

Міністерство освіти і науки України
Державний економіко - технологічний університет
транспорту

Кафедра фізики та електротехніки

Завдання та методичні вказівки
до самостійної роботи
з основ квантової фізики

Для студентів технічних спеціальностей

Київ - 2017

УДК 53
ВВК 22.3

Навчальний посібник "Завдання та методичні вказівки до самостійної роботи з основ квантової фізики" розглянуто та затверджено на засіданні кафедри фізики та електротехніки (Протокол №1 від 28.08.2016 року) та на засіданні методичної комісії факультету "Інфраструктура та рухомий склад залізниць" (Протокол №2 від 31.10.2016 року)

Укладачі: доцент Муравйов В.М.

Рецензенти: професор Завісляк І.В. та професор Чепілко М.М.

Зміст

1	Організація вивчення курсу загальної фізики в університеті	4
1.1	Вказівки по виконанню та оформленню розрахунково - графічних та контрольних робіт з фізики	6
1.2	Вказівки до розв'язку та оформлення задачі з фізики	7
1.3	Приклад розв'язку задачі з основ квантової фізики	8
2	Питання для теоретичної підготовки з основ квантової фізики та варіанти завдань для самостійної роботи	11
3	Основні закони, формули і приклади розв'язків задач з основ квантової фізики	22
3.1	Теплове випромінювання	22
3.2	Зовнішній фотоефект	24
3.3	Енергія, маса, імпульс фотона	27
3.4	Тиск світла	28
3.5	Ефект Комптона	30
3.6	Хвилі де Бройля	34
3.7	Постулати Бора	37
3.8	Лінійчатий спектр атома водню	37
3.9	Будова ядра	41
3.10	Дефект маси і енергія зв'язку нуклонів	42
3.11	Закон радіоактивного розпаду ядер	43
3.12	Ядерні реакції	46
4	Рекомендована література	48

1. Організація вивчення курсу загальної фізики в університеті

В університеті загальний курс фізики вивчається протягом одного, двох чи трьох семестрів, у залежності від профілю факультету та форми навчання.

При вивченні кожного розділу фізики передбачаються такі види навантажень:

1. Теоретичне вивчення курсу.
2. Виконання лабораторних робіт та комп'ютерного моделювання фізичних явищ.
3. Виконання розрахунково - графічних або контрольних робіт.
4. Консультації.
5. Екзамени або заліки.

Теоретичне вивчення загального курсу фізики відбувається на лекціях та практичних заняттях згідно розкладу, складеного навчальною частиною університету, у відповідності з навчальним планом підготовки спеціалістів певного профілю. Відвідування студентами лекцій та практичних занять є обов'язковим.

Лабораторні роботи та комп'ютерне моделювання фізичних явищ проводяться у навчальних лабораторіях та комп'ютерних класах кафедри фізики та електротехніки згідно розкладу складеному навчальною частиною університету, у відповідності з навчальним планом підготовки спеціалістів певного профілю. Виконані практично, повністю оформлені та захищені лабораторні та комп'ютеризовані роботи відмічаються підписом викладача, який проводить заняття, і реєструються у спеціальному журналі, що зберігається в лабораторії. У кінці семестру, за умови успішного виконання циклу лабораторних та комп'ютеризованих робіт, студенту виставляється залік.

Розрахунково - графічні роботи з кожного розділу загальної фізики виконуються студентами стаціонарної форми навчання. Виконання розрахунково - графічної роботи вимагає від студента активного володіння матеріалом відповідного розділу фізики та математичним апаратом на "фізичному" рівні строгості. Рецензування розрахунково - графічних робіт виконується викладачем, який проводить практичні заняття.

Контрольні роботи з кожного розділу фізики, що складаються з восьми задач, виконуються студентами заочної форми навчання. Задачі, які входять

до складу контрольної роботи, вимагають від студента для успішного виконання контрольної роботи активного володіння матеріалом відповідного розділу фізики та математичним апаратом на "фізичному" рівні строгості. Рецензування контрольних робіт, як правило, виконується викладачем, який проводить практичні заняття. У випадку незаліку контрольної роботи студент повинен виправити помилки або ж розв'язати задачі знову і здати роботу на повторне рецензування.

Консультації проводяться ведучим лектором згідно з розкладом, узгодженим з навчальною частиною університету.

Заліки та екзамени з кожного розділу фізики студенти здають у період сесії, згідно з розкладом, складеним навчальною частиною університету. Студенти допускаються до заліків та екзаменів за умови повного виконання відповідної навчальної програми. У випадку неявки студента на екзамен з поважної причини чи отриманні незадовільної оцінки, заліки та екзамени можуть бути здані у дні перездач згідно з розкладом, складеним навчальною частиною університету, або ж по направленню, підписаному деканом факультету.

Критерії оцінки знань студентів при здачі іспитів з фізики

1. Оцінка **відмінно** ставиться у тому випадку, коли студент при відповіді на питання екзаменаційного білету виявляє:
 - правильне розуміння суті розглядуваних фізичних явищ і закономірностей їх протікання, змісту фізичних законів і теорій;
 - вміння використовувати математичний апарат для аналітичного доведення справедливості фізичних законів та співвідношень між певними фізичними величинами, визначити межу застосування математичної моделі певних фізичних явищ;
 - будує відповідь за власним планом, супроводжує відповідь прикладами, вміє застосовувати знання у нестандартних ситуаціях та інших природничих науках;
 - правильно розв'язав задачу у загальному вигляді та виконав наближені обчислення з наперед заданою точністю.
2. Оцінка **добре** ставиться в тому випадку, якщо відповідь задовільняє основним вимогам до відповіді на оцінку **відмінно**, але у ній переважають прості відтворення означень та формулювань, здійснюється вона без чіткого власного плану. Не виявляється узагальнюючий погляд на дане явище або закон, не визначається межа застосування його математичної моделі.
3. Оцінка **задовільно** ставиться в тому випадку, якщо більша частина відповіді задовільняє основним вимогам до відповіді на оцінку **добре**, але у

ній є окремі прогалини, що не спотворюють зміст відповіді, яка у цілому має формальний репродуктивний характер, є помилки у розв'язку задач, який при цьому має правильний напрямок.

4. Оцінка **незадовільно** ставиться в тому випадку, коли студент:
 - відмовляється відповідати після ознайомлення із змістом отриманого завдання;
 - не володіє знаннями і навичками відповідно до вимог навчальної програми;
 - дав відповідь менше чим на два з трьох питань екзаменаційного білету, або хід його розв'язків задач був неправильним.

1.1. Вказівки по виконанню та оформленню розрахунково - графічних та контрольних робіт з фізики

До виконання контрольних робіт з курсу загальної фізики слід приступати лише після вивчення матеріалу, що відповідає даному розділу навчальної програми, уважного ознайомлення з правилами оформлення та розв'язку задач, приведеними у цьому посібнику.

1. За час навчання у університеті студенти денної форми навчання повинні виконати чотири розрахунково - графічні роботи. Що стосується студентів заочної форми навчання, то вони повинні виконати шість контрольних робіт.
2. У кожній контрольній роботі студент-заочник повинен розв'язати вісім задач того варіанту, який співпадає з останньою цифрою його шифру. Нумери задач, що входять до складу контрольної роботи, визначаються за таблицями варіантів для відповідної частини курсу загальної фізики, які має у своєму розпорядженні викладач, що веде практичні заняття.
3. Розрахунково - графічні та контрольні роботи виконуються на папері формату А4 чорнилом або ж набираються на комп'ютері, використовуючи текстовий редактор, спряжений з редактором математичних формул. Титульна сторінка роботи повинна бути оформлена у відповідності до стандарту оформлення науково - технічних документів (див.зразок 1).
4. Розрахунково - графічні та контрольні роботи здаються, як правило, на рецензію викладачу, який веде практичні заняття з академічною групою. На рецензію слід здавати одночасно не більше однією роботи. Для виключення помилок, що повторюються, чергову роботу слід здавати

на рецензію тільки після заліку попередньої розрахунково - графічної чи контрольної роботи.

5. Якщо розрахунково - графічна чи контрольна робота при перевірці була не зарахована, то необхідно виправити всі помилки, що містяться в розв'язках задач, дати відповіді на всі зауваження рецензента в письмовій формі у вигляді додатку до основного тексту розрахунково - графічної чи контрольної роботи, та подати їх на повторну перевірку.
6. Зараховані розрахунково - графічні чи контрольні роботи здаються екзаменатору. Студент повинен бути готовим під час здачі заліку чи екзамену дати пояснення по змісту розв'язаних задач, що входять до виконаної розрахунково - графічної чи контрольної роботи.

1.2. Вказівки до розв'язку та оформлення задачі з фізики

Розрахунково - графічні та контрольні роботи перевіряються викладачем університету коли студент, який виконав роботу, відсутній. Тому кожна задача повинна бути оформлена акуратно і включати всі необхідні пояснення, що демонструють глибину розуміння студентом відповідного розділу фізики.

При розв'язку задачі слід дотримуватися наступного плану:

1. Розв'язок кожної задачі слід починати з нової сторінки. Для зауважень викладача після розв'язку задачі необхідно залишити вільну сторінку.
2. Умови задач вносяться у текст розрахунково - графічної чи контрольної роботи без скорочень .
3. У тексті розрахунково - графічної чи контрольної роботи, у випадку необхідності, приводяться пояснюючі рисунки, виконані з використанням графічного приладдя або ж комп'ютерного графічного редактора.
4. Виписуються основні закони фізики і формули, на яких базується розв'язок задачі, та даються словесні пояснення змісту символів і позначень у формулах. Повністю приводяться фізичні аргументи та математичні викладки, які становлять зміст розв'язку задачі.
5. Розв'язок задачі отримується у загальному вигляді, який виражає шукану величину через символи фізичних величин, заданих у умові задачі.
6. Виконати перевірку розмірності отриманої формули, яка є символьним розв'язком задачі. Для цього потрібно підставити у символьний розв'язок задачі замість символів відповідні їм позначення одиниць у системі Сі.

Після всіх необхідних скорочень впевнитись у відповідності отриманого результату розмірності шуканої величини (див. приклад розв'язку задачі).

7. Підставити у отриману формулу замість символів їхні числові значення, виражені у одиницях системи СІ. Виконати наближені обчислення, записати у відповіді числове значення і скорочену назву одиниці величини, що розраховується. При підстановці чисел в формулу та при записі відповіді числові величини треба виражати в вигляді добутку десяткового дробу з однією значущою цифрою перед точкою на відповідну степінь десяти. Наприклад, замість 4578 потрібно записати $4.578 \cdot 10^3$, а замість 0.0002347 записати $2.347 \cdot 10^{-4}$ тощо.
8. Зробити оцінку, де це можливо, правдоподібності отриманого результату. Наприклад, швидкість тіла не може бути більшою за швидкість тіла в вакуумі, коефіцієнт корисної дії не може бути більшим одиниці і тощо.
9. У кінці кожної задачі потрібно написати *Відповідь*, привести символічне та розраховане числове значення шуканої фізичної величини з вказанням розмірності. Наприклад:

$$\text{Відповідь: } a = 12 \frac{M}{c^2}.$$

1.3. Приклад розв'язку задачі з основ квантової фізики

Умова задачі. Обчислити за теорією Бора радіус другої стаціонарної орбіти і швидкість електрона на ній для атома водню.

Розв'язок задачі.

$$\begin{array}{l|l} n & = 2 \\ H_2 & \\ \hline Z & = 1 \\ r_2 & = ? \\ v_2 & = ? \end{array}$$

Радіус орбіти електрона згідно з теорією Бора зв'язаний з швидкістю електрона на орбіті виразом, яке називається "правилом квантування орбіт"

$$m_e \cdot v_n \cdot r_n = n \hbar, \quad (1.1)$$

$$\text{де } \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Швидкість електрона на орбіті визначимо з рівняння, яке ототожнює силу Кулона і доцентрову силу, що примушує електрон рухатися по колу

$$F_q = m_e a_{\text{ц}} \quad \Rightarrow \quad \frac{Ze \cdot e}{4\pi \epsilon_0 \cdot r_n^2} = m_e \frac{v_n^2}{r_n} \quad (1.2)$$

З системи двох рівнянь (153) і (154) з двома невідомими визначимо r_n і v_n

$$r_n = \frac{n^2 \cdot h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2 \cdot Z} \quad (1.3)$$

і

$$v_n = \frac{Z e^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot h \cdot n}. \quad (1.4)$$

Числові вирази для r_2 і $v_2 n$ мають вигляд

$$r_2 = \frac{2^2 \cdot (6,62 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{(3,14)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ [м]} \quad (1.5)$$

і

$$v_2 = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 2} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ [м/с]}. \quad (1.6)$$

Відповідь: $r_2 = 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad v_2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФРАСТРУКТУРИ І ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра фізики та електротехніки

Розрахунково - графічна робота

або

Контрольна робота
з основ квантової фізики

Виконав:

15 листопада 2017 року

студент Прізвище І.Б.

шифр 2016-КІКС-0345

Перевірив:

20 листопада 2017 року

доцент Прізвище І.Б.

2. Питання для теоретичної підготовки з основ квантової фізики та варіанти завдань для самостійної роботи

Теплове випромінювання. Випромінювальна та поглинальна властивості речовини. Закон Кірхгофа. Абсолютно чорне тіло. Закон Стефана - Больцмана. Розподіл енергії у спектрі абсолютно чорного тіла. Закон зміщення Віна. Квантова гіпотеза та функція розподілу Планка.

Квантові властивості світла. Фотони. Енергія, маса та імпульс фотона. Зовнішній фотоефект та його закони. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту. Червона межа фотоефекту. Фотоефект у напіпровідниках. Ефект Комптона та його теорія. Тиск світла. Досліди Лебедева.

Будова атома. Теорія Бора. Модель атома Томсона. Досліди Резерфорда по розсіюванню α -частинок. Ядерна модель атома. Закономірності в атомних спектрах. Серіальні формули. Формула Бальмера. Постулати Бора. Дослід Франка і Герца. Елементарна теорія Бора для воднеподібного атома. Принцип квантування колових орбіт. Схема енергетичних рівнів атома водню.

Елементи квантової механіки. Досліди по дифракції електронів. Гіпотеза де-Бройля. Формула де-Бройля для вільної частки. Межа застосування класичної механіки. Співвідношення невизначеності. Застосування співвідношення невизначеності для розв'язку квантово - механічних задач. Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів. Хвильова функція та її фізичний зміст.

Будова та властивості атомного ядра. Склад ядра. Нуклони. Заряд, розміри та маса атомного ядра. Масове та зарядове число. Ізотопи. Поняття про властивості та природу ядерних сил. Дефект маси та енергія зв'язку в ядрі. Стабільність ядер.

Радіоактивність. Ядерні реакції. Природна та штучна радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду. Період напіврозпаду. Типи радіоактивного розпаду. Основні характеристики α і β -розпадів. Поняття про ядерні реакції. Закони збереження у ядерних реакціях. Тепловий ефект в ядерних реакціях. Реакції ділення та синтезу. Поняття про елементарні частки.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики**

Варіант 0.

1. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла дорівнює 10 кВт. Визначити площу поверхні тіла, що випромінює, якщо довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини його енергетичної світності, дорівнює 700 нм.

2. Визначити сталу Планка, якщо відомо, що фотоелектрони, які вириваються з поверхні металу світлом з частотою $2.2 \cdot 10^{15}$ Гц, повністю затримуються затримуючим потенціалом 6.6В, а які вириваються світлом з частотою $4.6 \cdot 10^{15}$ Гц - потенціалом 16.5В.

3. Монохроматичний потік світла ($\lambda=490$ нм), падаючи нормально на поверхню, спричиняє тиск $5 \cdot 10^{-6}$ Па. Визначити, скільки квантів світла падає щосекунди на одиницю площі цієї поверхні. Коефіцієнт відбивання світла $\rho = 0.25$.

4. Енергія рентгенівських променів дорівнює 0.6 МеВ. Знайти енергію електрона віддачі, якщо відомо, що довжина хвилі рентгенівських променів після комптонівського розсіювання змінилася на 20%.

5. Електрон у атомі водню знаходиться на третьому енергетичному рівні. Визначити кінетичну, потенціальну і повну енергію електрона. Відповідь виразити у електрон-вольтах.

6. Визначити довжину хвилі де Бройля для атома водню, який рухається при температурі 20° з найбільш імовірною швидкістю.

7. Визначити період піврозпаду $T_{1/2}$ радіоактивного ізотопу, якщо його активність за час $t=10$ діб зменшилась на 24% порівняно з початковою.

8. Визначити енергію зв'язку ядер ${}^1_1\text{H}^3$ і ${}^2_2\text{He}^4$. Яке з цих ядер більш стійке?

Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики

Варіант 1.

1. Визначити, при якій температурі максимум спектральної густини енергетичної світності абсолютно чорного тіла, припадає на довжину хвилі 0.642 мкм. Знайти енергетичну світність абсолютно чорного тіла при цій температурі.

2. Червона межа фотоефекту для деякого металу 0.6 мкм. Метал освітлюється монохроматичним світлом з довжиною хвилі 0.4 мкм. Визначити максимальну швидкість електронів, які вибиваються світлом із металу.

3. Визначити тиск світла на плоску поверхню з коефіцієнтом відбивання 0.8 при нормальному падінні на неї світлової хвилі з інтенсивністю 0.5 Вт/см².

4. Визначити імпульс p електрона віддачі у ефекті Комптона, якщо фотон з енергією, що дорівнює енергії спокою електрона, був розсіяний на кут $\theta=180^\circ$.

5. Визначити потенціальну, кінетичну і повну енергії електрона на першій боровській орбіті атома водню.

6. Визначити довжину хвилі де Бройля, якщо кінетична енергія електрона дорівнює 0.5 кеВ.

7. Визначити, виділяється чи поглинається енергія у ядерній реакції
 ${}_{27}\text{Co}^{59} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{27}\text{Co}^{60} + \gamma$.

$$m_{\text{Co}^{59}} = 58.933188 \text{ а.о.м.}, m_{\text{Co}^{60}} = 59.933811 \text{ а.о.м.}$$

8. Період піврозпаду радіоактивного аргону ${}_{18}\text{Ar}^{41}$ дорівнює 110 хв. Визначити час, протягом якого розпадається 75% початкової кількості атомів.

Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики

Варіант 2.

1. Максимум спектральної густини енергетичної світності у спектрі абсолютно чорного тіла припадає на довжину хвилі 0.2 мкм. Визначити, на яку довжину хвилі він припадатиме, якщо температура тіла підвищиться на 300° С.

2. Визначити, яка частка енергії фотона витрачається на роботу виривання електрона, якщо червона межа фотоефекту 400 нм і кінетична енергія фотоелектрона 2 еВ.

3. Визначити величину тиску світла на дзеркальну поверхню, якщо енергетична освітленість поверхні дорівнює 0.15 Вт/м². Світло падає нормально до поверхні.

4. Кут розсіювання фотона з енергією 1.2 МеВ на вільному електроні 60°. Знайти довжину хвилі фотона, що розсіявся, енергію та імпульс електрона віддачі (кінетичною енергією електрона до співудару знехтувати).

5. Розрахувати потенціал іонізації атома водню.

6. Визначити довжину хвилі де Бройля для електрона, який пройшов різницю потенціалу 1 В.

7. Визначити, яку енергію у МеВ необхідно витратити, щоб зруйнувати ядро ${}^4_2\text{He}$ і частинки, що утворюються, віддалити на велику відстань без передавання їм кінетичної енергії.

8. Радіоактивний натрій ${}^{24}_{11}\text{Na}$ розпадається і викидає β -частинки. Період його піврозпаду 14.8 годин. Визначити кількість атомів, які розпалися за 10 годин у 1 мг цього радіоактивного препарату.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики**

Варіант 3.

1. Потік випромінювання абсолютно чорного тіла $\Phi_e = 1$ кВт, максимум спектральної густини енергетичної світності у спектрі випромінювання припадає на довжину хвилі $\lambda_0 = 1.45$ мкм. Визначити площину S поверхні тіла, яке випромінює.

2. Визначити затримуючий потенціал для фотоелектронів, які випромінюються при освітленні калія світлом з довжиною хвилі 330 нм. Робота виходу для калію $A_{\text{вих.}} = 2$ еВ.

3. На дзеркальну поверхню площиною 0.8 м^2 нормально падає $14 \cdot 10^{18}$ квантів у секунду. Знайти довжину хвилі падаючого світла, якщо тиск його дорівнює 10^{-8} Па.

4. Внаслідок ефекту Комптона при розсіюванні кванту з довжиною хвилі $6.72 \cdot 10^{-13}$ м на вільному електроні комптонівське зміщення дорівнює $24.3 \cdot 10^{-13}$ м. Визначити кут розсіювання. Яка частина енергії передана при цьому електрону?

5. Знайти період обертання електрона на першій борівській орбіті атома водню.

6. Заряджена частина, прискорена різницею потенціалу 200 В, має довжину хвилі де Бройля 2.02 нм. Знайти масу частинки, якщо відомо, що її заряд чисельно дорівнює заряду електрона.

7. Визначити енергію, яка виділяється при ядерній реакції
 ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^3$.

8. Визначити, яка частка початкової маси радіоактивного ізотопу розпадається за час життя цього ізотопу.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики**

Варіант 4.

1. Визначити, як і у скільки разів зміниться потік випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум спектральної густини енергетичної світності у спектрі випромінювання зсунеться з червоної межі видимого спектра ($\lambda_1=780$ нм) на фіолетову ($\lambda_2=390$ нм).

2. На поверхню металу падають монохроматичні промені з довжиною хвилі $\lambda=150$ нм. Червона межа фотоефекту $\lambda_0=200$ нм. Визначити, яка частка енергії фотона витрачається на надавання електрону кінетичної енергії.

3. Паралельний пучок світла з інтенсивністю 0.2 Вт/м^2 падає нормально на плоске дзеркало з коефіцієнтом відбивання 0.9 . Визначити тиск світла на дзеркало.

4. Внаслідок ефекту Комптона на вільних електронах фотон з енергією $E_1=0.51$ МеВ був розсіяний на кут $\theta = 120^\circ$. Визначити енергію розсіяного фотона.

5. В атомі водню електрон перейшов з третього енергетичного рівня на перший. Визначити довжину хвилі, яка випромінюється при цьому переході.

6. Обчислити довжину хвилі де Бройля для теплових ($T=300$ К) нейтронів, які мають найбільш імовірну швидкість.

7. Визначити енергію, яка звільнюється при ядерній реакції
 ${}_3\text{Li}^7 + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$.

8. Активність деякого ізотопу за час $t=10$ діб зменшилась на 20% . Визначити період піврозпаду $T_{1/2}$ цього ізотопу.

Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики

Варіант 5.

1. Абсолютно чорне тіло має температуру $T_1=2900$ К. Внаслідок остигання тіла довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної густини енергетичної світності, змінилася на $\Delta\lambda=9$ мкм. Визначити, до якої температури T_2 охололо тіло.

2. Червона межа фотоефекту для деякого металу дорівнює 275 нм. Визначити:

- 1) роботу виходу електрона з металу;
- 2) максимальну кінетичну енергію електронів, які вириваються із металу світлом з довжиною хвилі 180 нм;
- 3) максимальну швидкість електронів.

3. Потік монохроматичних променів з довжиною хвилі 600 нм падає нормально на пластинку з коефіцієнтом відбивання 0.2. Визначити, скільки фотонів кожну секунду падає на пластинку, якщо тиск променів на пластинку 10^{-7} Па.

4. Знайти відношення максимальної комптонівської зміни довжини хвилі при розсіюванні фотонів на вільних електронах і протонах.

5. Розрахувати перший потенціал збудження атома водню.

6. Визначити, яку прискорюючу різницю потенціалу повинен пройти електрон, щоб довжина хвилі де Бройля дорівнювала 1 нм.

7. Визначити енергію зв'язку ядра ізотопу літію ${}^7_3\text{Li}$.

8. Визначити, за який час t розпадається $1/4$ початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу, якщо період його піврозпаду $T_{1/2}=24$ год.

Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики

Варіант 6.

1. Абсолютно чорне тіло мало температуру $T_1=400$ К. Визначити, якою стала температура T_2 тіла, якщо внаслідок нагрівання потік випромінювання збільшився у $n=10$ разів.

2. Червона межа фотоелекту для цезію $\Delta\lambda_0= 640$ нм. Визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів у електронвольтах, якщо на цезій падають промені з довжиною хвилі $\lambda=200$ нм.

3. Визначити коефіцієнт ρ відбивання поверхні, якщо при енергетичній освітленості $\Phi_e=50$ Вт/м² тиск світла на неї виявився рівним 0.2 мкПа.

4. Визначити кут θ , на який був розсіяний γ -квант, якщо енергія електрона віддачі становить 0.34 МеВ. Енергія γ -кванта 0.5 МеВ.

5. Визначити енергію фотона, яка відповідає четвертій лінії серії Бальмера у спектрі водню.

6. Визначити довжину хвилі де Бройля для протонів, які з стану спокою пройшли різницю потенціалів 100 В.

7. Визначити енергію зв'язку, яка припадає на один нуклон у ядрі атома ${}_{92}U^{238}$. Маса ядра $m_{\text{я}} = 238,05353$ а.о.м.

8. Деякий радіоактивний ізотоп має сталу розпаду $\lambda = 1.44 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$. Визначити, за який час розпадається 75% початкової маси атомів.

Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики

Варіант 7.

1. Визначити енергію, яка випромінюється за 1 хв з 1 см^2 абсолютно чорного тіла, якщо максимум спектральної густини енергетичної світності припадає на довжину хвилі 0.6 мкм .

2. При освітленні металу монохроматичним світлом з довжиною хвилі 0.48 мкм з нього вилітають електрони з швидкістю $6.5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$. Визначити роботу виходу електронів з цього металу.

3. Визначити силу тиску світла на чорну поверхню площею 100 см^2 , якщо інтенсивність потоку світла, який падає нормально на цю поверхню, дорівнює 0.3 Вт/м^2 .

4. Фотон з енергією 1.2 МеВ внаслідок ефекту Комптона був розсіяний на кут 90° . Визначити енергію і довжину хвилі розсіяного фотона.

5. Обчислити за теорією Бора радіус другої стаціонарної орбіти і швидкість електрона на цій орбіті для атома водню.

6. Визначити довжину хвилі де Бройля для частинки масою 1 г , яка рухається з швидкістю 10 м/с .

7. Визначити, яка частка радіоактивного ізотопу Ac^{225} розпадається протягом часу 6 діб . Період піврозпаду цього ізотопу $T_{1/2} = 10 \text{ діб}$.

8. Визначити енергію ядерної реакції ${}_4\text{Be}^9 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_5\text{B}^{10} + {}_0\text{n}^1$.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики**

Варіант 8.

1. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла дорівнює 34 кВт. Визначити температуру цього тіла, якщо відомо, що площа його поверхні дорівнює 0.6 м^2 .

2. Визначити енергію, масу і імпульс фотона, якому відповідає довжина хвилі 620 нм.

3. На поверхню площею 100 см^2 кожену хвилину падає 63 Дж енергії світла. Знайти тиск світла у випадках, коли поверхня:

- 1) повністю відбиває промені;
- 2) повністю поглинає падаючі на неї промені.

4. У явищі Комптона енергія падаючого фотона розподіляється порівну між фотоном, який розсіявся, і електроном віддачі. Кут розсіювання дорівнює $\pi/2$. Знайти енергію і імпульс фотона, що розсіявся.

5. Обчислити за теорією Бора період T обертання електрона у атомі водню, який перебуває у збудженому стані, що визначається головним квантовим числом $n=2$.

6. α -частинка рухається по колу радіусом 0.83 см у однорідному магнітному полі, напруженість якого дорівнює $2 \cdot 10^3 \text{ А/м}$. Визначити довжину хвилі де Бройля для α -частинки.

7. Обчислити енергію ядерної реакції ${}_3\text{Li}^6 + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_3\text{Li}^7 + {}_1\text{P}^1$.

8. Визначити, у скільки разів зменшиться активність препарату ${}_{15}\text{P}^{32}$ через $t=20$ діб. $T_{1/2}=14.3$ діб для ${}_{15}\text{P}^{32}$.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з основ квантової фізики**

Варіант 9.

1. Визначити енергію, що випромінюється протягом $t=1$ хв із оглядового віконця площею $S=8$ см² плавильної печі, якщо її температура $T=1200$ К.

2. Визначити, яка частка енергії фотона витрачена на роботу виривання фотоелектрона, якщо червона межа фото ефекту $\lambda_0=307$ нм і максимальна кінетична енергія фотоелектрона дорівнює 1 еВ.

3. Паралельний пучок монохроматичного світла ($\lambda=662$ нм) падає на затемнену поверхню і спричиняє тиск на неї $\rho=0.3$ мкПа. Визначити концентрацію n фотонів у пучку світла.

4. Фотон з енергією $E_1=0.25$ МеВ розсіявся на вільному електроні. Енергія E_2 фотона, що розсіявся, дорівнює 0.2 МеВ. Визначити кут розсіювання θ .

5. Визначити довжину хвилі λ , яка відповідає третій спектральній лінії у серії Бальмера.

6. Кінетична енергія електрона дорівнює його енергії спокою. Обчислити дебройлівську довжину хвилі електрона.

7. Визначити енергію зв'язку, яка припадає на один нуклон ядра атома кисню ${}_8\text{O}^{16}$.

8. Визначити, за який час t розпадається $1/6$ початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу, якщо період його піврозпаду $T_{1/2}=36$ год.

3. Основні закони, формули і приклади розв'язків задач з основ квантової фізики

3.1. Теплове випромінювання

Законом Кірхгофа свідчить про те, що відношення спектральної густини енергетичної світності тіла $R_{\nu,T}$ до величини спектральної поглинальної здібності $A_{\nu,T}$ не залежить від характеристик тіла і для всіх тіл є універсальною функцією Кірхгофа $r_{\nu,T}$, яка залежить від частоти (довжини хвилі) випромінювання і температури тіла, яке випромінює

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \quad (3.7)$$

Функція $r_{\nu,T}$ дорівнює спектральній густині енергетичної світності абсолютно чорного тіла

$$R_{\nu,T}, \text{ бо } A_{\nu,T}^{\text{чрн}} = 1. \quad (3.8)$$

Закон Стефана – Больцмана це закон про енергетичну (інтегральну) світність

$$R_e(T) = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu, \quad (3.9)$$

яка пропорційна четвертій степені термодинамічної температури тіла

$$R_e = \sigma T^4, \quad (3.10)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – стала Стефана – Больцмана.

Законом Віна визначає залежність значення максимальної довжина хвилі функції Кірхгофа $r_{\lambda,T}$ – функції спектральної світності абсолютно чорного тіла від термодинамічної температури тіла

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}, \quad (3.11)$$

де $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

Приклад №1. Чорне тіло нагріли від температури $T_1 = 500 \text{ К}$ до $T_2 = 2000 \text{ К}$. Визначити: 1) в скільки разів збільшиться його енергетична світність; 2) як зміниться довжина хвилі, яка відповідає максимуму спектральної густини енергетичної світності.

T_1	=	500 K
T_2	=	2000 K
$R_e^{T_2}/R_e^{T_1}$	=	?
$\Delta\lambda_{\max}$	=	?

Згідно з законом Стефана – Больцмана енергетична світність R_e пропорційна величині T^4

$$R_e = \sigma T^4, \quad (3.12)$$

де σ – стала Стефана – Больцмана ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴)).

Тому

$$R_e^{T_2}/R_e^{T_1} = \frac{\sigma T_2^4}{\sigma T_1^4} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = 2000^4/500^4 = 16 \cdot 10^{12}/(625 \cdot 10^8) = 256. \quad (3.13)$$

За законом Віна функція енергетичної світності чорного тіла $r(\lambda, T)$ має максимум, положення якого пропорційний до оберненою температури тіла

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad (3.14)$$

де b – стала Віна ($b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К).

Звідки

$$\Delta\lambda_{\max} = \lambda_{\max}^{T_2} - \lambda_{\max}^{T_1} = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad (3.15)$$

Остаточно маємо

$$\Delta\lambda_{\max} = 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot (-15) \cdot 10^{-4} = -435 \cdot 10^{-8} \text{ [м]}. \quad (3.16)$$

Відповідь: $R_e^{T_2}/R_e^{T_1} = 256$ і $\Delta\lambda_{\max} = -435 \cdot 10^{-8}$ м = -4,35 мкм.

Приклад №2. Довжина хвилі, на яку приходить максимум енергії в спектрі випромінювання чорного тіла, дорівнює $\lambda_{\max} = 0,58$ мкм. Визначити енергетичну світність R_e поверхні тіла.

λ_{\max}	=	0,58 мкм	λ_{\max}	=	$0,58 \cdot 10^{-6}$ м
R_e	=	?	R_e	=	?

Енергетична світність R_e чорного тіла згідно з законом Стефана – Больцмана пропорційна четвертій степені термодинамічної температури T

$$R_e = \sigma T^4, \quad (3.17)$$

Температуру тіла визначимо із закону Віна

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad \Rightarrow \quad T = \frac{b}{\lambda_{\max}}, \quad (3.18)$$

Звідки

$$R_e = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{\max}} \right)^4 \quad (3.19)$$

Після підстановки в (76) всіх сталих, які наведені в попередній задачі, та даних задачі маємо

$$R_e = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-7}} = 3,54 \cdot 10^{-7} \text{ [Вт/м}^2\text{]}. \quad (3.20)$$

Відповідь: $R_e = 3,54 \cdot 10^{-7} \text{ Вт/м}^2 = 35,4 \text{ мВт/м}^2$.

3.2. Зовнішній фотоэффект

Зовнішній фотоэффект заключається у тому, що металеві тіла, що опроміняються світлом, імітують електрони, які називаються **фотоелектронами**.

Для фотоэффекту має місце **рівняння Ейнштейна**

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mV^2}{2}, \quad (3.21)$$

де $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ – стала Планка, ν – частота випромінювання, $m = 0,911 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$ – маса електрона, V – швидкість електрона, який імітується катодом.

Фотоэффект спостерігається, якщо при опромінюванні метала світлом з частотою меншою за критичну частоту ν_0 , яка називається **червоною межею фотоэффекту**, яка відповідає роботі виходу $A_{\text{вих}}$ електронів з металу

$$\nu_{\text{черв}} = \frac{A_{\text{вих}}}{h}. \quad (3.22)$$

При цьому швидкість v і кінетична енергія фотоелектрона $\frac{mv^2}{2}$ дорівнюють нулю.

Фотострум дорівнює нулю, якщо робота електричного поля при прикладеній

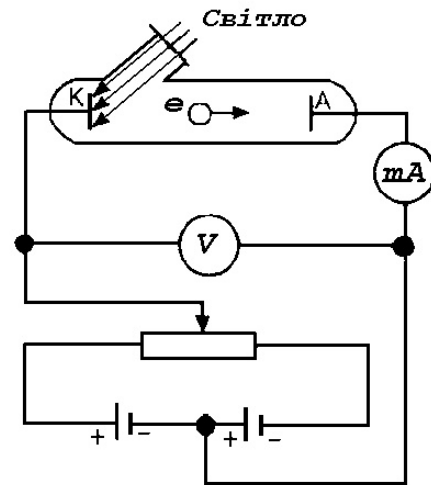


Рис. 3.1.

різниці U_0 (потенціалі, що затримує фотострум) дорівнює максимальній кінетичній енергії фотоелектронів і

$$U_0 = \frac{m V_{\max}^2}{2e} \quad (3.23)$$

Приклад №3. Визначити роботу виходу A електронів з вольфраму, якщо червона межа фотоефекту для нього $\lambda_0 = 275$ нм.

$\lambda_0 = 275$ нм	$\lambda_0 = 2,75 \cdot 10^{-7}$ м
$A = ?$	$A = ?$

Виходячи з рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту, мінімальна частота світла ν_0 , нижче якої фотоефект не спостерігається, називається "червоною межею". В перерахуванні на довжину хвилі λ визначення "червоної межі" буде: існує максимальна довжина хвилі світла λ_0 , вище якої фотоефект не існує

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{A}{\hbar}, \quad (3.24)$$

де c – швидкість світла у вакуумі; A – робота виходу електронів з катоду, яка залежить лише від матеріалу, з якого зроблено катод; \hbar – стала Планка. ($\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с).

Звідки

$$A = \frac{c\hbar}{\lambda_0}. \quad (3.25)$$

Остаточно робота A виходу для вольфраму становить

$$A = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{2,75 \cdot 10^{-7}} = 7,22 \cdot 10^{-19} \text{ [Дж]}. \quad (3.26)$$

Відповідь: $A = 7,22 \cdot 10^{-19}$ Дж = 4,51 еВ.

Приклад №4. Червона межа фотоефекту для цезія дорівнює $\lambda_0 = 653$ нм. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів при опромінюванні цезія фіолетовими променями довжиною $\lambda = 400$ нм.

$\lambda_0 = 653$ нм	$\lambda_0 = 6,53 \cdot 10^{-7}$ м
$\lambda = 400$ нм	$\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м
$v_{\max} = ?$	$v_{\max} = ?$

Максимальна швидкість може бути обчислена з рівняння Ейнштейна для фотоефекту

$$h\nu = A + \frac{m v_{\max}^2}{2}, \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2h\nu - 2A}{m}}. \quad (3.27)$$

Роботу виходу A електронів знайдемо з рівняння для червоної межі

$$h\nu_0 = A. \quad (3.28)$$

Враховуючи, що $\nu = \frac{c}{\lambda_0}$, де λ_0 – довжина хвилі, яка відповідає червоній межі фотоефекту, отримаємо

$$A = \frac{hc}{\lambda_0}. \quad (3.29)$$

Звідки

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2h\nu - 2\frac{hc}{\lambda_0}}{m}} \quad (3.30)$$

Або, підставивши замість частоти ν довжину хвилі λ , отримаємо

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_0 - \lambda)}{m\lambda_0\lambda}}. \quad (3.31)$$

І остаточно маємо

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (6,53 - 4) \cdot 10^{-7}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 6,53 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-7}}} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ [м/с]}. \quad (3.32)$$

Відповідь: $v_{\max} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

Приклад №5. Визначити сталу Планка, якщо відомо що для зупинення фотоефекту, яке є наслідком опромінювання деякого металу світлом з частотою $\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, необхідно прикласти напругу $U_{01} = 6,6 \text{ В}$, а для світла з частотою $\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, напруга, що затримує фотоефект дорівнює $U_{02} = 16,5 \text{ В}$

ν_1	$=$	$2,2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$	
ν_2	$=$	$4,6 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$	
U_{01}	$=$	$6,6 \text{ В}$	
U_{02}	$=$	$16,5 \text{ В}$	
h	$=$	$?$	

Відомо, що при прикладанні напруги, яка затримує фотоефект, жодний електрон не досягає анода (струм в цепі фотодіоду дорівнює нулю). Це може трапитися, коли максимальна кінетична енергія $\frac{m_e v_{\max}^2}{2}$ фотоелектронів дорівнює роботі $U_0 e$, яку виконує електростатичне поле для повної зупинки фотоелектронів

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = U_0 e, \quad (3.33)$$

де e – заряд електрона, m_e – маса електрона.

Тоді рівняння Ейнштейна для фотоефекту буде мати вигляд

$$h\nu = A + U_0 e. \quad (3.34)$$

Виходячи з умови задачі запишемо два рівняння Ейнштейна з двома умовними невідомими (умовними, тому що з цих рівнянь необхідно знайти h , виключивши з них невідоме значення роботи виходу A)

$$h\nu_1 = A + U_{01} e, \quad (3.35)$$

і

$$h\nu_2 = A + U_{02} e. \quad (3.36)$$

Віднімаючи одне рівняння від іншого, отримаємо

$$h(\nu_1 - \nu_2) = U_{01} e - U_{02} e. \quad (3.37)$$

Звідки

$$h = \frac{e(U_{01} - U_{02})}{\nu_1 - \nu_2} \quad (3.38)$$

Числове значення h буде

$$h = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (6,6 - 16,5)}{(2,2 - 4,6) \cdot 10^{15}} = \frac{15,84 \cdot 10^{-19}}{2,4 \cdot 10^{15}} = 6,6 \cdot 10^{-34} [\text{Дж} \cdot \text{с}]. \quad (3.39)$$

Перевіримо розмірність h

$$[h] = \left[\frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{c^{-1}} \right] = \left[\frac{\text{Кл} \cdot \text{Дж} \cdot \text{Кл}^{-1}}{c^{-1}} \right] = [\text{Дж} \cdot \text{с}]. \quad (3.40)$$

Відповідь: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

3.3. Енергія, маса, імпульс фотона

Згідно з гіпотезою про світлові кванти, світ випромінюється, поглинається і розповсюджується дискретними квантами, які **називаються фотонами**.

Енергія фотона, яка пропорційна частоті світлової хвилі $\epsilon_0 = h\nu$, знаходиться із закону взаємозв'язку маси та енергії

$$h\nu = m_\Phi c^2, \quad (3.41)$$

де m_Φ – **віртуальна маса фотона**, який рухається зі швидкістю світла c (маса спокою фотона дорівнює нулю).

Імпульс фотона p знаходиться із загальних міркувань щодо знаходження імпульсу деякої маси (m_ϕ), яка має швидкість c і енергію $h\nu$ (**корпускулярне уявлення про природу світла**)

$$p = m_\phi c = \epsilon/c = \frac{h\nu}{c}. \quad (3.42)$$

Приклад №6. Визначити енергію фотона, при якій його маса дорівнює масі спокою електрона.

$$\left. \begin{array}{l} m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ E_\phi = ? \end{array} \right|$$

Виходячи з закону взаємозв'язку маси та енергії (релятивістського співвідношення $E = mc^2$), енергія фотона E_ϕ визначається як

$$E_\phi = h\nu = m_\phi c^2, \quad (3.43)$$

Якщо маса фотона дорівнює масі спокою електрона ($m_\phi = m_e$), то енергія фотона буде

$$E_\phi = m_e c^2. \quad (3.44)$$

Звідки

$$E_\phi = 9 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 81 \cdot 10^{-15} \text{ [Дж]} = 0,506 \cdot 10^4 \text{ [MeV]}. \quad (3.45)$$

Відповідь; $E_\phi = 81 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 0,506 \cdot 10^4 \text{ eV}$.

3.4. Тиск світла

Тиск, який утворює світло при нормальному падінні на поверхню тіла залежить від коефіцієнта відбиття ρ світла і об'ємної густини енергії випромінювання $w = N \epsilon_0 / c$

$$p = w(1 + \rho) \quad (3.46)$$

є теж доказом існування **корпускулярного уявлення** про природу світла.

Приклад №7. Тиск монохроматичного світла з довжиною хвилі 600 нм на зачорнену поверхню, яка розташована перпендикулярно до світла, яке опромінює поверхню, становить 0,1 мкПа. Визначити число фотонів, які падають на поверхню площиною 10 см² за 1 с.

$\lambda = 600 \text{ нм}$	$\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
$p = 0,1 \text{ мкПа}$	$p = 0,1 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$
$S = 10 \text{ см}^2$	$S = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
$t = 1 \text{ с}$	$t = 1 \text{ с}$
$n = ?$	$n = ?$

Світло, яке падає на зачорнену поверхню (коефіцієнт відбиття світла $\rho = 0$), створює тиск

$$p = (1 + \rho) \frac{h\nu}{c} N = \frac{h\nu}{c} N, \quad (3.47)$$

де N – кількість фотонів, які за одну секунду падають на одиницю поверхні (1 м^2).

Звідси число фотонів, які потрапляють за одну секунду на одиницю поверхні (1 м^2) буде

$$N = \frac{pc}{h\nu} = \frac{pc\lambda}{hc} = \frac{p\lambda}{h}. \quad (3.48)$$

Число n фотонів, які за одиницю часу потрапляють на площу S , яка менш, ніж один квадратний метр, визначається як

$$n = N \frac{S}{1} \quad (3.49)$$

Остаточно

$$n = \frac{0,1 \cdot 10^{-5} \cdot 6 \cdot 10^{-7}}{6,62 \cdot 10^{-34}} \frac{10 \cdot 10^{-4}}{1} = 9 \cdot 10^{16}. \quad (3.50)$$

Відповідь: $n = 9 \cdot 10^{16}$.

Приклад №8. Паралельний пучок світла з енергією $E = 0,2 \text{ Вт/см}^2$ падає під кутом $\varphi = 60^\circ$ на плоске дзеркало коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,9$. Визначити тиск світла на дзеркало.

$E = 0,2 \text{ Вт/см}^2$	$E = 0,2 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2$
$\varphi = 60^\circ$	$\varphi = 60^\circ$
$\rho = 0,9$	$\rho = 0,9$
$p = ?$	$p = ?$

Якщо світло падає дзеркало нормально ($\varphi = 0$), світловий тиск p_0 дорівнював би

$$p_0 = \frac{E_0}{c} (1 + \rho), \quad (3.51)$$

де $E_0 = h\nu N$ – енергія світлової хвилі; N – число фотонів, які за одиницю часу (1 с) падають на одиницю поверхні (1 м^2).

Виходячи з визначення тиску p в загалі, запишемо

$$p = \frac{F_n}{S} = \frac{F_n dt}{S dt} = \frac{d(m_{\Phi} v)_n}{S dt}, \quad (3.52)$$

де, згідно з другим законом Ньютона, проекції відповідно сили F_n та зміни імпульсу P фотона $d(m_{\Phi} v)_n = d(P)_n$ за час dt на напрям нормалі до площини, на яку падає світло; S – площа поверхні, яка опромінюється.

Тобто

$$p = \frac{d(P)_n}{S dt}. \quad (3.53)$$

Величини S та $\Delta(P)_n$ залежать від кута φ між пучком світла і нормаллю до поверхні:

$$S = \frac{S_0}{\cos \varphi}, \quad (3.54)$$

і

$$\Delta(P)_n = P' \cos \varphi + P \cos \varphi, \quad (3.55)$$

де P і P' – сумарні імпульси фотонів, які падають і відбиваються від дзеркала за час dt .

Звідки вираз для знаходження тиску має вигляд

$$p = \frac{(P + P')}{S_0 dt} \cos^2 \varphi = p_0 \cos^2 \varphi. \quad (3.56)$$

$$\text{де } p_0 = \frac{(P + P')}{S_0 dt} = \frac{E_0}{c} (1 + \rho).$$

Підставивши в останню формулу числові значення, знайдемо тиск

$$p = \frac{0,2 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} (1 + 0,9) \cos^2 60^\circ = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ [Па]}. \quad (3.57)$$

Відповідь: $p = 3,2 \cdot 10^{-6}$ Па.

3.5. Ефект Комптона

Ефект Комптона – розсіяння рентгенівського випромінювання на вільних електронах, наприклад, в металі.

Збільшення довжини хвилі розсіяного рентгенівського випромінювання $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ залежить від кута розсіяння θ і не залежить ні від типу речовини (металу), яка розсіює випромінювання, ні від довжини початкової хвилі λ

$$\Delta\lambda = 2 \lambda_c \sin^2 (\theta/2), \quad (3.58)$$

де $\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-9}$ м – **КОМПТОНІВСКА ДОВЖИНА ХВИЛІ** (при розсіянні фотона на вільному електроні).

Приклад №9. Фотон з довжиною хвилі 100 нм розсіявся під кутом 180° на вільному електроні. Визначити кінетичну енергію електрона віддачі.

$\lambda = 100$ нм	$\lambda = 1 \cdot 10^{-7}$ м
$\Theta = 180^\circ$	$\Theta = 180^\circ$
$W = ?$	$W = ?$

Із закону збереження енергії можна записати

$$E_1 = E_2 + W, \quad (3.59)$$

де E_1 і E_2 відповідно енергія γ -кванта до і після акту розсіяння.

Звідки енергію W електрона віддачі визначимо як

$$W = E_1 - E_2. \quad (3.60)$$

Величини E_1 і E_2 знайдемо із співвідношення

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}, \quad E_2 = \frac{hc}{\lambda_2}. \quad (3.61)$$

Значення λ_2 знайдемо з рівняння Комптона для розсіяння γ -квантів на вільних електронах

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (3.62)$$

де $\lambda_c = 2,426$ нм – комптонівська довжина хвилі.

Тоді

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda \quad (3.63)$$

Знайдемо $\Delta\lambda$ і λ_2 , враховуючи що за умовою задачі $\sin^2 \frac{\theta}{2} = \sin^2 90^\circ = 1$,

$$\Delta\lambda = 2 \cdot 2,426 = 4,852 \text{ [нм]}. \quad (3.64)$$

Тобто

$$\lambda_2 = (100 + 4,852) \text{ [нм]} \approx 104,85 \text{ [нм]}. \quad (3.65)$$

Звідки чисельні значення енергії фотона до і після розсіяння складають

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^{-7}} = 19,86 \cdot 10^{-19} \text{ [Дж]} \approx 12,4 \text{ [eV]}. \quad (3.66)$$

i

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,048 \cdot 10^{-7}} = 18,95 \cdot 10^{-19} \text{ [Дж]} \approx 11,83 \text{ [eV]}. \quad (3.67)$$

Остаточно отримаємо, що енергія електрона віддачі дорівнює

$$W = E_1 - E_2 = 19,86 - 18,95 = 0,91 \cdot 10^{-19} \text{ [Дж]} \approx 0,568 \text{ [eV]}. \quad (3.68)$$

Відповідь: $W = 0,91 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,568 \text{ eV}$.

Приклад №10. Кут розсіяння фотону з енергією 1,2 МеВ на вільному електроні становить 60° . Знайти довжину хвилі розсіяного фотону, енергію і імпульс електрона віддачі (кінетичною енергією електрона до зіткнення знехтувати).

$E_1 = 1,2 \text{ МеВ}$	$E_1 = 1,92 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$
$\theta = 60^\circ$	$\theta = 60^\circ$
$W_1 \approx 0$	$W_1 \approx 0$
$W_2 = ?$	$W_2 = ?$
$\lambda_2 = ?$	$\lambda_2 = ?$
$p_2 = ?$	$p_2 = ?$

Зміну довжини хвилі фотона при комптоновському розсіянні знаходимо за формулою

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta), \quad (3.69)$$

де λ_1 і λ_2 відповідно довжина хвилі фотона до і після розсіяння на електроні.

Звідки знаходимо

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = \lambda_1 + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta), \quad (3.70)$$

Величину λ_1 знайдемо через енергію E_1 фотона

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{hc}{E_1}. \quad (3.71)$$

Звідки

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_1} + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) \quad (3.72)$$

Другий доданок помножимо і розділимо на c

$$\lambda_2 = \frac{hc}{E_1} + \frac{hc}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta) = \frac{hc}{E_1} + \frac{hc}{E_0} (1 - \cos \theta) \quad (3.73)$$

Підставляючи чисельні значення, отримаємо

$$\lambda_2 = \left(\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,92 \cdot 10^{-13}} + \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,81 \cdot 10^{-13}} \right) (1 - 0,5) = 1,74 \cdot 10^{-12} \text{ [м]}. \quad (3.74)$$

Енергію електрона віддачі W_2 знайдемо із закону збереження енергії, враховуючи те, що енергія електрона до акту розсіяння дорівнює нулю,

$$E_1 = W_2 + E_2 \quad \Rightarrow \quad W_2 = E_1 - E_2, \quad (3.75)$$

де E_2 – енергія фотона після його розсіяння, яка визначається як

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda_2}. \quad (3.76)$$

Тобто кінетична енергія W_2 електрона віддачі є

$$W_2 = E_1 - \frac{hc}{\lambda_2}. \quad (3.77)$$

Чисельне значення W_2 дорівнює

$$W_2 = 1,92 \cdot 10^{-13} - \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,74 \cdot 10^{-12}} = 0,6 \cdot 10^{-13} \text{ [Дж]} = 0,37 \text{ [MeV]}. \quad (3.78)$$

Імпульс електрона віддачі визначимо за релятивістською формулою, яка зв'язує енергію з його імпульсом

$$W^2 = W_0^2 + (pc)^2, \quad (3.79)$$

де W – повна енергія електрона, яка дорівнює сумі кінетичної W_2 та енергії спокою електрона W_0

$$W = W_2 + W_0 \quad (3.80)$$

Тобто імпульс p_2 електрона віддачі визначимо за формулою

$$p_2 = \frac{\sqrt{W^2 - W_0^2}}{c} = \frac{\sqrt{W_2^2 + 2 \cdot W_2 \cdot W_0}}{c}. \quad (3.81)$$

Відомо, що енергія спокою електрона дорівнює

$$W_0 = m_e c^2 = 9 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 0,81 \cdot 10^{-13} \text{ [Дж]} \quad (3.82)$$

Після підстановки числових даних маємо

$$p_2 = \frac{\sqrt{(1,04 \cdot 10^{-13})^2 + 2 \cdot 1,04 \cdot 10^{-13} \cdot 0,81 \cdot 10^{-13}}}{3 \cdot 10^8} = 5,55 \cdot 10^{-22} \text{ [кг} \cdot \text{м/с]} \quad (3.83)$$

Відповідь: $\lambda_2 = 1,74 \cdot 10^{-3}$ нм = $1,74 \cdot 10^{-12}$ м; $W_2 = 0,6 \cdot 10^{-13}$ Дж = 0,37 МеВ; $p_2 = 5,55 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

Приклад №11. Внаслідок ефекту Комптона на вільних електронах фотон з енергією $E_1 = 0,51$ МеВ був розсіяний на кут $\theta = 120^\circ$. Визначити енергію розсіяного фотона.

$E_1 = 0,51$ МеВ	$E_1 = 0,51 \cdot 10^{-13}$ Дж
$\theta = 120^\circ$	$\theta = 120^\circ$
$E_2 = ?$	$E_2 = ?$

Збільшення довжини хвилі при розсіянні фотона на вільних електронах визначається за формулою Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (3.84)$$

Враховуючи те, що

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E}, \quad (3.85)$$

перепишемо формулу Комптона

$$\frac{hc}{E_2} - \frac{hc}{E_1} = \frac{hc}{m_0 c^2} \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.86)$$

Звідки енергія розсіяного фотона E_2 дорівнює

$$E_2 = \frac{E_1 \cdot m_0 \cdot c^2}{m_0 \cdot c^2 + E_1 \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{E_1 \cdot E_0}{E_0 + 2E_1 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}}. \quad (3.87)$$

Після підстановки числових значень знайдемо E_2

$$E_2 = \frac{0,51 \cdot 0,51 \cdot 10^{-26}}{(0,51 + 2 \cdot 0,51 \cdot \sin^2 60^\circ) \cdot 10^{-13}} = 0,204 \cdot 10^{-13} \text{ [Дж]}. \quad (3.88)$$

Відповідь: $E_2 = 0,204 \cdot 10^{-13}$ Дж = 0,204 МеВ.

3.6. Хвилі де Бройля

Хвилі де Бройля – це хвилі, якими можна характеризувати всі мікрооб'єкти (навіть ті, для яких маса спокою не дорівнює нулю). З одного боку, мікрочастинки мають корпускулярні характеристики – енергію E і імпульс p , а, з другого

– хвильові характеристики – частоту ν , або довжину хвилі λ , які зв'язані між собою співвідношенням (формулою де Бройля λ)

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda \quad \Rightarrow \quad \lambda = h/p, \quad (3.89)$$

Приклад №12. Відомо, що α -частинка рухається по колу радіусом 0,83 см в однорідному магнітному полі, напруженість якого дорівнює $2 \cdot 10^3$ А/м. Визначити довжину хвилі де Бройля для α -частинки.

$r = 0,83 \text{ см}$	$r = 0,83 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$H = 2 \cdot 10^3 \text{ А/м}$	$H = 2 \cdot 10^3 \text{ А/м}$
$\lambda = ?$	$\lambda = ?$

Оскільки α -частинка рухається по колу, то згідно з другим законом Ньютона, на неї діє доцентрова сила, роль якої, за умовою задачі, виконує сила Лоренца $F_{\text{Лор}}$

$$a_n m = F_{\text{Лор}} \quad \Rightarrow \quad \frac{v^2}{r} m = B q v = \mu\mu_0 q v. \quad (3.90)$$

Скоротивши праву і ліву частини вир. (134) на v , отримаємо

$$m v = \mu\mu_0 H 2e r, \quad (3.91)$$

де для α -частинки заряд $q = -2e$ (заряд електрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Довжина хвилі де Бройля визначається за формулою

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v}. \quad (3.92)$$

Підставивши вир. (135) в (136), отримаємо

$$\lambda = \frac{h}{\mu\mu_0 H 2e r}. \quad (3.93)$$

Підставивши в (137) числові значення величин, знайдемо довжину хвилі

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,83 \cdot 10^{-2}} = 10^{-9} [\text{м}] = 1 [\text{нм}]. \quad (3.94)$$

Відповідь: $\lambda = 10^{-9} \text{ м} = 1 \text{ нм}$.

Приклад №13. Кінетична енергія електрона дорівнює його енергії спокою. Обчислити дебройлівську довжину хвилі електрона.

$$\frac{T = E_0 = 0,511 \text{ MeV}}{\lambda = ?}$$

Оскільки кінетична енергія електрона дорівнює енергії спокою, то швидкість електрона близька до швидкості світла c і, тому задачу необхідно розв'язувати за формулами релятивістської механіки.

Довжина хвилі де Бройля визначається за формулою

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (3.95)$$

де p – імпульс електрона, який визначимо з формули, що зв'язує енергію E частинки з її імпульсом p

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2. \quad (3.96)$$

Звідки

$$p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c}, \quad (3.97)$$

де E – повна енергія електрона, яка дорівнює сумі його енергій спокою і кінетичної енергії

$$E = E_0 + T. \quad (3.98)$$

Тому

$$p = \frac{\sqrt{(E_0 + T)^2 - E_0^2}}{c}. \quad (3.99)$$

і довжина хвилі де Бройля дорівнює

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + T)T}}. \quad (3.100)$$

Розрахунки довжини хвилі проведемо в позасистемних одиницях h :

$$h = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} [\text{Дж} \cdot \text{с}]}{1,602 \cdot 10^{-13} [\text{Дж}/\text{MeV}]} = 4,14 \cdot 10^{-21} [\text{MeV} \cdot \text{с}] \quad (3.101)$$

Звідки довжина хвилі де Бройля буде визначатися за формулою

$$\lambda = \frac{4,14 \cdot 10^{-21} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{\sqrt{(2 \cdot 0,511 + 0,511) \cdot 0,511}} = 14,03 \cdot 10^{-11} [\text{см}] = 14,03 \cdot 10^{-13} [\text{м}]. \quad (3.102)$$

Відповідь: $\lambda = 14,03 \cdot 10^{-13} \text{ м}$.

3.7. Постулати Бора

Перший постулат Бора (постулат стаціонарних станів): в атомі існують стаціонарні (не змінні у часі) стани, в яких атом не випромінює енергії. Стаціонарним станам атомів відповідають стаціонарні орбіти, по яким рухаються електрони.

Правило квантування орбіт електрона визначається рівнянням:

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (3.103)$$

де $\hbar = h/2\pi$ – приведена стала Планка.

Другий постулат Бора (правило частот): при переході електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу випромінюється (або поглинається) один фотон з енергією

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (3.104)$$

де E_n і E_m – відповідно енергії стаціонарних станів атома до і після випромінювання.

3.8. Лінійчатий спектр атома водню

Експериментальний **лінійчатий спектр атома водню** було пояснено за допомогою узагальненої формули Бальмера, яка визначає дискретні частоти фотонів ν , які поглинається, або випромінюються атомом водню

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (3.105)$$

де $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – стала Рідберга; m визначає серію; n приймає цілечисленні значення, починаючи з $m + 1$ і визначає номер лінії цієї серії.

Довжина хвилі світла λ , яке випромінюється або поглинається атомом водню, дорівнює

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (3.106)$$

де $R' = \frac{R}{c} = 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – модифікована стала Рідберга.

Для серії Лаймана $m = 1$, для серії Бальмера $m = 2$, Пашена – $m = 3$, Брекета – $m = 4$, Прунда – $m = 5$, Хемфрі – $m = 6$.

Радіус n -ої стаціонарної орбіти електрона любого атома є:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{m_e Z e^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.107)$$

Для атома водню ($Z=1$) радіус першої орбіти ($n=1$) називається **першим борівським радіусом** (a). який дорівнює

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 4 \pi \epsilon_0}{m_e e^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 52,8 \text{ нм}. \quad (3.108)$$

Приклад №14. Обчислити за теорією Бора радіус другої стаціонарної орбіти і швидкість електрона на ній для атома водню.

n	$= 2$
H_2	
Z	$= 1$
r_2	$= ?$
v_2	$= ?$

Радіус орбіти електрона згідно з теорією Бора зв'язаний з швидкістю електрона на орбіті виразом, яке називається "правилом квантування орбіт"

$$m_e \cdot v_n \cdot r_n = n \hbar, \quad (3.109)$$

де $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Швидкість електрона на орбіті визначимо з рівняння, яке ототожнює силу Кулона і доцентрову силу, що примушує електрон рухатися по колу

$$F_q = m_e a_{\text{ц}} \quad \Rightarrow \quad \frac{Ze \cdot e}{4 \pi \epsilon_0 \cdot r_n^2} = m_e \frac{v_n^2}{r_n} \quad (3.110)$$

З системи двох рівнянь (153) і (154) з двома невідомими визначимо r_n і v_n

$$r_n = \frac{n^2 \cdot h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi^2 \cdot m_e \cdot e^2 \cdot Z} \quad (3.111)$$

і

$$v_n = \frac{Z e^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot h \cdot n}. \quad (3.112)$$

Числові вирази для r_2 і v_2 мають вигляд

$$r_2 = \frac{2^2 \cdot (6,62 \cdot 10^{-34})^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{(3,14)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 2,12 \cdot 10^{-10} \text{ [м]} \quad (3.113)$$

і

$$v_2 = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 2} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ [м/с]}. \quad (3.114)$$

Відповідь: $r_2 = 2,12 \cdot 10^{-10}$ м; $v_2 = 1,1 \cdot 10^6$ м/с.

Приклад №15. В атомі водню електрон перейшов з третього енергетичного рівня на перший. Визначити довжину хвилі світла, яке випромінюється при цьому переході

n_1	=	1	
n_2	=	3	
Z	=	1	
R	=	$3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$	
λ	=	?	

Згідно з другим постулатом Бора (правилом частот), енергія електрона змінюється на величину

$$\Delta E_{2-1} = E_{n_2} - E_{n_1}, \quad (3.115)$$

де

$$E_{n_{1, 2}} = -\frac{Z^2 \cdot e^4 \cdot m_e}{8h^2 \cdot \epsilon_0^2 \cdot (n_{1, 2})^2} \quad (3.116)$$

Звідки

$$\Delta E_{2-1} = \frac{Z^2 \cdot e^4 \cdot m_e}{8h^2 \cdot \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (3.117)$$

Довжину хвилі світла, яка випромінюється при переході з однієї орбіти на іншу, можна визначити за формулою

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} \quad (3.118)$$

Отже

$$\nu_{2-1} = \frac{\Delta E_{2-1}}{h} = \frac{Z^2 \cdot e^4 \cdot m_e}{8h^3 \cdot \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = Z^2 \cdot R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (3.119)$$

де

$$R = \frac{m_e \cdot e^4}{8h^3 \cdot \epsilon_0^2} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1} \quad (3.120)$$

За умовою даної задачі остання формула має вигляд

$$\nu_{2-1} = 3,29 \cdot 10^{15} \cdot 1^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{9} \right) = 2,92 \cdot 10^{15} [\text{c}^{-1}] \quad (3.121)$$

Відомо, що $\lambda = \frac{c}{\nu}$. Тому

$$\lambda_{2-1} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,92 \cdot 10^{15}} = 1,03 \cdot 10^{-7} [\text{м}]. \quad (3.122)$$

Відповідь: $\lambda_{2-1} = 1,03 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Приклад №16. Визначити потенціал іонізації і перший потенціал збудження атома водню.

$$\begin{array}{l|l} Z & = & 1 \\ n_1 & = & 1 \\ n_2 & = & \infty \\ n'_1 & = & 1 \\ n'_2 & = & 2 \\ \hline U_i & = & ? \\ U_1 & = & ? \end{array}$$

Потенціал іонізації U_i це та найменша різниця потенціалів, яку має пройти електрон в електричному полі, яке його прискорює, щоб при зіткненні з даним незбудженим атомом, іонізувати його.

Із закону збереження енергії робота по вилученню електрона з атома дорівнює роботі A_i сил електричного поля, які прискорюють електрон

$$A_i = e U_i \quad (3.123)$$

Враховуючи квантовий характер поглинання енергії атомом, можна сказати, що робота іонізації A_i дорівнює кванту енергії $h\nu$, який поглинається атомом (в данному випадку атомом водню) при переході електрона з першої борівської орбіти на нескінченно віддалену орбіту. Тоді, застосувавши формулу Бальмера-Рітца, отримаємо

$$A_i = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = h \cdot e \cdot R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (3.124)$$

Згідно з умовою задачі $n_1 = 1$ і $n = \infty$. Тому

$$A_i = hcR^*, \quad (3.125)$$

де

$$R^* = \frac{R}{c} = \frac{3,29 \cdot 10^{15}}{3 \cdot 10^8} = 1,1 \cdot 10^7 \text{ [м}^{-1}\text{]} \quad (3.126)$$

З другої сторони

$$A_i = e U_i \quad (3.127)$$

Звідки

$$U_i = \frac{hcR^*}{e} \quad (3.128)$$

У числовому вигляді потенціал іонізації дорівнює

$$U_i = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,1 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 13,6 \text{ [В]}. \quad (3.129)$$

Перший потенціал збудження U_1 є та найменша різниця потенціалів, пройшовши яку електрон прискорюється і при зіткненні з незбудженим атомом переводить атом в перший збуджений стан. Для атому водню це відповідає переходу електрона з першої боровської орбіти на другу

$$eU_1 = h\nu = \frac{hc}{\lambda} R^* \left(\frac{1}{(n'_1)^2} - \frac{1}{(n'_2)^2} \right). \quad (3.130)$$

Для данної задачі $n'_1 = 1$, а $n'_2 = 2$. Тому

$$eU_1 = \frac{3}{4} hc R^* \Rightarrow U_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{hc R^*}{e} \quad (3.131)$$

Враховуючи, що відношення $\frac{hc R^*}{e}$ дорівнює

$$\frac{hc R^*}{e} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,1 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 13,65 \text{ [В]}, \quad (3.132)$$

отримаємо значення першого потенціалу збудження

$$U_1 = \frac{3}{4} \cdot 13,65 = 10,24 \text{ [В]} \quad (3.133)$$

Відповідь: $U_i = 13,6 \text{ В}$ і $U_1 = 10,24 \text{ В}$.

3.9. Будова ядра

Атомне ядро складається з **протонів та нейтронів**. Протон (p) має додатній заряд, який дорівнює заряду електрона, і масу спокою $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1836 m_e$, m_e – маса електрона.

Нейтрон (n) – нейтральна частинка з масою спокою $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \approx 1839 m_e$.

Разом протони і нейтрони **називаються нуклонами**. Загальна кількість нуклонів в ядрі дорівнює **масовому числу ядра A** .

Зарядове число ядра Z дорівнює числу протонів в ядрі і співпадає з порядковим номером хімічного елемента в Періодичній системі елементів Менделєєва.

Як нейтральний хімічний елемент X , так і ядро позначається однаково: ${}^A_Z X$, але позначка ядра має індекси, які вказують на його масове A та зарядове Z числа.

Радіус ядра $R_{\text{ядр}}$ можна оцінити за емпіричною формулою

$$R_{\text{ядр}} = R_0 A^{1/3}, \quad (3.134)$$

де $R_0 = (1,3 \div 1,7) 10^{-15} \text{ м}$.

3.10. Дефект маси і енергія зв'язку нуклонів

Енергія зв'язку нуклонів $E_{\text{зв}}$ – енергія, яку необхідно витратити для **розщеплення ядра на окремі нуклони** $E_{\text{нук}}$. Згідно з законом збереження енергії

$$E_{\text{зв}} = \sum E_{\text{нук}} - E_{\text{ядр}} = [Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{ядр}}] c^2. \quad (3.135)$$

В таблицях, як правило, вказуються не $m_{\text{ядр}}$, а маси m атомів. Тому

$$E_{\text{зв}} = [Z m_{\text{H}} + (A - Z) m_n] c^2, \quad (3.136)$$

де m_{H} – маса атома водню.

Величина

$$\Delta m = [Z m_p + (A - Z) m_n] - m_{\text{ядр}} \quad (3.137)$$

має назву **дефект маси ядра**. На цю величину зменщується маса всіх нуклонів, які з'єднуються, утворюють атомне ядро.

Питома енергія зв'язку $\delta E_{\text{зв}}$ нуклонів ядра

$$\delta E_{\text{зв}} = \frac{E_{\text{зв}}}{A} \quad (3.138)$$

характеризує **стійкість, міцність ядер**.

Приклад №17. Визначити, яку енергію необхідно витратити, щоб зруйнувати ядро ${}^4_2\text{He}$ (α -частинку) і потім частинки, які утворились, віддалити одна від одної на велику відстань без надавання їм кінетичної енергії.

${}^4_2\text{He}$	
m_p	$= 1,6724 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
m_n	$= 1,6748 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
$M_{\text{ядр}}$	$= 6,6446 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Z	$= 2$
A	$= 4$
ΔE	$= ?$

Енергія зв'язку нуклонів ΔE в ядрі дорівнює роботі, яку необхідно виконати для розподілу ядра на окремі частинки, без надання їм кінетичної енергії

$$\Delta E = \Delta m c^2, \quad (3.139)$$

де Δm – дефект маси, c – швидкість світла у вакуумі.

Визначимо дефект маси за формулою

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - M_{\text{ядр}} \quad (3.140)$$

Звідки

$$\Delta m = 2 \cdot 1,6724 \cdot 10^{-27} + (4 - 2) 1,6748 \cdot 10^{-27} - 6,6446 \cdot 10^{-27} = 0,0498 \cdot 10^{-27} \text{ [кг]}. \quad (3.141)$$

Отже енергія зв'язку дорівнює

$$\Delta E = \Delta m c^2 = 0,0498 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 0,4482 \cdot 10^{-11} \text{ [Дж]}. \quad (3.142)$$

Відповідь: $\Delta E = 0,4482 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} = 0,28 \cdot 10^8 \text{ еВ}$.

3.11. Закон радіоактивного розпаду ядер

Радіоактивний розпад (правило зміщення) – природне радіоактивне перетворення ядер, яке відбувається спонтанно (без втручання із зовні). Атомне ядро, яке випробовує радіоактивний розпад, називається **материнським**, а ядро, яке утворюється **дочірнім**.

Закон радіоактивного розпаду показує, до якої величини зменшилась (згідно з експоненціальною залежністю) кількість ядер N , які ще не розпалися в момент часу t

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (3.143)$$

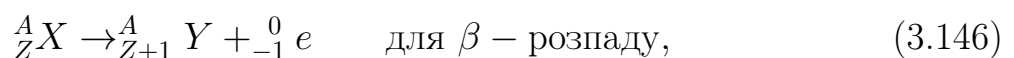
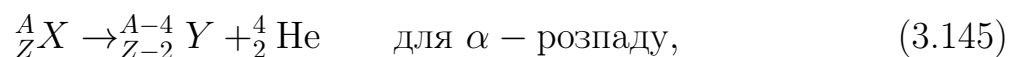
де N_0 – початкове число ядер, які не розпалися, у момент часу $t = 0$, λ – **стала радіоактивного розпаду**.

Інтенсивність процесу радіоактивного розпаду характеризують дві величини: період напіврозпаду $T_{1/2}$ і середній час життя τ радіоактивного ядра, які відповідно дорівнюють

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693/\lambda, \quad \tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (3.144)$$

Одиницю радіоактивного розпаду в СІ є **бекерель (Бк): 1 Бк** – активність нукліда, при якій за 1 с відбувається один акт розпаду.

Радіоактивний розпад відбувається в угоді з так званим **правилом зміщення**, яке дозволяє встановити, яке ядро виникає після розпаду материнського ядра:



де ${}^A_Z X$ – материнське ядро, Y – дочірнє ядро, ${}^4_2 \text{He}$ – ядро гелію, ${}^0_{-1} e$ – символічне позначення електрона з зарядом -1 і масовим числом A , яке дорівнює нулю.

Приклад №18. Визначити скільки ядер в масі $m_0 = 1$ кг радіоактивного цезія ${}_{58}\text{Ce}^{144}$ розпадається за проміжок часу: 1) $\Delta t = 1$ с; і 2) $\Delta t = 1$ рік. Період напіврозпаду дорівнює 285 діб.

m_0	=	1 кг	m_0	=	1 кг
${}_{58}\text{Ce}^{144}$			${}_{58}\text{Ce}^{144}$		
$T_{1/2}$	=	285 діб	$T_{1/2}$	=	$246,24 \cdot 10^5$ с
Δt_1	=	1 с	Δt_1	=	1 с
Δt_2	=	1 год	Δt_1	=	$315,36 \cdot 10^5$ с
ΔN_1	=	?	ΔN_1	=	?
ΔN_2	=	?	ΔN_2	=	?

За законом радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (3.147)$$

де N_0 – початкове число радіоактивних ядер в момент часу $t = 0$, які не розпалися; N – число ядер в момент часу t , які не розпалися; λ – стала радіоактивного розпаду величина якої залежить від типу радіоактивної речовини, Знак мінус в показнику експоненціальної функції вказує на те, що з часом число ядер, які не розпалися, зменшується.

Період напіврозпаду $T_{1/2}$ – час, за який початкове число ядер в середньому зменшується вдвічі

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693/\lambda. \quad (3.148)$$

Число ядер $\Delta N = N_0 - N$, що розпалися, залежить від часу спостереження. Якщо $\Delta t \ll T_{1/2}$ (це відповідає першій умові задачі), залежність числа ядер, які не розпалися, від часу $N = N_0 e^{-\lambda t}$ є дуже повільною функцією і за час спостереження Δt експоненціальну функцію (178), можна представити, як лінійну, яка повільно спадає

$$e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t \quad (3.149)$$

Тоді вираз (178), якщо $\Delta t \ll T_{1/2}$ має вигляд

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1 - \lambda t). \quad (3.150)$$

Число ядер ΔN_1 , що розпалися, за час Δt_1 дорівнює різниці між початковим числом ядер N_0 і числом ядер N , які не розпалися за інтервал часу Δt_1

$$\Delta N_1 = N_0 - N_0(1 - \lambda \Delta t) = \lambda N_0 \Delta t_1, \quad (3.151)$$

або

$$\Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 \Delta t_1 = \frac{0,693 \cdot N_0 \cdot \Delta t_1}{T_{1/2}}. \quad (3.152)$$

Початкове число ядер (для $t = 0$) знайдемо, скориставшись законом Авогадро

$$N_0 = N_A \cdot \frac{m_0}{\mu} \quad (3.153)$$

де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро; $\mu = 144 \cdot 10^{-3}$ кг/моль – молярна маса ізотопу цезія ${}_{58}\text{Ce}^{144}$.

Тоді

$$\Delta N_1 = \frac{0,693 \cdot N_A \cdot m_0 \cdot \Delta t_1}{T_{1/2} \cdot \mu}. \quad (3.154)$$

Після підрахунку маємо

$$\Delta N_1 = \frac{0,693 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1 \cdot 1}{285 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 144 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{11}. \quad (3.155)$$

Якщо інтервал часу Δt спостереження досить великий, наприклад, того ж порядку як час напіврозпаду $T_{1/2}$ (в другій частині задачі $\Delta t_2 = 365$ діб і $T_{1/2} = 285$ діб), величину ΔN_2 треба визначати точно

$$\Delta N_2 = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t_2}) \quad (3.156)$$

або

$$\Delta N_2 = \frac{N_A \cdot m_0}{\mu} (1 - e^{-\lambda \Delta t_2}). \quad (3.157)$$

Підрахунок дає

$$\Delta N_2 = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1}{144 \cdot 10^3} \left(1 - e^{-\frac{0,693 \cdot 365}{285}} \right) = 2,5 \cdot 10^{18}. \quad (3.158)$$

Відповідь: $\Delta N_1 = 1,2 \cdot 10^{11}$ і $\Delta N_2 = 2,5 \cdot 10^{18}$

Приклад №19. Визначити період напіврозпаду, якщо за 1 добу з 1 млн. атомів розпадається 175000 атомів.

$\Delta t = 1$ доба	$\Delta t = 8,64 \cdot 10^4$ с
$\Delta N = 1,75 \cdot 10^5$	$\Delta N = 1,75 \cdot 10^5$
$N_0 = 10^6$	$N_0 = 10^6$
$T_{1/2} = ?$	$T_{1/2} = ?$

Період напіврозпаду $T_{1/2}$ визначається за формулою

$$T_{1/2} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (3.159)$$

Сталу радіоактивного розпаду λ знайдемо з співвідношення для кількості ядер, які розпались за час Δt

$$\Delta N = N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}) \quad (3.160)$$

Для цього перепишемо останє рівняння

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta N}{N_0} - 1 = e^{-\lambda \Delta t}. \quad (3.161)$$

Після логарифмування правої і лівої частин рівняння отримуємо

$$\ln \left(1 - \frac{\Delta N}{N_0} \right) = -\lambda \Delta t. \quad (3.162)$$

Звідки

$$\lambda = -\frac{\ln \left(1 - \frac{\Delta N}{N_0} \right)}{\Delta t} = -\frac{\ln \left(1 - \frac{1,75 \cdot 10^5}{10^6} \right)}{24 \cdot 3600} = 2,23 \cdot 10^{-6} [c]. \quad (3.163)$$

Звідки період напіврозпаду буде

$$T_{1/2} = \frac{0,693}{2,23 \cdot 10^{-6}} = 0,31 \cdot 10^6 [c] \quad (3.164)$$

Відповідь: $T_{1/2} = 0,31 \cdot 10^6$ с..

3.12. Ядерні реакції

Ядерна реакція – це перетворення атомних ядер при їх взаємодії з елементарними частинками (в тому числі і з γ -квантами). Найбільш типовим видом ядерної реакції є реакція, символічний запис якої представляє



де X і Y – відповідно початкове і кінцеве ядра реакції, a і b – відповідно частинки, які бомбардують або емітуються в ядерній реакції.

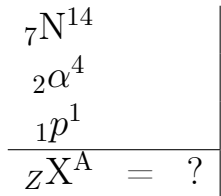
В ядерній фізиці ефективність взаємодії ядра з частинкою характеризують **ефективним зрізом** σ

$$\sigma = \frac{dN}{n N dx}, \quad (3.166)$$

де N – число частинок, які попадають за одиницю часу на одиницю площі поперечного зрізу речовини, яке має в одиниці об'єму n ядер, dN – число частинок, які вступають в ядерну реакцію в шарі товщиною dx . Ефективний зріз має розмірність площини і характеризує ймовірність того, що при попаданні пучка

частинок на речовину пройде реакція. **Одиниця ефективного зрізу ядерних реакцій – барн** (1 барн=10⁻²⁸ м²).

Приклад №20. В наслідок захоплення α-частинки ядром ізотопу азоту ${}^7\text{N}^{14}$ утворюється невідомий елемент і протон. Написати реакцію і визначити невідомий елемент.



Запишемо ядерну реакцію в загальному вигляді



відомо, що сума зарядових та сума масових чисел з лівої і правої сторони рівняння ядерної реакції повинні бути рівними

$$7 + 2 = 1 + Z \quad \text{та} \quad 14 + 4 = 1 + A. \quad (3.168)$$

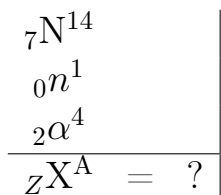
Звідки зарядове Z та масове A числа дорівнюють

$$Z = 8 \quad \text{та} \quad A = 17, \quad (3.169)$$

що відповідає утворенню елемента ${}_8\text{X}^{17}$. З таблиці Менделєєва виходить, що елемент, який розшукується в задачі є ізотоп кисню ${}_8\text{O}^{17}$.

Відповідь: невідомий елемент – ${}_8\text{O}^{17}$.

Приклад №21. В наслідок захоплення нейтрона ядром ізотопу азоту ${}^7\text{N}^{14}$ утворюється невідомий елемент та α-частинка. Записати ядерну реакцію та визначити невідомий елемент.



Запишемо рівняння ядерної реакції



і рівняння для Z і A

$$7 = 2 + Z \quad \Rightarrow \quad Z = 5 \quad (3.171)$$

та

$$14 + 1 = 4 + A \Rightarrow A = 11. \quad (3.172)$$

Звідки невідомий елемент є ${}_5X^{11}$, який, виходячи з того, що $Z = 5$, невідомий елемент, представляє ізоотп бора ${}_5B^{11}$.

Відповідь: невідомий елемент – ${}_5B^{11}$.

4. Рекомендована література

1. **Основи квантової фізики (Теоретичний Курс)**, *М.М.Чепілко*, 2016, К: ДЕТУТ
2. **Курс фізики**, *Т.И.Трофимова*, 2000, М: Высшая школа
3. **Курс фізики**, *І.Є. Лопатинський, та інші*. 2002, Львів, Афіша
4. **Сборник задач по курсу фізики**, *Т.И.Трофимова* 1991, М: Высшая школа

Навчальне видання

доцент Муравйов В.М.

**Завдання та методичні вказівки до самостійної роботи з основ
квантової фізики**

Для студентів технічних спеціальностей

Відповідальний за випуск: М.М. Чепілко

Підписано до друку . Формат паперу 60x84/16. Обсяг: обл.-вид.арк.
Папір для тиражувальних апаратів. Друк - різнографія. Замовлення . Тираж прим.

Надруковано у друкарні видавництва
Державного економіко - технологічного університету транспорту,
03049, м. Київ - 49, вул. Миколи Лукашевича, 19