\ 3x + 3y + 2z = 9 \end{cases}.$$

5. Задано точки $A(2; 1; 3)$, $B(1; 2; 5)$, $C(3; 1; 4)$, $D(2; 0; 1)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, що проходить через точку $A(1; 3)$, симетрично осі Oy .

7. Знайти границі:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n+5}{4n-1}$;
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - 4n - 6}{16 - n^2 - n^3}$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n-6} \right)^{n+6}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$;
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x+x^2}}{x} - \frac{1}{x} \right)$;
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \arcsin 6x)}{x \operatorname{tg} 3x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq 0 \\ (x - 1)^2, & 0 < x \leq 2 \\ 5, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 3x^3 - 4x^2 + 4x + \sin x + 9$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (11x^2 + 8x) \arccos x$;
- 2) $y = \frac{\ln x + 5x^4}{\sin x}$;
- 3) $y = \cos^{12} x$;
- 4) $y = \sqrt{\arccos x^3}$;

$$5) \quad y = 2 \frac{\arcsin x}{x};$$

$$6) \quad \begin{cases} x = t^2 + 3t + 4 \\ y = \frac{5t - 1}{e^t} \end{cases}$$

$$7) \quad \sqrt{x^3} + \sqrt[3]{y^2} - 4 = y;$$

$$8) \quad y = x^{\operatorname{arccotg} x}.$$

ВАРІАНТ № 25

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \\ 8 & 5 & 1 \end{vmatrix};$ 2) $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 0 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & -1 & 5 \\ 10 & 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}.$

2. Обчислити $B^2 + 5A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}.$

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2x + y - 5z = 6 \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + 4z = 5 \\ 2x + 3y + 6z = 6 \end{cases}.$

5. Задано точки $A(0; 0; 1), B(2; 1; 2), C(7; 1; 1), D(6; 2; 3)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів $\overline{AB}, \overline{AC}$ і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, якщо його велика піввісь $a = 5$, а координати його фокуса $F(3; 0)$.

7. Знайти границі: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{11 - n}{n + 2};$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 4n + 5}{6n - n^2};$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 7}{n + 4} \right)^{n+3};$ 4) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 9};$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 4x}); \quad 6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1 + \operatorname{tg} 8x)}{\sin 3x - \sin x}.$$

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} 1, & x \leq -1 \\ (x + 2)^2, & -1 < x \leq 2. \\ x + 5, & x > 2 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 2x^3 - 7x^2 + x + \cos x - 1$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (7x^5 + 2x^9) \sin x$;
- 2) $y = \frac{\sqrt{x} - 4 \sin x}{e^x}$;
- 3) $y = \frac{3}{\sqrt[4]{1 - x^2}}$;
- 4) $y = \sqrt{\ln(3x + 8)}$;
- 5) $y = e^{3x^2} \log_4 x$;
- 6) $\begin{cases} x = 2 \arcsin t \\ y = t \arccos t \end{cases}$
- 7) $y^2 + y = 2x \cos y$;
- 8) $y = (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$.

ВАРІАНТ № 26

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 7 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 7 & 0 \\ 2 & 4 & 4 & 9 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $BA + 5A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 1 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 9 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x + 2y + 4z = 4 \\ 2x + 3y + 6z = 6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y - 6z = 2 \\ 2x + 3y - z = 6 \\ x + 4y + 5z = 4 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(5; 5; 3)$, $B(1; 3; 4)$, $C(7; 1; 1)$, $D(2; 3; 5)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її дійсна піввісь $a = 6$, а її фокусна відстань $c = \sqrt{61}$.

7. Знайти границі:
- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n+3}{2-n}$;
 - 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n^2+5n^3}{n^3-9n}$;
 - 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{n+1}$;
 - 4) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-9x+20}{x^2-16}$;
 - 5) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\sqrt{3x^2-x+1}}{x} \right)$;
 - 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\operatorname{tg} 4x)}{e^{3x}-e^x}$.

8. Дослідити на неперервність функцію:
$$y = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0 \\ (x-1)^2, & 0 < x \leq 3. \\ 1+x, & x > 3 \end{cases}$$

9. Для функції $y = 4x^3 - 3x^2 + 2x + e^x + 2$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

- 1) $y = (7x^5 - 12x) \log_5 x$;
- 2) $y = \frac{4 - 3 \sin x}{\arcsin x}$;
- 3) $y = \sqrt{1 + \ln x}$;
- 4) $y = \operatorname{arccotg}^2 \frac{2}{x}$;
- 5) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\operatorname{ctg} 2x}$;
- 6) $\begin{cases} x = t + \ln t \\ y = \operatorname{arctg}^2 t \end{cases}$
- 7) $y \ln x - x \ln y = x + y$;
- 8) $y = (\cos x)^{e^x}$.

ВАРІАНТ № 27

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix};$ 2) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 3 & 9 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 7 \end{vmatrix}.$

2. Обчислити $A^2 - 3B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \\ 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & -8 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}.$

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - y - 6z = 2 \\ 2x + 3y - z = 3 \\ x + 5y + 4z = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x + y + 7z = 16 \\ 2x - 3y - z = -5 \\ 7x - 2y + 6z = 11 \end{cases}.$

5. Задано точки $A(4; 2; 5), B(0; 7; 2), C(0; 2; 7), D(1; 5; 0)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів $\overline{AB}, \overline{AC}$ і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;
- 7) рівняння площини ABC ;
- 8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, якщо рівняння її директриси $x = 9$.

7. Знайти границі: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n + 5}{n - 2};$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3 - 5n^2}{1 - 3n - n^2};$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 4}{n + 1} \right)^{n-1};$ 4) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 4x - 5};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x} \right);$ 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 2x)}{x \arcsin 3x}.$

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} x^2 - 3, & x \leq 2 \\ (x - 1)^2, & 2 < x \leq 3. \\ x + 1, & x > 3 \end{cases}$

9. Для функції $y = 5x^3 - 6x^2 + 7x + 2^x + 3$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (11x^5 - 15x^3)\sqrt[3]{x}$;

3) $y = 10^{\sin x}$;

5) $y = \arcsin \frac{3x}{x+1}$;

7) $\ln x + 2y = 2xy + 8$;

2) $y = \frac{12^x + 6x^2}{2\operatorname{tg} x}$;

4) $y = \cos(1 + e^{-2x})$;

6) $\begin{cases} x = \cos 4t \\ y = \frac{6 \ln t - 2}{7} \end{cases}$

8) $y = \sqrt{x}^{\sin x}$.

ВАРІАНТ № 28

1. Обчислити визначник: 1) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ -2 & 3 & 5 & 6 \\ -4 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $AB - 2B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 1 & 7 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 7 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - 3y - z = -5 \\ 7x - 2y + 6z = 11 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ 2x - y - 4z = 3 \\ x - 2z = 4 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(4; 4; 10)$, $B(4; 10; 2)$, $C(2; 8; 4)$, $D(9; 6; 4)$. Знайти:

- 1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;
- 2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;
- 4) площу трикутника ABC ;
- 5) об'єм піраміди $ABCD$;
- 6) рівняння прямої AB ;

7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння еліпса, що проходить через точку $A(6;0)$, якщо його фокусна відстань $c = 5$.

7. Знайти границі: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9-7n}{n+12}$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{11n^3 + 4n^2 - n - 7}{n^3 - 8}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+9}{n+6} \right)^{n+5}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 49}$;

5) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{10}{25-x^2} + \frac{1}{x-5} \right)$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin 6x)}{e^{4x} - e^{2x}}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 0 \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 1. \\ 3-x, & x > 1 \end{cases}$

9. Для функції $y = x^3 + 6x^2 - 2x + \ln x + 4$ знайти:

1) похідну $y'(x)$;

2) диференціал dy ;

3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = 6e^x(8x^7 - 9x^6)$;

2) $y = \frac{4 \sin x + 3 \cos x}{\sqrt{x}}$;

3) $y = \sqrt[3]{\operatorname{tg} x}$;

4) $y = \arcsin^4(6x + 5)$;

5) $y = 4^{\operatorname{ctg} x} \ln x$;

6) $\begin{cases} x = \sqrt{1+t^2} \\ y = t \sin t \end{cases}$

7) $x^2 - y^4 - 2xy = 2y + 7$;

8) $y = (2x + 1)^{x^2}$.

ВАРІАНТ № 29

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 9 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$;

2) $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & 5 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Обчислити $B^2 - 3A$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \\ 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - y - 2z = -1 \\ 2x - y - 4z = 3 \\ 2x + 2y + 5z = 9 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - 3y - z = 1 \\ 3x - y - 2z = 4 \end{cases}$.

5. Задано точки $A(4; 6; 5)$, $B(6; 4; 9)$, $C(2; 10; 10)$, $D(7; 5; 9)$. Знайти:

1) координати і довжини векторів \overline{AB} , \overline{AC} і \overline{AD} ;

2) скалярний і векторний добуток векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;

3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;

4) площу трикутника ABC ;

5) об'єм піраміди $ABCD$;

6) рівняння прямої AB ;

7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння гіперболи, якщо її уявна піввісь $b = 2\sqrt{10}$, а фокусна відстань $c = 11$.

7. Знайти границі: 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 - 12n}{1 - 4n}$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 5n + 2}{3 - 2n^2}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n-3} \right)^{n-4}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 + 14x + 49}{x^2 + 9x + 14}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x)$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{(e^{\arctg 2x} - 1)^2}$.

8. Дослідити на неперервність функцію: $y = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0 \\ (x-1)^2, & 0 < x \leq 3 \\ 2-x, & x > 3 \end{cases}$.

9. Для функції $y = 6x^3 - 6x^2 + x + \ln x + 10$ знайти:

1) похідну $y'(x)$;

2) диференціал dy ;

3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

1) $y = (4x^9 + 21x^2)9^x;$

2) $y = \frac{3 \operatorname{arctg} x - 15}{\ln x};$

3) $y = \log_5 \sqrt{x};$

4) $y = \operatorname{tg}^3 \frac{1}{x};$

5) $y = \frac{\arcsin x^3}{e^x};$

6) $\begin{cases} x = \frac{\sin t}{2} \\ y = 4 \operatorname{tg} t \end{cases}$

7) $x + y - 5 = e^{x+y};$

8) $y = (\operatorname{ctg} x)^{e^x}.$

ВАРІАНТ № 30

1. Обчислити визначник:

1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \end{vmatrix};$

2) $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 9 & 1 \\ 2 & 0 & -6 & 8 \\ -1 & 0 & 3 & -4 \\ 7 & 5 & 8 & 2 \end{vmatrix}.$

2. Обчислити $BA - 3B$, якщо:

$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$

3. Розв'язати матричне рівняння $X \cdot A = B$, якщо: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}.$

4. Розв'язати систему рівнянь: 1) $\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ 2x - 3y - z = 1 \\ 3x - y - 2z = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - z = 11 \\ x - 4y + 4z = -15 \end{cases}.$

5. Задано точки $A(3; 5; 4), B(8; 7; 4), C(5; 10; 4), D(4; 7; 8)$. Знайти:

1) координати і довжини векторів $\overline{AB}, \overline{AC}$ і \overline{AD} ;

2) скалярний і векторний добутки векторів \overline{AB} і \overline{AC} ;

3) кут, утворений векторами \overline{AB} і \overline{AC} ;

4) площу трикутника ABC ;

5) об'єм піраміди $ABCD$;

6) рівняння прямої AB ;

7) рівняння площини ABC ;

8) рівняння висоти DH , опущеної з точки D на площину ABC .

6. Записати рівняння параболи, якщо рівняння її директриси $y = -10$.

7. Знайти границі:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{n-8};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+9n-18n^3}{2n^3+4n^2+3};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n-5} \right)^{n+4};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-4};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2+2x}{x^3+8} - \frac{1}{x^2-2x+4} \right);$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin 6x)}{x \sin 3x}.$$

8. Дослідити на неперервність функцію:

$$y = \begin{cases} |x|, & x \leq 0 \\ (x+2)^2, & 0 < x \leq 1. \\ 2x+3, & x > 1 \end{cases}$$

9. Для функції $y = x^3 + 2x^2 + 4x + e^x + 1$ знайти:

- 1) похідну $y'(x)$;
- 2) диференціал dy ;
- 3) похідну другого порядку $y''(x)$.

10. Знайти похідні заданих функцій:

$$1) y = (15x^6 - 6x^3) \ln x;$$

$$2) y = \frac{8x - \operatorname{ctg} x}{4^x};$$

$$3) y = \sin(x^2 + 2x - 9);$$

$$4) y = 5^{\sqrt{\log_3 x}};$$

$$5) y = e^{4x^2} \sin 2x;$$

$$6) \begin{cases} x = t^3 + 2t - 8 \\ y = \frac{\sin t}{2} \end{cases}$$

$$7) x^5 + y^3 + 3xy = \sin x + 6;$$

$$8) y = x^{\operatorname{arctg} x}.$$

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ "МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ"

1. Поняття матриці. Види матриць. Дії з матрицями.
2. Визначники II і III порядків та їх властивості. Методи обчислення.
3. Мінори, алгебраїчні доповнення. Розклад визначника за елементами рядка або стовпчика.
4. Визначники вищих порядків. Методи їх обчислення.
5. Правило Крамера розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
6. Поняття оберненої матриці та її знаходження.
7. Матричний метод розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
8. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
9. Поняття вектора. Модуль і координати вектора. Проекція вектора на вісь.
10. Лінійні дії з векторами. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів та їх властивості.
11. Лінійна залежність та незалежність векторів. Базис. Розклад вектора за базисом.
12. Кут між векторами. Умови колінеарності та перпендикулярності векторів.
13. Пряма лінія на площині. Різні види рівняння прямої.
14. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих.
15. Криві II порядку. Еліпс. Гіпербола. Парабола.
16. Площина у просторі. Різні види рівняння площини у просторі.
17. Пряма у просторі. Різні види рівняння прямої у просторі.
18. Числова послідовність. Границя послідовності. Означення та властивості.
19. Границя функції. Означення границі функції. Односторонні границі.
20. Поняття невизначеності. Розкриття невизначеностей.
21. Використання еквівалентних нескінченно малих для обчислення границь. Визначні границі.
22. Неперервність функції. Точки розриву функції та їх класифікація.
23. Похідна функції. Правила диференціювання. Таблиця похідних.
24. Диференціювання складених, обернених та заданих неявно і параметрично функцій. Логарифмічна похідна.
25. Похідні вищих порядків.
26. Диференціал функції та його застосування для наближених обчислень.
27. Правило Лопітала знаходження границі функції.
28. Критичні точки функції $y = f(x)$ та їх знаходження.
29. Екстремуми функції $y = f(x)$. Дослідження функції на екстремум.
30. Опуклість і вгнутість кривих. Дослідження на опуклість, вгнутість.
31. Загальна схема повного дослідження функції.

ДОДАТОК

Список еквівалентних нескінченно малих функцій

Часто для спрощення знаходження границі функції використовують заміну деяких нескінченно малих функцій на еквівалентні:

$$\sin x \sim x, \quad x \rightarrow 0,$$

$$e^x - 1 \sim x, \quad x \rightarrow 0,$$

$$\operatorname{tg} x \sim x, \quad x \rightarrow 0,$$

$$a^x - 1 \sim x \ln a, \quad x \rightarrow 0,$$

$$\arcsin x \sim x, \quad x \rightarrow 0,$$

$$\ln(1+x) \sim x, \quad x \rightarrow 0,$$

$$\operatorname{arctg} x \sim x, \quad x \rightarrow 0,$$

$$\log_a(1+x) \sim x/\ln a, \quad x \rightarrow 0,$$

$$1 - \cos x \sim x^2/2, \quad x \rightarrow 0,$$

$$(1+x)^k - 1 \sim kx, \quad x \rightarrow 0.$$

Таблиця похідних основних елементарних функцій:

	$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
1	C	0
2	x	1
3	x^n	nx^{n-1}
4	\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
5	a^x	$a^x \ln a$
6	e^x	e^x
7	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
8	$\ln x$	$\frac{1}{x}$

	$y = f(x)$	$y' = f'(x)$
9	$\sin x$	$\cos x$
10	$\cos x$	$-\sin x$
11	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
12	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
16	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Курс вищої математики. – Т. 1. – К.: КУЕТТ, 2006. – 337 с.
2. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Курс вищої математики. – Т. 2. – К.: КУЕТТ, 2006. – 334 с.
3. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Математичний практикум. – Ч. 1. – К.: КУЕТТ, 2007. – 335 с.
4. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Математичний практикум. – Ч. 2. – К.: КУЕТТ, 2007. – 396 с.
5. Дюженкова Л. І., Дюженкова О. Ю., Михалін Г. О. Вища математика. Приклади і задачі. – К.: Видавничий центр «Академія», 2002. – 623 с.
6. Васильченко І. П. Математика для економістів. – К.: Кондор, 2006.
7. Грисенко М. В. Математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2007. – 720 с.
8. Ляшенко О., Черняк О., Кравець Т. та ін. Вища математика для економістів: Підручник. – Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 547 с.
9. Рудницький О. Г. Математика для економістів. Конспект лекцій для студентів денної та заочної форми навчання. – ДЕТУТ, 2010. – 265 с.

Навчально-методичне видання

**КРИЖАНОВСЬКА ТЕТЯНА ВАСИЛІВНА
КЛЕЦЬКА ТЕТЯНА СЕРГІЇВНА
СЕМЕНЕНКО ТЕТЯНА МИКОЛАЇВНА**

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ.

**Методичні вказівки для виконання розрахункової роботи № 1
для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки
6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит»,
6.030504 «Економіка підприємства»**

Відповідальна за випуск – Клецька Т.С.
Редакція авторська

Підписано до друку 22.12.11. Формат 60×84/16. Папір – офсетний. Спосіб друку
– ризографія. Замовлення № 121-2/11. Наклад 75 примірників.

Надруковано в Редакційно-видавничому центрі
Державного економіко-технологічного університету транспорту
Свідоцтво про реєстрацію: Серія ДК № 3079 від 27.12.2007 р.
03049, м. Київ-049, вул. Миколи Лукашевича, 19