МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОНОМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ТРАНСПОРТУ

Кафедра вищої математики

Т.В. КРИЖАНОВСЬКА
Т.С. КЛЕЦЬКА
Т.М. СЕМЕНЕНКО

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

Методичні вказівки для виконання розрахункової роботи № 3
для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки
6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит»,
6.030504 «Економіка підприємства»

Київ 2014

УДК 51:517

Крижановська Т.В., Клецька Т.С., Семененко Т.М.

Математика для економістів: Методичні вказівки для виконання розрахункової роботи № 3 для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки 6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит», 6.030504 «Економіка підприємства». – К.: ДЕТУТ, 2014. – 84 с.

Методичні вказівки призначені для індивідуальної роботи студентів з математики для економістів. В них наводяться основні типи задач з математики для економістів для студентів II курсу III семестру економічних спеціальностей. На простих прикладах вивчаються найхарактерніші методи розв'язання математичних задач.

Методичні вказівки розглянуто та затверджено на засіданні кафедри вищої математики (протокол № 4 від 22.11.2013) та на засіданні методичної комісії факультету (протокол № від .11.2013).

Методичні вказівки призначені для студентів всіх форм навчання за напрямами підготовки 6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит», 6.030504 «Економіка підприємства».

Укладачі: *Т.В. Крижановська*, к. ф.-м. н., професор;
Т.С. Клецька, к.і.н., доцент;
Т.М. Семененко, старший викладач.

Рецензенти: *О.О.Кільчинський*, к.ф.-м. н., доцент;
В.М.Семененко, к.ф.-м. н., доцент

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки охоплюють основні розділи курсу математики для економістів для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки 6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит», 6.030504 «Економіка підприємства» за III семестр II курсу. Це класична теорія ймовірностей, випадкові величини та математична статистика. До цих розділів належать задачі розрахункової роботи № 3. Послідовність номерів задач відповідає послідовності лекцій курсу математики для економістів. Це забезпечує рівномірне завантаження студентів і виконання ними розрахункової роботи протягом семестру, починаючи з першої лекції. Для полегшення орієнтації студентів в курсі математики для економістів та глибшого засвоєння навчального матеріалу перед переліком умов завдань для самостійної роботи студентів наведено методичні рекомендації для розв'язання відповідних задач, а в кінці методичних вказівок – список контрольних питань з теорії, додаток (таблиця інтегралів), а також наведено список рекомендованої літератури.

Розрахункова робота повинна виконуватись на аркушах паперу білого кольору формату А4 на одному боці аркуша відповідно до чинних правил оформлення розрахункових і контрольних робіт. Зворотній бік аркуша використовується для виправлення помилок, а також для можливих допоміжних зауважень, вказівок і пояснень викладача. На титульній сторінці обов'язково має бути вказано назву університету, назву предмета (математика для економістів), номер розрахункової роботи, прізвище та ініціали студента, групу, в якій він навчається, а також прізвище викладача, який перевіряє роботу.

Методичні вказівки містять 30 варіантів розрахункової роботи. Номер варіанта визначається порядковим номером прізвища студента в журналі викладача.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

Задача 1.1

Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

На книжковій полиці знаходиться 10 підручників, серед яких 4 з математики. Навмання береться 7 книжок. Визначити ймовірність того, що серед відібраних підручників виявиться 3 з математики.

Розв'язання:

Із загальної кількості (10 підручників) 7 підручників можна вибрати $C_{10}^{7}=\dfrac{10!}{7!\left(10-7\right)!}=120$ способами, тобто число всіх елементарних подій простору Ω дорівнює $n=120$.

Далі розглянемо сприятливі для нас результати випробування.

З чотирьох підручників з математики можна вибрати три $C_4^3=4$ способами, при цьому інші $7-3=4$ книжки мають бути підручниками з інших предметів. Вибрати ці 4 підручника з $10-4=6$ нематематичних книжок на полиці можна $C_6^4=15$ способами.

Отже, число сприятливих результатів випробування за правилом добутку дорівнює $m=C_4^3\cdot C_6^4=60$.

Шукана ймовірність дорівнює відношенню числа результатів випробувань сприятливих для розглядуваної події, до числа всіх рівноможливих результатів випробувань:

$$p=\frac{m}{n}=\frac{C_4^3\cdot C_6^4}{C_{10}^{7}}=\frac{60}{120}=0{,}5$$

Відповідь: $p=0{,}5$.

Задача 1.2

Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

На десяти картках написані букви М, А, Т, Е, М, А, Т, И, К, А. Після перемішування картки розкладають в ряд довільним чином. Яка ймовірність того, що буде отримано слово МАТЕМАТИКА?

Розв'язання:

Із загальної кількості (10 букв) можна скласти $P_{10}=10!=3628800$ перестановок (слів), тобто число всіх елементарних подій простору Ω дорівнює $n=3628800$.

Далі розглянемо сприятливі для нас результати випробування (коли отримано саме слово МАТЕМАТИКА).

Слово не зміниться, якщо дві букви М поміняти місцями $P_2 = 2!$ способами, три букви А можна переставляти $P_3 = 3!$ способами, і дві букви Т $P_2 = 2!$ способами, при цьому інші $10 - (2 + 3 + 2) = 3$ букви мають залишатися на своїх місцях ($P_1 = 1$ спосіб для кожної).

Отже, число сприятливих результатів випробування за правилом добутку дорівнює $m = 2!\cdot 3!\cdot 2!\cdot 1\cdot 1\cdot 1 = 2\cdot 6\cdot 2 = 24$.

Шукана ймовірність дорівнює відношенню числа результатів випробувань сприятливих для розглядуваної події, до числа всіх рівноможливих результатів випробувань:

$$p = \frac{m}{n} = \frac{2!\cdot 3!\cdot 2!}{10!} = \frac{24}{3628800} = \frac{1}{151200}.$$

Відповідь: $p = \dfrac{1}{151200}$.

Задача 2

Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

В урні міститься 9 червоних і 5 синіх кульок. Кульки з неї виймаються по одній без повернення. Таким чином вийняли 4 кульки. Обчислити ймовірність таких випадкових подій:

1) вийняли 4 червоні кульки;
2) вийняли 4 сині кульки;
3) вийняли хоча б одну червону кульку;
4) вийняли 2 червоні кульки та 2 сині кульки.

Розв'язання:

Позначимо A_1, A_2, A_3, A_4 випадкові події, які полягають в тому, що перша, друга, третя та четверта вийняті кульки – червоні. Тоді $\overline{A_1}, \overline{A_2}, \overline{A_3}, \overline{A_4}$ – протилежні події – кульки не червоні (сині).

Позначимо події A – вийняли 4 червоні кульки;
B – вийняли 4 сині кульки;
C – вийняли хоча б одну червону кульку;
D – вийняли 2 червоні та 2 сині кульки.

Події A_1, A_2, A_3, A_4 – залежні, тому за умовою задачі:

$$P(A_1)=\frac{9}{14},\quad P(A_2/A_1)=\frac{8}{13},\quad P(A_3/A_1A_2)=\frac{7}{12},\quad P(A_4/A_1A_2A_3)=\frac{6}{11},$$

$$P(\overline{A_1})=\frac{5}{14},\quad P(\overline{A_2}/\overline{A_1})=\frac{4}{13},\quad P(\overline{A_3}/\overline{A_1}\,\overline{A_2})=\frac{3}{12},\quad P(\overline{A_4}/\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3})=\frac{2}{11}.$$

Тоді

1) $P(A)=P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1A_2)\cdot P(A_4/A_1A_2A_3)=\frac{9}{14}\cdot\frac{8}{13}\cdot\frac{7}{12}\cdot\frac{6}{11}=\frac{36}{143}$;

2) $P(B)=P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2}/\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_3}/\overline{A_1}\,\overline{A_2})\cdot P(\overline{A_4}/\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3})=\frac{5}{14}\cdot\frac{4}{13}\cdot\frac{3}{12}\cdot\frac{2}{11}=\frac{5}{1001}$;

3) $P(C)=1-P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2}/\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_3}/\overline{A_1}\,\overline{A_2})\cdot P(\overline{A_4}/\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3})=1-\frac{5}{1001}=\frac{996}{1001}$;

4) $P(D)=\frac{9}{14}\cdot\frac{8}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}+\frac{9}{14}\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{8}{12}\cdot\frac{4}{11}+\frac{9}{14}\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{4}{12}\cdot\frac{8}{11}+\frac{5}{14}\cdot\frac{9}{13}\cdot\frac{8}{12}\cdot\frac{4}{11}+\frac{5}{14}\cdot\frac{9}{13}\cdot\frac{4}{12}\cdot\frac{8}{11}+$
$+\frac{5}{14}\cdot\frac{4}{13}\cdot\frac{9}{12}\cdot\frac{8}{11}=6\cdot\frac{60}{1001}=\frac{360}{1001}$.

Відповідь: 1) $\frac{36}{143}$; 2) $\frac{5}{1001}$; 3) $\frac{996}{1001}$; 4) $\frac{360}{1001}$.

Задача 3

Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

До складального цеху надходять деталі від трьох інших цехів. Від першого надходить 30% усіх деталей, від другого 45% і від третього – решта деталей. Перший цех допускає в середньому 0,08 браку, другий – 0,03 і третій – 0,1.

1) Яка ймовірність того, що до складального цеху надійде стандартна деталь?
2) До складального цеху надійшла стандартна деталь. Яка ймовірність того, що вона виготовлена в другому цеху?

Розв'язання:

Позначимо через A випадкову подію, яка полягає в тому, що до складального цеху надійшла стандартна деталь.

Розглянемо гіпотези: B_1 – деталь надійшла від першого цеху, $P(B_1)=0{,}3$;
B_2 – деталь надійшла від другого цеху, $P(B_2)=0{,}45$;
B_3 – деталь надійшла від третього цеху, $P(B_3)=0{,}25$.

Умовна ймовірність події А (появи стандартної деталі) при кожній з цих гіпотез:

$$P(A/B_1)=1-0{,}08=0{,}92;$$
$$P(A/B_2)=1-0{,}03=0{,}97;$$

$$P(A/B_3) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9.$$

1) Обчислимо ймовірність того, що до складального цеху надійшла стандартна деталь за формулою повної ймовірності:

$$P(A) = P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) + P(B_3)P(A/B_3) =$$
$$= 0{,}3 \cdot 0{,}92 + 0{,}45 \cdot 0{,}97 + 0{,}25 \cdot 0{,}9 = 0{,}276 + 0{,}4365 + 0{,}225 = 0{,}9375.$$

2) Обчислимо ймовірність того, що отримана стандартна деталь виготовлена в другому цеху за формулою Байєса:

$$P(B_2\ /\ A) = \frac{P(B_2)P(A/B_2)}{P(A)} = \frac{0{,}45 \cdot 0{,}97}{0{,}9375} = \frac{0{,}4365}{0{,}9375} = 0{,}4656.$$

Відповідь: 1) 0,9375; 2) 0,4656.

Задача 4

Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Прилад складається з чотирьох незалежних вузлів. Надійність кожного (ймовірність безвідмовної роботи) є величиною сталою і дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що у приладі працюватиме безвідмовно:

1) два вузли;
2) не більше трьох вузлів;
3) найімовірніше число m_0 вузлів.

Розв'язання:

1) Ймовірність того, що вузол буде працювати $p = 0{,}8$. Тому ймовірність протилежної події (вузол вийде з ладу) відповідно дорівнює $q = 1 - p = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$.

За формулою Бернуллі $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ знайдемо ймовірність того, що у приладі буде безвідмовно працювати рівно два вузли з чотирьох:

$$P_4(2) = C_4^2 p^2 q^{4-2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} \cdot 0{,}8^2 \cdot 0{,}2^2 = 6 \cdot 0{,}64 \cdot 0{,}04 = 0{,}1536.$$

2) За умовою задачі $p = 0{,}8$, $q = 0{,}2$ та $n = 4$. Нехай подія А – у приладі безвідмовно працює не більше трьох вузлів (тобто три або менше). Тоді протилежна подія $\overline{A}$ – працює більше трьох вузлів (тобто чотири).

Подію А можна знайти або як суму таких несумісних подій: працює три вузли (подія A_3), працює два вузли (A_2), працює один вузол (A_1), відмовили всі вузли (A_0), або як різницю $P(A) = 1 - P(\overline{A})$, де $\overline{A} = A_4$. Тоді

$$P(A) = P(A_3) + P(A_2) + P(A_1) + P(A_0) \text{ або } P(A) = 1 - P(A_4)$$

Легше знайти ймовірність протилежної події $\overline{A}$:

$$P(\overline{A}) = P(A_4) = C_4^4 \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}2^{4-4} = 1 \cdot 0{,}4096 \cdot 0{,}2^0 = 0{,}4096.$$

Тоді ймовірність потрібної нам події А знайдемо за формулою:

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-0{,}4096=0{,}5904.$$

3) За умовою задачі $p=0{,}8$, $q=0{,}2$ та $n=4$. Найімовірніше число m_0 працюючих вузлів знайдемо з подвійної нерівності $np-q\le m_0\le np+p$:

$$4\cdot 0{,}8-0{,}2\le m_0\le 4\cdot 0{,}8+0{,}8 \quad\Rightarrow\quad 3\le m_0\le 4 \quad\Rightarrow\quad m_0=3 \text{ або } m_0=4.$$

Відповідні ймовірності знайдемо за формулою Бернуллі:

$$P_4(3)=C_4^3 p^3 q^{4-3}=\frac{4!}{3!(4-3)!}\cdot 0{,}8^3\cdot 0{,}2^1=4\cdot 0{,}512\cdot 0{,}2=0{,}4096,$$

$$P_4(4)=C_4^4 p^4 q^{4-4}=1\cdot 0{,}8^4\cdot 0{,}2^0=1\cdot 0{,}4096\cdot 1=0{,}4096.$$

Відповідь: 1) 0,1536; 2) 0,5904; 3) 0,4096.

Задача 5
Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність появи події *A* в кожному випробуванні дорівнює 0,65. Знайти ймовірність того, що при 100 випробуваннях подія *A* з'явиться:
1) рівно 50 разів;
2) від 60 до 70 разів;
3) не більше 55 разів.

Розв'язання:

1) За локальною теоремою Муавра-Лапласа $P_n(k)=\dfrac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$, де $x=\dfrac{k-np}{\sqrt{npq}}$, а $\varphi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$ – функція Гауса (значення якої містяться в таблиці);

За умовою $n=100$; $p=0{,}65$; $q=0{,}35$; $k=50$.

$$np=100\cdot 0{,}65=65, \quad \sqrt{npq}=\sqrt{100\cdot 0{,}65\cdot 0{,}35}=\sqrt{22{,}75}\approx 4{,}77;$$

Знайдемо значення аргументу *x*: $x=\dfrac{k-np}{\sqrt{npq}}=\dfrac{50-65}{4{,}77}\approx -3{,}14$;

Значення функції Гауса знайдемо в таблиці, враховуючи її парність:

$$\varphi(x)=\varphi(-3{,}14)=\varphi(3{,}14)\approx 0{,}0029.$$

Тому за локальною теоремою Муавра-Лапласа $P_{100}(50)=\dfrac{0{,}0029}{4{,}77}\approx 0{,}0006$.

2) За інтегральною теоремою Муавра-Лапласа $P_n(k_1;k_2)=\Phi(x'')-\Phi(x')$, де $\Phi(x)$ – функція Лапласа (значення якої містяться в таблиці).

За умовою задачі $k_1 = 60$, $k_2 = 70$.

Обчислимо аргументи функції Лапласа x' та x'':

$$x' = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{60 - 65}{4{,}77} \approx -1{,}05; \qquad x'' = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{70 - 65}{4{,}77} \approx 1{,}05.$$

Таким чином, враховуючи непарність функції Лапласа, маємо:

$$P_{100}(60; 70) = \Phi(1{,}05) - \Phi(-1{,}05) = \Phi(1{,}05) + \Phi(1{,}05) = 0{,}3531 + 0{,}3531 = 0{,}7062.$$

3) За умовою задачі $k_1 = 0$, $k_2 = 55$, тому

$$x' = \frac{0 - 65}{4{,}77} \approx -13{,}63; \qquad x'' = \frac{55 - 65}{4{,}77} = -2{,}10.$$

За інтегральною теоремою Муавра-Лапласа маємо:

$$P_{100}(0; 55) = \Phi(-2{,}10) - \Phi(-13{,}63) = -\Phi(2{,}10) + \Phi(13{,}63) = -0{,}4821 + 0{,}5 = 0{,}0179.$$

Відповідь: 1) 0,0006; 2) 0,7062; 3) 0,0179.

Задача 6

За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	5,8	3,5	1,3	–1,4	–3,7
p	0,11	0,23	0,27	0,22	0,17

Необхідно знайти числові характеристики $M\xi$, $D\xi$, $\sigma\xi$, побудувати графік функції розподілу $F(x)$ та багатокутник розподілу.

Розв'язання:

Обчислимо числові характеристики ДВВ ξ:

$$M\xi = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i = 5{,}8 \cdot 0{,}11 + 3{,}5 \cdot 0{,}23 + 1{,}3 \cdot 0{,}27 + (-1{,}4) \cdot 0{,}22 + (-3{,}7) \cdot 0{,}17 = 0{,}857$$

$$D\xi = M\xi^2 - (M\xi)^2 = 5{,}8^2 \cdot 0{,}11 + 3{,}5^2 \cdot 0{,}23 + 1{,}3^2 \cdot 0{,}27 + (-1{,}4)^2 \cdot 0{,}22 + (-3{,}7)^2 \cdot 0{,}17 - 0{,}857^2 \approx 8{,}997$$

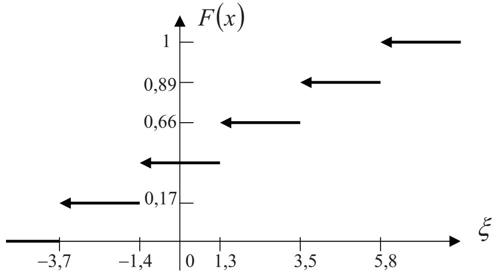
$$\sigma\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{8{,}997} \approx 2{,}999$$

Перепишемо закон розподілу ДВВ у порядку зростання значень ξ:

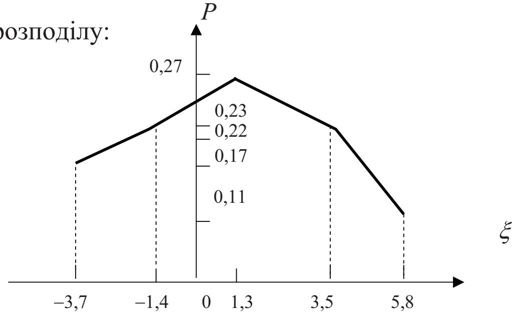
ξ	–3,7	–1,4	1,3	3,5	5,8
p	0,17	0,22	0,27	0,23	0,11

Знайдемо функцію розподілу та побудуємо її графік:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le -3{,}7\\ 0{,}17 & -3{,}7<x\le -1{,}4\\ 0{,}39 & -1{,}4<x\le 1{,}3\\ 0{,}66 & 1{,}3<x\le 3{,}5\\ 0{,}89 & 3{,}5<x\le 5{,}8\\ 1 & x>5{,}8\end{cases}$$



Побудуємо багатокутник розподілу:



Відповідь: $M\xi=0{,}857;\ D\xi=8{,}997;\ \sigma\,\xi=2{,}999$.

Задача 7

За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, дисперсію та середне квадратичне відхилення, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина X задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ x^2, & 0<x\le 1.\\ 1, & x>1\end{cases}$

Знайти $f(x)$, $M(x)$, $D(x)$, σ, $P(1/2\le X\le 2)$. Побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Розв'язання:

Знайдемо щільність розподілу $f(x)=F'(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 2x, & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1\end{cases}$

Знайдемо математичне сподівання та дисперсію:

$$M(X)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx=\int\limits_0^1 x\cdot 2x\,dx=2\int\limits_0^1 x^2\,dx=2\left(\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^1=\frac{2}{3}\approx 0{,}67\,.$$

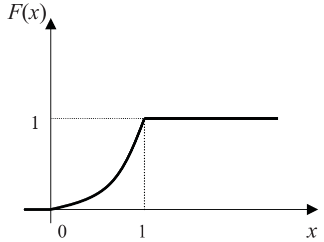
$$D(X)=M\left(X^2\right)-M^2(X)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx-\left(\frac{2}{3}\right)^2=2\int\limits_0^1 x^3\,dx-\frac{4}{9}=2\left(\frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^1-\frac{4}{9}=\frac{1}{18}\approx 0{,}06$$

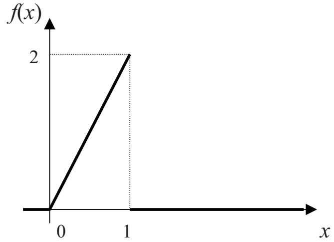
$\sigma=\sqrt{D(X)}=\sqrt{0{,}06}\approx 0{,}24\,.$

За формулою $P(\alpha\le X\le\beta)=F(\beta)-F(\alpha)$ знайдемо ймовірність попадання випадкової величини в інтервал [1/2; 2]:

$$P(1/2\le X\le 2)=F(2)-F(1/2)=1-0{,}5^2=1-0{,}25=0{,}75.$$

Побудуємо графіки функції та щільності розподілу:





Відповідь: $f(x)=F'(x)=\begin{cases}2x, & 0<x\le 1\\ 0, & x\le 0 \ \text{або}\ x>1\end{cases}$

$$M(X)=\frac{2}{3},\quad D(X)=\frac{1}{18},\quad \sigma=0{,}24\,,\quad P(1/2\le X\le 2)=0{,}75\,.$$

Задача 8

Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини ξ:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+3)^2}{2}},\qquad -\infty<x<+\infty\,.$$

Визначити M_0, M_e, A_s, E_s. Обчислити $P(-4<\xi<2),\quad P\left(|\xi+3|<2\right).$

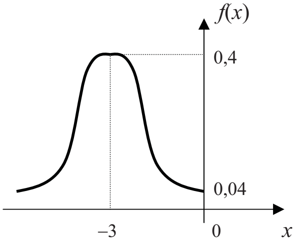
Розв'язання:

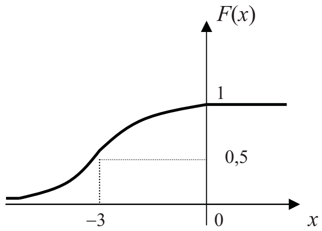
Дана функція за означенням має нормальний закон розподілу з параметрами $a=M(x)=-3,\quad \sigma=\sigma(x)=1\,.$ Отже $M(x)=a=-3$ та $D(x)=\sigma^2=1\,.$

Тому функція розподілу буде мати вигляд:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x+3)^2}{2}} dx .$$

Побудуємо графіки щільності та функції розподілу:





Мода та медіана нормального розподілу дорівнюють його математичному сподіванню $M_0 = M_e = a = -3$. Асиметрія та ексцес для нормального розподілу $A_s = E_s = 0$ при будь яких обмежених значеннях параметрів a і σ.

Обчислимо ймовірність попадання випадкової величини в заданий інтервал за формулами:

$$P(\alpha < \xi < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right) \quad \text{та} \quad P(|\xi - a| < \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$$

Маємо

$$P(-4 < \xi < 2) = \Phi(5) - \Phi(-1) = \Phi(5) + \Phi(1) = 0{,}5 + 0{,}3413 = 0{,}8413;$$

$$P(|\xi + 3| < 2) = 2\Phi\left(\frac{2}{1}\right) = 2\Phi(2) = 2 \cdot 0{,}4772 = 0{,}9544.$$

Відповідь: $M(x) = -3;\ D(x) = 1;\ \sigma = 1;\ M_0 = M_e = -3;\ A_s = E_s = 0;$

$P(-4 < \xi < 2) = 0{,}8413;\ P(|\xi + 3| < 2) = 0{,}9544.$

Задача 9

За заданим дискретним статистичним розподілом випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;

3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma = 0{,}95$ для невідомих числових характеристик ξ.

x_i	2,5	4,5	6,5	8,5	10,5	12,5	14,5
n_i	5	10	15	20	25	15	10

Розв'язання:

1) Обчислення зручно заносити в таблицю:

x_i	n_i	w_i	F_i^*	$x_i w_i$	$x_i^2 w_i$	$x_i^3 w_i$	$x_i^4 w_i$
2,5	5	0,05	0,05	0,125	0,3125	0,78125	1,953125
4,5	10	0,1	0,15	0,45	2,025	9,1125	41,00625
6,5	15	0,15	0,3	0,975	6,3375	41,19375	267,75938
8,5	20	0,2	0,5	1,7	14,45	122,825	1044,0125
10,5	25	0,25	0,75	2,625	27,5625	289,40625	3038,7656
12,5	15	0,15	0,9	1,875	23,4375	292,96875	3662,1094
14,5	10	0,1	1	1,45	21,025	304,8625	4420,5063
Σ	100	1	–	9,2	95,15	1061,15	12476,113

В даній таблиці:

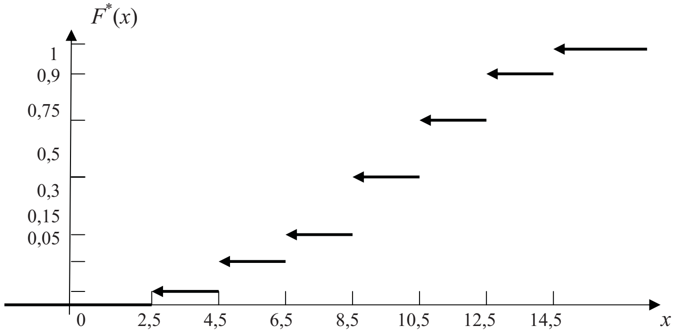
$n = \sum_{i=1}^{7} n_i = 100$ – об'єм вибірки, $\quad w_i = \dfrac{n_i}{n}$ – відносні частоти.

Згідно з означенням функція розподілу $F^*(x)$ буде мати такий вигляд:

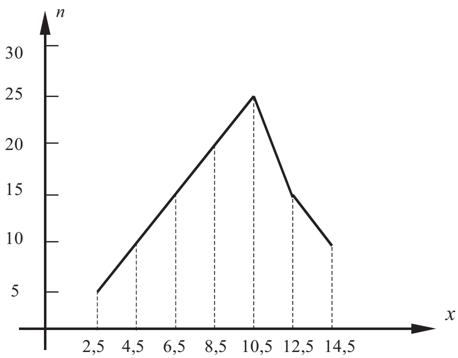
$$F^*(x) = P(X < x) = \frac{n_x}{n} = \begin{cases} 0, & x \le 2{,}5 \\ 0{,}05, & 2{,}5 < x \le 4{,}5 \\ 0{,}15, & 4{,}5 < x \le 6{,}5 \\ 0{,}3, & 6{,}5 < x \le 8{,}5 \\ 0{,}5, & 8{,}5 < x \le 10{,}5 \\ 0{,}75, & 10{,}5 < x \le 12{,}5 \\ 0{,}90, & 12{,}5 < x \le 14{,}5 \\ 1, & x > 14{,}5 \end{cases}$$

n_x – кількість варіант статистичного розподілу вибірки, значення яких менше за фіксоване значення x.

Графічне зображення $F^*(x)$ подано на рисунку:



Дискретний статистичний розподіл вибірки можна зобразити графічно у вигляді ламаної лінії, відрізки якої сполучають коефіцієнти точок $(x_i; n_i)$. Полігон частот зображено на рисунку:



2) Обчислення точкових оцінок числових характеристик вибірки зручно виконувати за допомогою проміжних розрахунків, що були виконані в таблиці.

Вибіркова середня величина $\overline{x}_в$: $\overline{x}_в = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7} x_i n_i = \sum_{i=1}^{7} x_i w_i = 9{,}2$

Вибіркова медіана M_e^* – це варіанта, яка поділяє варіаційний ряд на дві частини, рівні за кількістю варіант. $M_e^* = 8{,}5$, оскільки варіанта $x = 8{,}5$ поділяє варіаційний ряд 2,5; 4,5; 6,5; 8,5; 10,5; 12,5; 14,5 на дві частини: 2,5; 4,5; 6,5 та 10,5; 12,5; 14,5, які мають однакову кількість варіант.

Вибіркова мода M_0^* – це варіанта, що має найбільшу частоту появи. Найбільшу частоту $n = 25$ має варіанта $x = 10{,}5$. Отже мода $M_0^* = 10{,}5$.

Вибіркова дисперсія $D_в$ шукається за формулою:

$$D_в = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7} x_i^2 n_i - \left(\overline{x}_в\right)^2 = \sum_{i=1}^{7} x_i^2 w_i - \left(\overline{x}_в\right)^2, \text{ отже}$$

$$D_в = 95{,}15 - (9{,}2)^2 = 95{,}15 - 84{,}64 = 10{,}51.$$

Вибіркове середнє квадратичне відхилення $\sigma_в$: $\sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{10{,}51} \approx 3{,}24$

Вибіркова виправлена дисперсія s^2 та виправлене середнє квадратичне відхилення s шукаються за формулами:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_в \qquad \Rightarrow \qquad s = \sqrt{\frac{n}{n-1} D_в} \; ;$$

$$s^2 = \frac{100}{99} \cdot 10{,}51 = 10{,}62 \qquad \Rightarrow \qquad s = \sqrt{10{,}62} \approx 3{,}26.$$

Вибірковий коефіцієнт варіації $V_в$:

$$V_в = \frac{\sigma_в}{\bar{x}_в} \cdot 100\%, \quad (\bar{x}_в \neq 0) \qquad\qquad V_в = \frac{3{,}24}{9{,}2} \cdot 100\% \approx 35{,}24\%$$

Вибірковий коефіцієнт асиметрії A_s^* та вибірковий ексцес E_s^* шукаються за формулами:

$$A_s^* = \frac{1}{\sigma_в^3} \sum_{i=1}^{7} \left(x_i - \bar{x}_в\right)^3 w_i \qquad \text{або} \qquad A_s^* = \frac{1}{\sigma_в^3} \left(\nu_3^* - 3\nu_2^* \nu_1^* + 2\nu_1^{*3}\right),$$

$$E_s^* = \frac{1}{\sigma_в^4} \sum_{i=1}^{7} \left(x_i - \bar{x}_в\right)^4 w_i - 3 \qquad \text{або} \qquad E_s^* = \frac{1}{\sigma_в^4} \left(\nu_4^* - 4\nu_3^* \nu_1^* + 6\nu_2^* \nu_1^{*2} - 3\nu_1^{*4}\right) - 3,$$

де $\nu_k^* = \sum_{i=1}^{7} x_i^k w_i$ – вибірковий початковий момент порядку k. Маємо

$$A_s^* = \frac{1}{3{,}24^3} \left(1061{,}15 - 3 \cdot 95{,}15 \cdot 9{,}2 + 2 \cdot 9{,}2^3\right) = \frac{1061{,}15 - 2626{,}14 + 1557{,}38}{34{,}012} = -0{,}23;$$

$$E_s^* = \frac{1}{3{,}24^4} \left(12476{,}113 - 4 \cdot 1061{,}15 \cdot 9{,}2 + 6 \cdot 95{,}15 \cdot 9{,}2^2 - 3 \cdot 9{,}2^4\right) - 3 = 2{,}31 - 3 = -0{,}69.$$

3) Вважаючи, що досліджувана ознака генеральної сукупності має нормальний розподіл, обчислимо теоретичні частоти за формулою:

$$n_i' = \frac{nh}{\sigma_в} \varphi(u_i),$$

де n – об’єм вибірки, h – крок (різниця між двома сусідніми варіантами),

$u_i = \dfrac{x_i - \bar{x}_в}{\sigma_в}$ – умовні варіанти,

$\varphi(u) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$ – функція Гаусса.

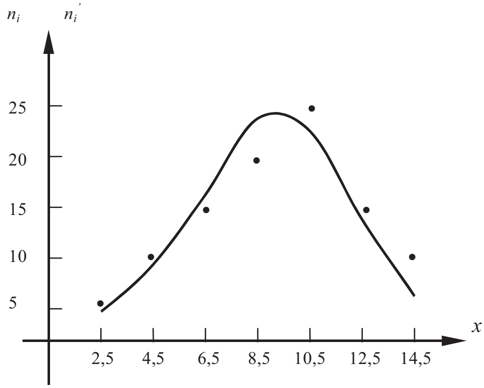
Отримаємо

$$n_i' = \frac{nh}{\sigma_в} \varphi(u_i) = \frac{100 \cdot 2}{3{,}24} \varphi(u_i) = 61{,}73 \cdot \varphi(u_i).$$

Результати обчислень занесемо в таблицю 2:

x_i	2,5	4,5	6,5	8,5	10,5	12,5	14,5	$\sum$
u_i	–1,4916	–1,014	–0,54	–0,06	0,42	0,89	1,37	
$\varphi\ (u_i)$	0,0468	0,1394	0,2827	0,3994	0,3683	0,2371	0,1074	
$n_i^{'}$	2,89	8,6	17,45	24,65	22,73	14,64	6,63	97,6
n_i	5	10	15	20	25	15	10	100
$n_i - n_i^{'}$	2,11	1,4	–2,45	–4,65	2,27	0,36	3,37	
$\dfrac{\left(n_i - n_i^{'}\right)^2}{n_i^{'}}$	1,543	0,228	0,344	0,877	0,227	0,009	1,713	4,94 = $=\chi_в^2$
F_i^*	0,05	0,15	0,3	0,5	0,75	0,90	1	
$\Phi_0\,(u_i)$	–0,48	–0,427	–0,297	–0,087	0,1554	0,3461	0,4484	
$F(x)$	0,0197	0,0735	0,2033	0,4129	0,6554	0,8461	0,9484	
$\lvert F_i^* – F(x)\rvert$	0,0303	0,0765	0,0967	0,0871	0,0946	0,0539	0,0516	

4) Побудуємо в одній системі координат полігон частот та теоретичну криву за точками $(x_i,\ n\,\square_i)$, $i = \overline{1,7}$.



5) Перевіримо, чи узгоджуються результати спостережень з гіпотезою про нормальний розподіл ознаки генеральної сукупності при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$.

I. Застосуємо критерій згоди Пірсона.

Обчислимо емпіричне значення статистики Пірсона за формулою:

$$\chi_в^2 = \sum_{i=1}^{7} \frac{\left(n_i - n_i^{'}\right)^2}{n_i^{'}} \qquad \Rightarrow \qquad \chi_в^2 = 4{,}94 \quad \text{(таблиця 2, рядок 7)}$$

За таблицею критичних точок розподілу χ^2 знаходимо $\chi_{кр}^2\,(0{,}05;\,4) = 9{,}5$.

Отже, $\chi^2_в < \chi^2_{кр}$ (дійсно 5,16 < 9,5), тому гіпотеза про нормальний розподіл ознаки ξ генеральної сукупності не відхиляється.

II. Застосуємо критерій згоди Колмогорова. Критерій згоди Колмогорова використовує для перевірки гіпотези $H_о$ статистику $D = \max|F_i^* - F(x)|$, де F_i^* і $F(x)$ – відповідно емпірична та теоретична функції розподілу.

Для гіпотетичного нормального розподілу

$$F(x) = 0{,}5 + \Phi_0\left(\frac{x_i - \bar{x}_в}{\sigma_в}\right), \quad \text{де} \quad \Phi_0(x) \text{ – функція Лапласа.}$$

Обчислюємо значення теоретичної (нормальної) функції розподілу $F(x)$ в точках x_i, $i = \overline{1,7}$ та значення $|F_i^* - F(x)|$ (таблиця 2, рядок 11).

Маємо $D^* = \max|F_i^* - F(x)| = 0{,}0967 \approx 0{,}097$.

За таблицею критичних точок розподілу Колмогорова знаходимо при $\alpha = 0{,}05$:

$$D_{кр}\sqrt{n} = 1{,}358 \qquad \Rightarrow \qquad D_{кр} = \frac{1{,}358}{\sqrt{100}} = \frac{1{,}358}{10} \approx 0{,}136$$

Бачимо, що $D^* < D_{кр}$ (0,097 < 0,136), тому гіпотеза про нормальний розподіл ξ генеральної сукупності не відхиляється.

6) Побудуємо довірчі інтервали для невідомих математичного сподівання $M\xi = a$ та середнього квадратичного відхилення σ з надійністю $\gamma = 0{,}95$.

Для невідомого a довірчий інтервал будуємо за формулою:

$$\bar{x}_в - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Враховуючи, що $\bar{x}_в = 9{,}2$; $s = 3{,}26$; $\sqrt{n} = 10$; $t_\gamma(0{,}95;\ 10) = 2{,}26$ (за таблицею розподілу Стьюдента), інтервал матиме вигляд:

$$9{,}2 - 2{,}26 \cdot \frac{3{,}26}{10} < a < 9{,}2 + 2{,}26 \cdot \frac{3{,}26}{10},$$

Остаточно, $a \in (8{,}463;\ 9{,}937)$ з надійністю $\gamma = 0{,}95$.

Побудуємо довірчий інтервал для оцінки невідомого σ за формулою:

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q)$$

За таблицею χ - розподілу знаходимо $q\,(0{,}95;\ 10) = 0{,}65$, тому

$$3{,}26\,(1 - 0{,}65) < \sigma < 4{,}21\,(1 + 0{,}65),$$

Остаточно $\sigma \in (1{,}141;\ 5{,}379)$ з надійністю $\gamma = 0{,}95$.

Відповідь: $\bar{x}_в = 9{,}2$; $D_в = 10{,}51$; $\sigma_в = 3{,}24$; $s = 3{,}26$; $V_в = 35{,}24\%$; $A_s^* = -0{,}23$; $E_s^* = -0{,}69$; $n_i' = 2{,}89$; 8,6; 17,45; 24,65; 22,73; 14,64; 6,63; 97,6; $a \in (8{,}463;\ 9{,}937)$; $\sigma \in (1{,}141;\ 5{,}379)$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

ВАРІАНТ 1

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

На книжковій полиці розставлено 10 томів, однакових за розміром. Із них три томи творів Пушкіна, п'ять томів п'єс Шекспіра і два томи поезій Шевченка. Навмання з полиці беруть два томи. Яка ймовірність того, що вони належатимуть Шекспіру?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Прилад складається з трьох незалежно працюючих вузлів. Вихід з ладу хоча б одного з них призводить до відмови всього приладу. Ймовірність безвідмовної работи протягом доби для першого вузла становить 0,9; для другого та третього вузлів ця ймовірність відповідно дорівнює 0,85, 0,75. Яка ймовірність того, що протягом доби прилад працюватиме безвідмовно?

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потяга № 7 20% складають пасажири з Праги, 10% – з Братислави та 70% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Ймовірність того, що електролампочка перегорить при вмиканні в електромережу, дорівнює 0,1. Яка ймовірність того, що з шести лампочок перегорять дві? Знайти найімовірніше число m_0 лампочок, що перегорять, та обчислити ймовірність цієї події.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Завод відправив на базу 10000 якісних виробів. Ймовірність того, що в дорозі вони пошкодяться, рівна 0,0001. Знайти ймовірність того, що на базу прибудуть 4 неякісні вироби.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	3,5	2,5	–1,4	0,6	–2,3
p	0,02	0,14	0,26	0,42	0,16

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 4x^2, & 0<x\le 1/2\\ 1, & x>1/2\end{cases}$.

Знайти $P(1/4\le\xi\le 1)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $\quad f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}, \quad -\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	3	5	7	9	11	13	15
n_i	5	20	35	75	40	20	5

ВАРІАНТ 2

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

На чотирьох картках написано літери А, Т, Е, М. Картки навмання розкладують в ряд. Яка ймовірність того, що при цьому буде отримано слово ТЕМА або МЕТА?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Два менеджера по роботі з клієнтами можуть отримати підвищення з ймовірностями 0,6 і 0,3 незалежно один від одного. Знайти ймовірність, що підвищення отримає тільки один з них.

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Серед пасажирів потяга № 7 30% складають пасажири з Праги, 20% – з Братислави та 50% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Гральну кістку кинули вісім разів. Знайти ймовірність того, що чотири очки випадуть:
1) три рази;
2) не менше трьох разів.

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Ймовірність того, що комп'ютер буде обрано для вибіркової перевірки, дорівнює 0,02. Знайти ймовірність того, що серед 4000 комп'ютерів на складі було перевірено від 100 до 200 штук.

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	6,8	5,5	2,3	–4,6	–1,3
η	0,15	0,22	0,24	0,21	0,18

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ x-1, & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$.

Знайти $P(1/2\le\xi\le 3/2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано фукцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\dfrac{1}{3\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x+1)^2}{18}}dx$, $-\infty<x<+\infty$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	2	3	4	5	6	7	8
n_i	6	19	37	74	38	18	4

ВАРІАНТ 3

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Задана множина цілих чисел: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Із цієї множини навмання беруть по одному числу і розкладають в ряд. Таким чином було обрано чотири цифри. Яка ймовірність того, що при цьому отримано 1945 або 1965 рік?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Перевірка деякого підприємства пожежною, санітарною та податковою інспекцією може виявити порушення з ймовірностями відповідно $0{,}11;\ 0{,}24;\ 0{,}35,$ незалежно одна від одної. Знайти ймовірність того, що в результаті інспекції буде виявлено хоча б одне порушення.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Є чотири групи. В першій групі відмінники складають 50%, в другій – 30%, в третій – 10%, а в четвертій немає відмінників. Із чотирьох груп навмання вибирають одну. З цієї групи викликали учня, який виявився відмінником. Яка ймовірність того, що цей учень був з першої групи?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

За даними технічного контролю виготовлені автоматичні верстати потребують додаткового регулювання з ймовірністю 0,05. Скільки необхідно перевірити верстатів, щоб найімовірніше число тих, що не потребують регулювання, дорівнювало 80?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Фабрика виготовляє 75% виробів першого сорту. Яка ймовірність того, що з 400 виробів фабрики виробів першого сорту виявиться рівно 280 штук?

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	–3,2	3,5	1,8	2,1	–2,4
p	0,12	0,14	0,35	0,24	0,15

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -3\\ (x+3)^2, & -3<x\le -2\\ 1, & x>-2\end{cases}$.

Знайти $P(-2{,}5\le\xi\le 1)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $\quad f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+4)^2}{8}}, \quad -\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	4	6	8	10	12	14	16
n_i	4	18	36	72	38	18	6

ВАРІАНТ 4

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

В пеналі міститься 12 однакових за розміром олівців. Із них – 8 червоного, а 4 – синього кольору. Навмання з пеналу береться 3 олівці. Яка ймовірність того, що вони виявляться червоного кольору?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Ймовірність того, що довільний покупець, зайшовши у певний магазин, зробить покупку, дорівнює 0,3. Знайти ймовірність, що покупку зробить хоча б один з трьох покупців, які зайшли до магазину.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Для збірки радіоприймачів надходять деталі, виготовлені трьома цехами заводу. Із них 45% від цеху №1; 45% – від цеху №2; 30% – від цеху №3. Відомо, що брак першого цеху складає 0,3%, другого – 0,5%, третього – 0,9%. Яка ймовірність того, що випадково вибрана деталь бракована?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Прилад складається з n незалежно працюючих вузлів. Ймовірність безвідмовної роботи кожного вузла за час роботи t є величиною сталою і дорівнює 0,9. Чому дорівнює n, якщо відомо, що найімовірніше число вузлів, які не вийдуть із ладу за час роботи приладу дорівнює 20?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

В деякій місцевості на 1000 вирощених кавунів приходиться в середньому один вагою більше 10 кг. Знайти ймовірність того, що з навмання вибраних 100 кавунів рівно три перевищать за вагою 10 кг.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	4,8	–3,5	2,9	–1,1	–6,8
p	0,13	0,18	0,30	0,24	0,15

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 4\\ \dfrac{x}{4}-1, & 4<x\le 8\\ 1, & x>8\end{cases}$.

Знайти $P(6\le\xi\le 8)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ -e^{x}, & x\ge 0\end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	5	6	7	8	9	10	11
n_i	6	19	35	72	35	15	3

ВАРІАНТ 5

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

На дев'яти картках написані літери З, А, Л, І, З, Н, И, Ц, Я. Після перемішування картки розкладають в ряд довільним чином. Яка ймовірність того, що буде отримано слово ЗАЛІЗНИЦЯ?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

При вмиканні запалювання мотор машини починає працювати з ймовірністю 0,9. Знайти ймовірність таких подій: мотор машини почне працювати при другому вмиканні запалювання, мотор буде працювати при третьому вмиканні.

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Троє робітників виготовляють однотипні деталі. При цьому їх продуктивності співвідносяться, як 10:8:12. Ймовірність допустити брак при виготовленні однієї деталі для кожного з робітників відповідно дорівнює 0,02; 0,07 та 0,01. Яка ймовірність того, що навмання взята одна деталь виявиться стандартною?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Монету кинули п'ять разів. Знайти ймовірність того, що герб випаде:
1) один раз; 2) п'ять разів.

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Серед насіння льону знаходиться 0,2% насіння бур'яну. Яка ймовірність при випадковому відборі 2000 штук насінин виявиться 2 штуки насіння бур'яну?

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	–0,8	–4,5	–1,2	5,9	3,6
p	0,25	0,14	0,28	0,16	0,17

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ x^2-2x+1, & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$.

Знайти $P(0\le\xi\le 1/2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{8}}dx$, $-\infty<x<+\infty$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	8	9	10	11	12	13	14
n_i	5	21	36	74	42	16	2

ВАРІАНТ 6

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

На шести картках написані числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Картки кладуть в коробку та перемішують. Потім одна за одною виймають дві картки. Чи будуть ці події незалежними? Яка ймовірність того, що при цьому на першій картці виявиться число більше ніж на другій?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Ймовірність того, що ціна окремої акції зросте протягом ділового дня, дорівнює 0,4. Якщо зміна ціни акції протягом дня не залежить від того, що сталося раніше, то яка ймовірність того, що ціна акції зростатиме два дні з трьох?

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Перший робітник за зміну виготовив 80 деталей, а другий – 60. Брак для першого робітника в середньому складає 5% виготовленого, а для другого – 8%. Після зміни виготовлені деталі складають в один контейнер. Яка ймовірність того, що навмання взята одна деталь із контейнера виявилась бракованою?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Ймовірність, що при здійсненні одного кидка баскетболіст влучить в корзину, є величиною сталою і дорівнює 0,8. Яка ймовірність того, що при здісненні п’яти кидків баскетболіст влучить в корзину:
1) два рази; 2) не менше двох разів?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність запізнення пасажира на потяг є величиною сталою та дорівнює 0,007. Оцінити ймовірність того, що з 20000 пасажирів від 1000 до 4000 (включно) осіб запізняться.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	4,8	1,5	3,8	0,6	–2,7
p	0,11	0,32	0,31	0,19	0,07

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x^3, & 0 < x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$.

Знайти $P(0 \le \xi \le 0{,}5)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{8}}$, $-\infty < x < +\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma = 0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	8	10	12	14	16	18	20
n_i	6	19	37	76	38	18	4

ВАРІАНТ 7

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

В розіграші першості з шахів бере участь 16 осіб. Розігруються золота, срібна та бронзова медалі. Яка ймовірність вгадати з першого разу трійку призерів (порядок прізвищ неважливий)?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Податкова декларація приватного підприємця може перевірятися районною або обласною податковою адміністрацією незалежно одна від іншої. Ймовірність перевірки податкової декларації районною адміністрацією – 0,05, обласною – 0,04. Яка ймовірність, що дана декларація буде перевірена обома адміністраціями?

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Кількість вантажних автомашин, що проїжджають по шосе повз бензоколонки, належить до числа легкових як 5:9. Ймовірність того, що до бензоколонки під'їде вантажна машина для заправки, дорівнює 0,25, для легкової ця ймовірність дорівнює 0,157. До бензоколонки для заправки під'їхала машина. Яка ймовірність того, що вона виявиться вантажною?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Яка подія є більш ймовірною: виграти у рівносильного суперника (нічийний рахунок виключений) три партії з чотирьох чи п'ять з восьми?

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Ймовірність виживання бактерії після радіоактивного опромінення дорівнює в середньому 0,004. Знайти ймовірність того, що після опромінення з 500 бактерій залишиться не менше 5 бактерій.

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	6,2	4,5	1,2	–2,5	–5,7
p	0,16	0,24	0,26	0,22	0,12

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ \dfrac{x+1}{4}, & -1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$.

Знайти $P(0\le\xi\le 2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+1)^2}{50}}$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	9	10	11	12	13	14	15
n_i	2	17	36	77	36	15	3

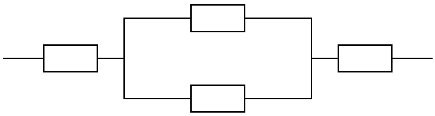
ВАРІАНТ 8

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

В урні містяться 20 однакових за розміром кульок. Із них вісім червоного кольору, сім – синього та п'ять – зеленого. Навмання з урни беруть три кульки. Яка ймовірність того, що всі вони виявляться червоними?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Знайти ймовірність безвідмовної роботи електричного ланцюга при вмиканні в мережу, якщо ймовірність виходу одного елементу з ладу при вмиканні є величиною сталою і дорівнює 0,1. Елементи з'єднані за схемою:



3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потягу № 7 10% складають пасажири з Праги, 20% - з Братислави та 70% - із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

При передачі повідомлення ймовірність перекручення одного знаку дорівнює 0,1. Яка ймовірність того, що повідомлення з 10 знаків:
1) не буде перекручено; 2) містить рівно 3 помилки?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Серед насіння льону знаходиться 2% насіння бур'яну. Яка ймовірність при випадковому відборі 100 штук насінин виявиться 5 штук насіння бур'яну?

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	$-1{,}8$	$-3{,}5$	$2{,}5$	$-0{,}1$	$4{,}8$
p	0,16	0,11	0,28	0,23	0,22

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{x^2}{100}, & 0<x\le 10\\ 1, & x>10\end{cases}$.

Знайти $P(1\le\xi\le 5)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $\quad F(x)=\dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-1)^2}{32}}, \quad -\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	5	7	9	11	13	15	17
n_i	3	18	34	75	41	21	4

ВАРІАНТ 9

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

Серед 10 однотипних звітів, що надійшли до бухгалтерії, сім відповідають вимогам стандарту, а решта – з помилками. Навмання вибирають три звіти. Яка ймовірність того, що всі вони виявляться без помилок?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Кожен з трьох експедиторів фірми може бути відправлений у відрядження протягом місяця з ймовірностями 0,1; 0,2 та 0,4. Знайти ймовірність того, що у відрядження буде відправлено рівно двох з них.

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Колгосп заготував для посіву насіння пшениці, серед якої виявилось 85% першого сорту, 10% – другого і 5% – третього сорту. Ймовірність того, що з зернини I сорту виросте колосок, в якому буде не менше 30 зернин, дорівнює 0,65, для II та III сортів – відповідно 0,15 та 0,1. Яка ймовірність того, що навмання взятий колосок нового врожаю буде мати не менше 30 зернин?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Робітник обслуговує п’ять верстатів-автоматів. Ймовірність того, що протягом зміни один верстат потребує втручання робітника для наладки дорівнює в середньому 0,7. Яка ймовірність того, що уваги робітника потребує хоча б один верстат? Знайти найімовірніше число m_0 верстатів, що потребують уваги робітника протягом зміни.

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

При штампуванні втулок брак складає в середньому 10%. Навмання вибирають 900 штук. Яка ймовірність, що стандартних втулок виявиться не більше 850?

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	4,1	3,5	1,3	–1,2	6,4
p	0,14	0,26	0,32	0,17	0,11

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2\\ x+2, & -2<x\le -1\\ 1, & x>-1\end{cases}$.

Знайти $P(-3/2\le\xi\le 1)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}, \quad -\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\bar{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	7	9	11	13	15	17	19
n_i	7	22	38	75	39	16	6

ВАРІАНТ 10

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Задано дві множини цілих чисел: $\Omega_1 = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $\Omega_2 = \{1,2,3,4,5,6\}$. З кожної береться по одному числу. Побудувати простір елементарних подій для цього експерименту і знайти ймовірність події: отримане двозначне число кратне 2 і 5 одночасно.

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Деталі проходять три незалежних технологічних операції. Ймовірність одержати брак на першій операції дорівнює 0,05, на другій та третій – відповідно 0,02 і 0,01. Яка ймовірність одержати деталь без браку після проведення трьох операцій?

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потяга № 7 10% складають пасажири з Праги, 10% – з Братислави та 80% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

До електромережі увімкнуто 8 електролампочок. Ймовірність того, що лампочка пропрацює t годин, в середньому дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що з 8 лампочок t годин пропрацює найімовірніше число лампочок.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Книгу видано тиражем у 50000 примірників. Ймовірність того, що в книзі є дефект брошурування, дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що тираж має 5 неякісно зброшурованих примірників.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	4,8	3,2	2,3	–1,5	–2,5
p	0,05	0,15	0,45	0,21	0,14

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 8x^3, & 0<x\le 1/2\\ 1, & x>1/2\end{cases}$.

Знайти $P(1/4\le\xi\le 1)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases}0, & x\notin(2;8)\\ 1/6, & x\in(2;8)\end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	10	12	14	16	18	20	22
n_i	8	22	36	74	42	19	6

ВАРІАНТ 11

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

В ліфт семиповерхового будинку на першому поверсі увійшло шість осіб, кожна з яких із однаковою ймовірністю може залишити ліфт на будь-якому поверсі, починаючи з другого. Яка ймовірність того, що всі вони залишать ліфт на одному поверсі?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Кожен працівник даної фірми може отримати премію з ймовірностю 0,2 незалежно один від одного. Знайти ймовірність, що з 4 працівників даного відділу премію отримає хоча б один.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

В першому ящику містяться 10 білих і 3 чорних кульки, а другий ящик – порожній. З першого ящика навмання беруть дві кульки і перекладають у другий ящик. Яка ймовірність тепер вийняти з другого ящика білу кульку?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

За певних технологічних умов 75% виготовленної вагонів є вищої якості. Знайти ймовірність того, що серед п'яти вибраних для перевірки вагонів буде:
1) тільки три вищої якості;
2) не менше чотирьох вищої якості.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Серед насіння льону знаходиться 0,2% насіння бур'яну. Яка ймовірність при випадковому відборі 1000 штук насінин виявиться 6 штук насіння бур'яну?

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	1,8	1,5	1,1	–0,4	–1,6
p	0,16	0,42	0,26	0,14	0,02

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ x^2/25, & 0<x\le 5\\ 1, & x>5\end{cases}$.

Знайти $P(1\le\xi\le 10)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	13,5	14	14,5	15	15,5	16	16,5
n_i	2	16	12	60	5	3	2

ВАРІАНТ 12

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Три гральні кубики кидають по одному разу. Яка ймовірність того, що при цьому експерименті на трьох гранях випадуть однакові числа?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Ймовірність того, що позику буде повернуто вчасно, дорівнює 0,6 для довгострокових позик і 0,8 – для короткострокових. Знайти ймовірність, що дві різні за терміном позики буде повернуто вчасно.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Маємо три партії однотипних деталей. В першій партії стандартні складають 90%, в другій – 80%, а в третій – 95%. Із навмання обраної партії взято одну довільну деталь, яка ймовірність, що вона виявилась стандартною?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Центр управлінням космічними об'єктами приймає масив інформації для обробки. Ймовірність припуститися помилки при прийомі одиниці інформації внаслідок атмосферних перешкод в середньому дорівнює 0,01. Скільки необхідно прийняти центру одиниць інформації для обробки, щоб наймовірніше число m_0 прийнятих одиниць інформації дорівнювало 400?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність того, що пропускний автомат у метро спрацює правильно при проведенні магнітної картки, дорівнює в середньому 0,99. Яка ймовірність того, що при проходженні 400 пасажирів, які користуються картками, автомат спрацює правильно від 360 до 380 разів?

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	8,8	4,6	1,2	–2,5	–6,9
p	0,18	0,21	0,24	0,22	0,15

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ \dfrac{x+1}{3}, & -1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$.

Знайти $P(0\le\xi\le 5)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x+3)^2}{2}}dx$, $-\infty<x<+\infty$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	80	90	100	110	120	130	140
n_i	4	6	10	40	20	12	8

ВАРІАНТ 13

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Вісім томів, однакових за розміром, навмання ставляться на книжкову полицю. Яка ймовірність того, що номера томів утворять спадну послідовність?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

На дві вакансії претендує п’ятеро кандидатів, з яких троє мають другу вищу освіту. Знайти ймовірність того, що обидва вибрані кандидати мають другу освіту, якщо ймовірність отримати посаду для всіх кандидатів була однакова.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потяга № 7 20% складають пасажири з Праги, 10% – з Братислави та 70% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 30% громадян України, а серед пасажирів із Львова 60% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Яке значення повинна мати величина ймовірності того, що виготовлена деталь виявиться стандартною, якщо при обстеженні 300 деталей найімовірніше число стандартних деталей виявилося рівним 200?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність того, що студент складе іспит з математики, в середньому дорівнює 0,67. Знайти ймовірність того, що зі 100 студентів курсу іспит з математики складуть від 50 до 80 студентів.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	5,2	3,5	1,9	–4,4	–0,2
p	0,12	0,15	0,35	0,24	0,14

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ (x+1)^2, & -1<x\le 0\\ 1, & x>0\end{cases}.$

Знайти $P(-1/2\le\xi\le 1/2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\dfrac{1}{3\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+4)^2}{18}}$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	7	10	13	16	19	22	25
n_i	5	20	35	75	40	20	5

ВАРІАНТ 14

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

33 літери українського алфавіту записані на картках розрізної абетки. Картки навмання беруть по одній, виписують літеру картки і повертають її до загалу. Таким чином було виписано 7 літер. Яка ймовірність того, що при цьому з'явиться слово «Україна» або «Держава»?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Ймовірность того, що маркетингові дослідження фірми протягом року вкладуться у запланований бюджет, дорівнює 0,4. Знайти ймовірність того, що дослідження перевищать бюджет чотири роки поспіль.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потяга № 7 20% складають пасажири з Праги, 40% – з Братислави та 40% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Серед виробів деякого виробництва 5% браку. Знайти ймовірність того, що серед п'яти взятих навмання виробів:
1) немає жодного бракованого;
2) два бракованих.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що при 3000 пострілах буде 4 влучення в ціль.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	$-5{,}4$	$-3{,}5$	$0{,}3$	$4{,}4$	$7{,}7$
p	0,13	0,24	0,30	0,18	0,15

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2 \\ \dfrac{x}{2} - 1, & 2 < x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$.

Знайти $P(1 \le \xi \le 3)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x) = \dfrac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{18}}, \quad -\infty < x < +\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma = 0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	21	28	35	42	49	56	63
n_i	7	11	12	60	5	3	2

ВАРІАНТ 15

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Серед 13 однотипних деталей, що містяться в ящику, 8 стандартних, а решта – браковані. Навмання беруть чотири деталі. Яка ймовірність того, що при цьому взято дві браковані та дві стандартні?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Партія у 200 виробів була обстежена контролем якості. В результаті було виявлено 5 бракованих виробів. Знайти ймовірність того, що три випадково вибраних вироби з цієї партії будуть стандартними.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

На склад надійшли однотипні вироби. Із них 40% надійшло з фабрики №1, 35% – з фабрики №2 і 25% – від фабрики №3. Брак при виготовленні цих виробів в середньому відповідно дорівнює: 2%, 5%, 9%. Яка ймовірність того, що навмання взятий виріб зі складу виявиться придатним?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Прилад складається з 900 незалежно працюючих мікроелементів, кожен із яких може під час роботи приладу виходити із ладу з ймовірністю p. Яке повинна мати значення величина p, якщо відомо, що найімовірніше число мікроелементів, що можуть вийти із ладу, дорівнює 200?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність того, що покупець, який навідується у взуттєвий магазин, здійснить покупку, в середньому дорівнює 0,2. Яка ймовірність того, що з 200 покупців покупку здійснить рівно 30?

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	–0,5	1,2	3,3	4,2	8,2
p	0,16	0,17	0,28	0,25	0,14

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \sqrt{x}, & 0<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$.

Знайти $P(1/2\le\xi\le 2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases}0, & x\notin(1;9)\\ 1/8, & x\in(1;9)\end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	130	140	150	160	170	180	190
n_i	3	7	10	40	20	12	8

ВАРІАНТ 16

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

В групі 25 студентів. Із них десять хлопців, а решта – дівчата. Навмання по списку вибирають 5 студентів. Яка ймовірність того, що всі вони виявляться хлопцями?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Відомо, що в середньому три з кожних восьми бухгалтерських звітів містять помилки в розрахунках. Аудитор навмання вибирає три банківських звіти. Оцінити ймовірність того, що хоча б один з них містить помилки.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

До складального цеху надходять деталі від трьох інших цехів. Від першого надходить 40% усіх деталей, від другого 10% і від третього – решта деталей. Перший цех допускає в середньому 0,1 браку, другий – 0,2 і третій – 0,4. Яка ймовірність того, що випадково вибрана деталь буде стандартною?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Завод виготовляє телевізори, з яких 85% вищої якості. З партії виготовлених заводом телевізорів навмання вибирають сім. Знайти ймовірність того, що серед них телевізорів вищої якості буде:
1) чотири;
2) не менше чотирьох.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,01. Знайти ймовірність того, що при 300 пострілах буде 3 влучення в ціль.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	0,8	0,5	0,2	0,1	–0,6
p	0,07	0,19	0,32	0,31	0,11

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 9x^2, & 0<x\le 1/3\\ 1, & x>1/3\end{cases}$.

Знайти $P(1/9\le\xi\le 3)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $\quad f(x)=\dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+1)^2}{50}}, \quad -\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	20	30	40	50	60	70	80
n_i	4	40	36	30	15	10	5

ВАРІАНТ 17

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Задано дві множини цілих чисел: $\Omega_1 = \{1,2,3,4\}$, $\Omega_2 = \{1,2,3\}$. Із кожної множини навмання беруть по одному числу. Побудувати простір елементарних подій для цього експерименту – появи пари чисел і обчислити ймовірність того, що сума цифр виявиться кратною 3 і 2 одночасно.

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Яка ймовірність, що обидва покупця, які зайшли до магазину, зроблять покупку, якщо ймовірність покупки для кожного з них 0,2.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Три верстати виготовляють однотипні деталі. Ймовірність браку для першого, другого та третього верстатів відповідно дорівнює: 0,09; 0,01 та 0,05. Продуктивність першого станка втричі більше за продуктивність другого станка, а продуктивність другого в два рази менше від третього. Яка ймовірність того, що навмання вибрана для перевірки деталь виявиться стандартною?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

В цеху 6 електромоторів, для кожного з яких ймовірність того, що він у заданий момент часу працює, дорівнює 0,8. Обчислити ймовірність того, що з шести електромоторів у даний момент часу працює:
1) три електромотори;
2) не більше трьох.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,01. Знайти ймовірність того, що при 400 пострілах буде 3 влучення в ціль.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	–2,8	–0,5	–1,3	1,6	4,0
p	0,12	0,24	0,26	0,22	0,16

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0{,}5\\ 2x-1, & 0{,}5<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$.

Знайти $P(0{,}25\le\xi\le 0{,}75)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\dfrac{1}{6\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-2)^2}{72}}\,dx$, $-\infty<x<+\infty$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	12,8	22,8	32,8	42,8	52,8	62,8	72,8
n_i	3	17	25	40	8	4	3

ВАРІАНТ 18

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Серед 14 однакових за зовнішним виглядом електролампочок вісім штук на 220 вольт, а решта – на 127 вольт. Навмання вибирають 4 лампочки. Яка ймовірність того, що вони виявляться всі на 220 вольт?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Кожен з членів наглядового комітету банку може бути переобраний на наступний термін з ймовірністю 0,8, незалежно один від одного. Знайти ймовірність того, що голова комітету збереже свою посаду, а два його заступники – ні.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потяга № 7 20% складають пасажири з Праги, 10% – з Братислави та 70% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 20% громадян України, а серед пасажирів із Львова 50% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Ймовірність того, що покупцеві, який завітав до взуттєвого магазину, потрібні черевики 41-го розміру, дорівнює 0,2. Яка ймовірність того, що серед п’яти покупців магазину цей розмір потрібен:
1) двом покупцям; 2) хоча б одному?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,01. Знайти ймовірність того, що при 300 пострілах буде 4 влучення в ціль.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	–0,2	–0,5	–1,4	–2,1	–3,8
p	0,22	0,28	0,23	0,16	0,11

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 16x^4, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$.

Знайти $P(-1\le\xi\le 1)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ 6e^{-6x}, & x\ge 0\end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\bar{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	30	35	40	45	50	55	60
n_i	4	16	20	40	13	4	3

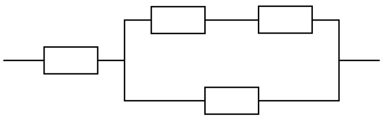
ВАРІАНТ 19

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

В урні містяться 14 однакових за розміром кульок. Із них 6 чорних, а решта – білі. Навмання з урни беруть 5 кульок. Яка ймовірність того, що серед них виявиться рівно одна біла кулька?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Знайти ймовірність безвідмовної роботи електричного ланцюга при вмиканні в мережу, якщо ймовірність виходу одного елементу з ладу при вмиканні є величиною сталою і дорівнює 0,1. Елементи з’єднані за схемою:



3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потяга № 7 20% складають пасажири з Праги, 10% – з Братислави та 70% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 20% громадян України, а серед пасажирів із Львова 70% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Вироби деякого заводу містять 5% браку. Знайти ймовірність того, що серед п’яти виробів:
1) не буде жодного бракованого;   2) буде два бракованих.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Верстат-автомат виготовляє деталі. Ймовірність того, що виготовлена деталь виявиться пошкодженою, дорівнює 0,01. Знайти ймовірність того, що серед 200 деталей 2 виявляться пошкодженими.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	8,0	3,5	5,3	6,4	2,5
p	0,11	0,17	0,32	0,26	0,14

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ (x-1)^3, & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$.

Знайти $P(1/2\le\xi\le 3/2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ -2e^{2x}, & x\ge 0\end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\bar{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	5	7	9	11	13	15	17
n_i	6	19	35	72	35	15	3

ВАРІАНТ 20

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Задано 3 множини цілих чисел: $\Omega_1 = \{1,2\}$, $\Omega_2 = \{1,2,3\}$, $\Omega_3 = \{1,2,3,4\}$. Із кожної множини навмання беруть по одному числу. Побудувати простір елементарних подій цього експерименту – появи трьох чисел і обчислити ймовірність того, що сума чисел виявиться кратною 3 і 2 одночасно.

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Відомо, що в податкових деклараціях 60% всіх приватних підприємств знаходять порушення. Знайти ймовірність того, що під час фінансової ревізії двох підприємств порушення податкового законодавства будуть знайдені тільки в одного з них.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Серед пасажирів потяга № 7 10% складають пасажири з Праги, 20% – з Братислави та 70% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 50% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Ймовірність того, що запобігач перегорить при перевантаженні електромережі, є величиною сталою і дорівнює 0,8. Скільки треба взяти запобігачів, щоб при проведенні випробування на витривалість при перевантаженнях найімовірніше число тих, що не перегоріли, виявилось рівним 20?

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

З 5000 виробів технічним контролем було обстежено 500 навмання вибраних виробів. Серед обстежених виробів виявилося 10 бракованих. Оцінити ймовірність того, що з усієї партії бракованими виявиться не менше 1% і не більше 3% виробів.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	4,2	3,2	1,4	−1,8	−1,2
p	0,14	0,21	0,45	0,05	0,15

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ x^2-4x+4, & 2<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$.

Знайти $P(3/2\le\xi\le 5/2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+5)^2}{32}}$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	10	15	20	25	30	35	40
n_i	3	7	10	40	20	12	8

ВАРІАНТ 21

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

Слово ТРАНСЛЯЦІЯ, записане на паперовій смужці, розрізають на 10 частин так, щоб у кожній частині була записана одна літера. Із десяти літер навмання беруть по одній і розкладають в ряд. Таким чином було розкладено 5 літер. Яка ймовірність того, що одержано слово «рація», або слово «транс»?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Ймовірність того, що ціна акції окремого підприємства зросте протягом ділового дня, дорівнює 0,1. Якщо зміни цін акцій протягом дня не залежать одна від одної, то яка ймовірність того, що ціни чотирьох вибраних акцій різних підприємств зростуть?

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Серед пасажирів потяга № 7 10% складають пасажири з Праги, 10% – з Братислави та 80% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

60% шестерень, виготовлених заводом, належить до першого гатунку. Скільки необхідно взяти шестерень, щоб наймовірніше число m_0 шестерень першого гатунку виявилось рівним 80?

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Ймовірність виходу з ладу одного конденсатора за час t дорівнює 0,2. Яка ймовірність того, що за час t зі 100 конденсаторів із ладу вийде від 20 до 40 штук?

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	$-1{,}8$	$4{,}1$	$0{,}2$	$1{,}4$	$3{,}2$
p	0,02	0,14	0,26	0,42	0,16

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \dfrac{x^2}{4}, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$.

Знайти $P(-1\le\xi\le 1)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $\quad f(x)=\dfrac{1}{6\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{72}}, \qquad -\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	10	20	30	40	50	60	70
n_i	4	11	25	30	15	10	5

ВАРІАНТ 22

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

За підсумками року акції 4 фірм з 10 конкуруючих в даній галузі мали прибуток, а акції решти – знецінились. Визначити ймовірність того, що серед випадково куплених 7 акцій різних фірм 3 акції дадуть прибуток.

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Ймовірність того, що відсотки за депозитним вкладом буде виплачено вчасно, дорівнює 0,8 для першого банку і 0,9 – для другого. Знайти ймовірність, що з двох депозитів у різних банках відсотки будуть виплачені вчасно рівно по одному з вкладів

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Перший верстат-автомат виготовляє 45% деталей, а другий і третій – відповідно 25% і 30%. Серед деталей, виготовлених першим верстатом, 4% бракованих, другим – 1%, третім – 8%. На збірку надійшла деталь, яка ймовірність того, що вона бракована?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Прилад складається з семи незалежно працюючих вузлів. Надійність роботи кожного вузла (ймовірність безвідмовної роботи) є величиною сталою і дорівнює 0,9. Обчислити ймовірність того, що під час роботи приладу з ладу вийдуть: 1) рівно три вузли; 2) менше трьох.

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Верстат-автомат виготовляє деталі. Ймовірність того, що виготовлена деталь виявиться пошкодженою, дорівнює 0,01. Знайти ймовірність того, що серед 300 деталей 4 виявляться пошкодженими.

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	0,8	2,5	1,9	1,4	3,0
p	0,15	0,22	0,24	0,21	0,18

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 6\\ \dfrac{x}{2}-3, & 6<x\le 8\\ 1, & x>8\end{cases}$.

Знайти $P(4\le\xi\le 7)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases}0, & x\notin(-1;4)\\ 1/5, & x\in(-1;4)\end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	3	5	7	9	11	13	15
n_i	5	21	36	74	42	16	2

ВАРІАНТ 23

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

Одночасно підкидають два гральних кубики. Побудувати простір елементарних подій цього експерименту та обчислити ймовірність того, що сума чисел на гранях виявляться кратними 5.

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі для першого стрільця дорівнює 0,7, для другого – 0,9. Кожен із стрільців здійснив по одному пострілу. Яка ймовірність того, що в мішені буде два влучення?

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

В групі з 25 стрільців маємо 6, які стріляють відмінно, 10 – добре, 9 – посередньо. Ймовірність влучити в ціль для відмінника дорівнює 0,95, для того, хто влучає добре – 0,75, для посереднього – 0,45. Яка ймовірність, що навмання обраний стрілець влучить в ціль?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

В ящику міститься 1000 однотипних деталей, з яких 900 є стандартними, а решта – браковані. Деталі виймають із ящика навмання по одній із поверненням. Таким чином було здійснено шість експериментів. Обчислити ймовірність таких випадкових подій:
1) стандартна деталь з’явиться чотири рази;
2) один або більше разів.

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Знати ймовірність того, що серед 200 виробів виявиться більше трьох бракованих, якщо в середньому браковані вироби становлять 1%.

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	10,3	7,5	2,2	–3,4	–5,8
p	0,12	0,14	0,35	0,24	0,15

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \sqrt[3]{x}, & 0<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$.

Знайти $P(-1/2\le\xi\le 1/2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ -8e^{8x}, & x\ge 0\end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	2	3	4	5	6	7	8
n_i	4	18	36	72	38	18	6

ВАРІАНТ 24

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

У розіграші першості з баскетболу бере участь 16 команд. Серед них 4 команди екстракласу. Випадково з 16 команд формують I групу у 8 команд. Яка ймовірність того, що всі команди екстракласу опиняться в цій групі?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Податкова декларація юридичної особи може бути перевірена районною або міською податковою інспекцією незалежно одна від іншої. Ймовірність перевірки податкової декларації районною інспекцією – 0,1, обласною – 0,05. Яка ймовірність, що дана декларація не буде перевірена жодною з установ?

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

До складального цеху надходять деталі від чотирьох інших цехів. Від першого надходить 40% усіх деталей, від другого 30%, від третього 20%, від четвертого – решта деталей. Перший цех допускає в середньому 0,1 браку, другий – 0,2, третій – 0,3 і четвертій – 0,4. Яка ймовірність того, що до складального цеху надійде стандартна деталь?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

В яких межах повинна знаходитися ймовірність появи випадкової події в кожному із незалежних випробувань, якщо відомо, що при проведенні 200 експериментів найімовірніше число виявилось рівним 80?

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Ймовірність виграшу на лотерейний квиток, випадково куплений в кіоску, дорівнює 0,001. Група студентів закупила 2000 штук. Яка ймовірність, що виграшними виявляться чотири квитки?

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	9,1	8,5	6,3	7,4	4,7
p	0,15	0,18	0,30	0,24	0,13

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Функція розподілу випадкової величини ξ: $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1\\ x^2+2x+1, & -1<x\le 0\\ 1, & x>0\end{cases}$.

Знайти $P(1/2\le\xi\le 2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-9)^2}{2}}$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	8	10	12	14	16	18	20
n_i	6	19	35	72	35	15	3

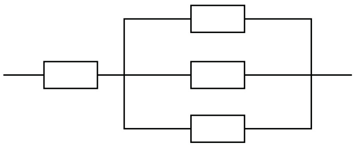
ВАРІАНТ 25

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

Задана множина цілих чисел: $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$. Ці числа навмання розкладають в ряд. Яка ймовірність того, що числа виявляться в спадному порядку?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Знайти ймовірність безвідмовної роботи електричного ланцюга при вмиканні в мережу, якщо ймовірність виходу одного елементу з ладу при вмиканні є величиною сталою і дорівнює 0,2. Елементи з'єднані за схемою:



3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Серед пасажирів потяга № 7 20% складають пасажири з Праги, 10% – з Братислави та 70% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 60% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Ймовірність появи випадкової події в кожному з незалежних експериментів є величиною сталою і дорівнює 0,9. Скільки необхідно провести експериментів, щоб при цьому найімовірніше число появ події виявилось рівним 36?

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Комутатор обслуговує 100 абонентів. Ймовірність того, що протягом 1 хвилини абонент подзвонить на комутатор дорівнює 0,02. Яка ймовірність, що протягом хвилини подзвонять три абоненти?

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	6,3	0,4	2,3	5,4	–1,4
p	0,14	0,25	0,28	0,17	0,16

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \dfrac{(x-1)^2}{9}, & 1<x\le 4\\ 1, & x>4\end{cases}$.

Знайти $P(2\le\xi\le 6)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\dfrac{1}{7\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{98}}$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	85	95	105	115	125	135	145
n_i	6	15	34	29	18	15	9

ВАРІАНТ 26

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Серед 12 однотипних деталей 4 браковані. Навмання вибирають дві деталей із дванадцяти. Яка ймовірність того, що серед них виявиться хоча рівно одна стандартна деталь?

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Три стрільця роблять по мішені по одному пострілу. Ймовірності влучення для першого стрільця – 0,5, для другого – 0,7 і для третього – 0,8. Знайти ймовірність того, що в мішені буде дві пробоїни.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

В спартакіаді беруть участь 6 студентів із першої групи, 8 – із другої, 4 – з третьої. Студент першої групи буде зарахований до збірної інституту з ймовірністю 0,9, другої групи – із ймовірністю 0,85 і третьої – 0,95. Яка ймовірність того, що навмання вибраний студент був зарахований в команду інституту?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Деяке автопідприємство має 12 машин. Ймовірність виходу кожної з них на лінію дорівнює 0,8. Знайти ймовірність нормальної роботи автопідприємства у найближчий день, якщо для цього потрібно мати на лінії не менше 10 машин. Знайти найімовірнішу кількість машин, що вийдуть на лінію.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Верстат-автомат виготовляє деталі. Ймовірність того, що виготовлена деталь виявиться пошкодженою, дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що серед 3000 деталей 2 виявляться пошкодженими.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	2,8	2,5	1,1	0,4	–1,3
p	0,11	0,31	0,32	0,19	0,07

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le -1 \\ x^3+1, & -1 < x \le 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$.

Знайти $P(-1/2 \le \xi \le 1)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано щільність розподілу НВВ ξ: $f(x)=\begin{cases} 0, & x \notin (1;5) \\ 1/4, & x \in (1;5) \end{cases}$.

Знайти $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma = 0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	8	9	10	11	12	13	14
n_i	4	18	36	72	38	18	6

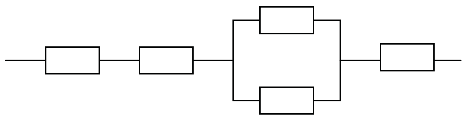
ВАРІАНТ 27

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

Серед 16 однакових телевізорів 10 виготовлено першим заводом, а решта – другим заводом. Навмання з них вибирають 5 штук. Яка ймовірність того, що всі вони виявляться виготовленими заводом №1 ?

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Знайти ймовірність безвідмовної роботи електричного ланцюга при вмиканні в мережу, якщо ймовірність виходу одного елементу з ладу при вмиканні є величиною сталою і дорівнює 0,2. Елементи з'єднані за схемою:



3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Відомо, що 92% виготовлених заводом виробів відповідають вимогам стандарту. Спрощена схема контролю визнає придатним стандартний виріб із ймовірністю 0,99, а нестандартний із ймовірністю 0,01. Визначити ймовірність того, що виріб, який пройшов спрощену схему контролю, відповідає вимогам стандарту?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Оптова база обслуговує 6 магазинів, від кожного з яких може надійти заявка на обслуговування наступного дня з ймовірністю 0,8 незалежно від заявок, які можуть надійти від інших магазинів. Обчислити ймовірность того, що заявки надійдуть від:
1) чотирьох магазинів; 2) не менше ніж від чотирьох.

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Підручник виданий тиражем в 10000 примірників. Ймовірність того, що підручник відредаговано неправильно, дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що в тиражі знаходяться 2 браковані книги.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	2,8	–0,5	0,3	1,4	3,2
p	0,16	0,24	0,26	0,22	0,12

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 16x^2, & 0<x\le 1/4\\ 1, & x>1/4\end{cases}$.

Знайти $P(1/8\le\xi\le 1/2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x+7)^2}{2}}dx$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	5	6	7	8	9	10	11
n_i	20	27	64	81	48	25	12

ВАРІАНТ 28

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

По одному разу кидають два гральні кубики. Побудувати простір елементарних подій для цього експерименту – появи пари чисел, що з'явилися на гранях кубика. Знайти ймовірність того, що добуток цих чисел буде парним.

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Деталь послідовно обробляється чотирма робітниками незалежно один від одного. Ймовірність припуститися браку першим робітником дорівнює 0,01. Для другого, третього та четвертого робітників ця ймовірність відповідно дорівнює 0,02, 0,08 та 0,05. Яка ймовірність того, що після обробки чотирма робітниками деталь виявиться придатною?

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Серед пасажирів потяга № 7 10% складають пасажири з Праги, 30% – з Братислави та 60% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 10% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

В приладі стоїть 6 однакових запобіжників. Ймовірність того, що запобіжник перегорить після 1000 годин роботи, є величиною сталою і дорівнює 0,4. Обчислити ймовірність того, що після 1000 годин роботи перегорить:
1) рівно три запобіжника; 2) не більше трьох.

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Підручник виданий тиражем в 1000 примірників. Ймовірність того, що підручник відредаговано неправильно, дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що в тиражі знаходяться 2 браковані книги.

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	–1,8	–0,5	0,6	1,4	0,1
p	0,11	0,16	0,23	0,28	0,22

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -4\\ \dfrac{x+4}{6}, & -4<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$.

Знайти $P(-2\le\xi\le 4)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\dfrac{1}{4\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-2)^2}{32}}\,dx$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	5	11	17	23	29	35	41
n_i	15	30	45	85	50	30	15

ВАРІАНТ 29

1. **Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.**

Серед 10 водяних насосів 3 штуки мають певні дефекти. Навмання вибирається 4 насоси. Обчислити ймовірність такої випадкової події: три насоси без дефектів, а один з дефектом.

2. **Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.**

Штат деякої фірми складається з 55 чоловіків та 45 жінок. Яка ймовірність, що три вибраних навмання працівника фірми будуть чоловіками?

3. **Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.**

Серед пасажирів потяга № 7 10% складають пасажири з Праги, 20% – з Братислави та 70% – із Львова. Серед пасажирів з Праги 20% громадян України, серед пасажирів з Братислави 20% громадян України, а серед пасажирів із Львова 80% громадян України. Яка ймовірність того, що навмання обраний пасажир є громадянином України?

4. **Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.**

Ймовірність виграшу за одним лотерейним квитком становить $1/7$. Яка ймовірність того, що серед п'яти придбаних квитків:
1) рівно два виграшних; 2) найімовірніше число виграшних?

5. **Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.**

Підручник виданий тиражем в 2000 примірників. Ймовірність того, що підручник відредаговано неправильно, дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що в тиражі знаходяться 4 браковані книги.

6. **За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.**

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	0,8	2,0	3,1	1,4	–0,2
p	0,14	0,26	0,32	0,17	0,11

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ x^5, & 0<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$.

Знайти $P(1/2\le\xi\le 2)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\dfrac{1}{5\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x+3)^2}{50}}dx$, $-\infty<x<+\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha=0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma=0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	13,5	14	14,5	15	15,5	16	16,5
n_i	4	16	40	25	7	5	3

ВАРІАНТ 30

1. Знайти ймовірність випадкової події за допомогою правил і теорем комбінаторики.

Відомо, що випадкові події A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 є несумісними і утворюють повну групу. Знайти $P(A_i)$ (i = 1,2,3,4,5,6), якщо відомо, що $P(A_1) = 0{,}8 \cdot P(A_2)$; $P(A_2) = 0{,}6 \cdot P(A_3)$; $P(A_3) = 0{,}5 \cdot P(A_4)$; $P(A_4) = 0{,}4 \cdot P(A_5)$; $P(A_5) = 0{,}2 \cdot P(A_6)$.

2. Обчислити ймовірності подій за допомогою теорем додавання та множення ймовірностей.

Яка ймовірність, що обидва підприємства, що працюють у даній області, отримають прибуток, якщо ймовірність успіху для кожного з них 0,4.

3. Обчислити ймовірності подій за допомогою формули повної ймовірності або формули Байєса.

Годинники виготовляються на трьох заводах. Перший завод виготовляє 45% всієї продукції, що надходить в магазин; другий – 35%; третій – 20%. На першому заводі 80% продукції вищого сорту, для другого та третього заводів – 90%, 75%. Яка ймовірність того, що навмання куплений годинник в магазині виявився першого сорту?

4. Знайти ймовірності подій за допомогою формули Бернуллі.

Ймовірність того, що навмання обрана деталь нестандартна, дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що серед взятих навмання п’яти деталей нестандартними будуть:
1) дві деталі; 2) найімовірніша кількість деталей.

5. Обчислити ймовірності подій за допомогою асимптотичних формул для схеми Бернуллі.

Підручник виданий тиражем в 10000 примірників. Ймовірність того, що підручник відредаговано неправильно, дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що в тиражі знаходяться 3 браковані книги.

6. За таблицею розподілу дискретної випадкової величини знайти числові характеристики, побудувати функцію розподілу та багатокутник розподілу.

Дискретна випадкова величина ξ задана законом розподілу:

ξ	–0,8	4,7	3,1	1,8	0,3
p	0,05	0,15	0,45	0,21	0,14

7. За функцією розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини знайти щільність розподілу, математичне сподівання, ймовірність попадання в заданий інтервал, побудувати графіки функції та щільності розподілу.

Випадкова величина ξ задана функцією розподілу $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 2 \\ \dfrac{(x-2)^2}{4}, & 2 < x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$.

Знайти $P(1 \le \xi \le 3)$.

8. Встановити тип закону розподілу випадкової величини, знайти числові характеристики, побудувати графіки щільності та функції розподілу.

Задано функцію розподілу НВВ ξ: $F(x)=\dfrac{1}{3\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-3)^2}{18}}\,dx$, $-\infty < x < +\infty$.

Визначити $M\xi$, $D\xi$.

9. За даним статистичним розподілом дискретної випадкової величини ξ потрібно:

1) побудувати полігон частот та емпіричну функцію розподілу;
2) знайти точкові оцінки $\left(\overline{x}_в, D_в, \sigma_в, M_e^*, M_0^*, V_в, s^2, E_s^*, A_s^*\right)$ числових характеристик ξ;
3) вважаючи, що досліджувана величина ξ має нормальний закон розподілу, обчислити теоретичні частоти;
4) побудувати теоретичну криву розподілу;
5) за критеріями Пірсона та Колмогорова при заданому рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевірити гіпотезу про узгодженість емпіричних даних з теоретичними;
6) побудувати довірчі інтервали з надійністю $\gamma = 0{,}95$ для невідомих числових характеристик випадкової величини ξ.

x_i	10,2	15,2	20,2	25,2	30,2	35,2	40,2
n_i	2	16	12	60	5	3	2

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ»

1. Основні правила та формули комбінаторики.
2. Випадкова подія. Види подій.
3. Поняття ймовірності. Класичне та статистичне означення ймовірності.
4. Повна група подій. Протилежні події.
5. Основні теореми теорії ймовірностей.
6. Ймовірність появи хоча б однієї події.
7. Формула повної ймовірності.
8. Формула Байєса.
9. Формула Бернуллі.
10. Наближені формули для схеми Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.
11. Випадкова величина. Види випадкових ведичин.
12. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Багатокутник розподілу.
13. Функція розподілу дискретної випадкової величини та її властивості.
14. Числові характеристики дискретної випадкової величини, їх обчислення.
15. Закони розподілу дискретних випадкових величин (біноміальний, геометричний та Пуассона).
16. Неперевна випадкова величина. Функція розподілу.
17. Щільність неперервної випадкової величини, її властивості.
18. Числові характеристики неперервної випадкової величини, їх обчислення.
19. Ймовірність попадання випадкової величини в заданий інтервал.
20. Рівномірний закон розподілу неперервної випадкової величини.
21. Показниковий (експоненціальний) закон розподілу неперервної випадкової величини.
22. Нормальний закон розподілу неперервної випадкової величини та його параметри.
23. Математична статистика. Генеральна сукупність. Вибірка. Статистичний розподіл вибірки. Емпірична функція розподілу. Полігон частот.
24. Інтервальний статистичний ряд. Частоти та відносні частоти.
25. Статистичні оцінки параметрів розподілу.
26. Точність оцінки, довірча ймовірність (надійність), довірчий інтервал.
27. Статистична перевірка гіпотез. Критерії Пірсона та Колмогорова.

ДОДАТКИ

Таблиця значень функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2703	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0780	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0011	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0001
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблиця значень функції Лапласа $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264	1,26	1,26
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289	1,27	1,27
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	04941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953

1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Курс вищої математики. – Т. 1. – К.: КУЕТТ, 2006. – 337 с.
2. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Курс вищої математики. – Т. 2. – К.: КУЕТТ, 2006. – 334 с.
3. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Математичний практикум. – Ч. 1. – К.: КУЕТТ, 2007. – 335 с.
4. Крюков М. М., Крижановська Т. В. Математичний практикум. – Ч. 2. – К.: КУЕТТ, 2007. – 396 с.
5. Дюженкова Л. І., Дюженкова О. Ю., Михалін Г. О. Вища математика. Приклади і задачі. – К.: Видавничий центр «Академія», 2002. – 623 с.
6. Васильченко І. П. Математика для економістів. – К.: Кондор, 2006.
7. Грисенко М. В. Математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі : Навч. посібник. – К.: Либідь, 2007. – 720 с.
8. Ляшенко О., Черняк О., Кравець Т. та ін. Вища математика для економістів: Підручник. – Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 547 с.
9. Рудницький О. Г. Математика для економістів.: Конспект лекцій для студентів денної та заочної форми навчання. – К.: ДЕТУТ, 2010. – 265 с.
10. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К., 2000.
11. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Математика для економістів. Ч.2. Теорія ймовірностей та математична статистика – К.: НАУ, 1997.
12. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высш. шк., 2002. – 479 с.
13. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. шк., 2000. – 400 с.

Навчально-методичне видання

КРИЖАНОВСЬКА ТЕТЯНА ВАСИЛІВНА
КЛЕЦЬКА ТЕТЯНА СЕРГІЇВНА
СЕМЕНЕНКО ТЕТЯНА МИКОЛАЇВНА

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

Методичні вказівки для виконання розрахункової роботи № 3 для студентів денної форми навчання за напрямками підготовки 6.030509 «Облік і аудит», 6.030508 «Фінанси і кредит», 6.030504 «Економіка підприємства»

Відповідальна за випуск – Клецька Т.С.

В авторській редакції

Підписано до друку 28.01.14. Формат 60×84/16. Папір – офсетний. Спосіб друку – ризографія. Зам. № 7/14. Наклад 40 прим.

Надруковано в Редакційно-видавничому відділі
Державного економіко-технологічного університету транспорту
Свідоцтво про реєстрацію: Серія ДК № 3079 від 27.12.2007 р.
03049, м. Київ-049, вул. Миколи Лукашевича, 19