

Міністерство освіти і науки України
Державний економіко - технологічний університет
транспорту

Кафедра фізики та електротехніки

Завдання та методичні вказівки
до самостійної роботи
з електрики та постійного струму

Для студентів технічних спеціальностей

Київ - 2017

УДК 53
ВВК 22.3

Навчальний посібник "Завдання та методичні вказівки до самостійної роботи з електрики та постійного струму" розглянуто та затверджено на засіданні кафедри фізики та електротехніки (Протокол №1 від 28.08.2016 року) та на засіданні методичної комісії факультету "Інфраструктура та рухомий склад залізниць" (Протокол №2 від 31.10.2016 року)

Укладачі: доцент Дзян О.С.

Рецензенти: професор Завісляк І.В. та професор Чепілко М.М.

Зміст

1	Організація вивчення курсу загальної фізики в університеті	4
1.1	Вказівки по виконанню та оформленню розрахунково - графічних та контрольних робіт з фізики	6
1.2	Вказівки до розв'язку та оформлення задачі з фізики	7
1.3	Приклад розв'язку задачі з електрики та постійного струму	9
2	Питання для теоретичної підготовки з електрики та постійного електричного струму. Варіанти завдань для самостійної роботи	3
3	Основні закони і формули з електростатики та постійного струму. Приклади розв'язків задач	14
3.1	Закон збереження заряду та закон Кулона	14
3.2	Напруженість і потенціал електростатичного поля	14
3.3	Робота поля при переміщенні заряду, циркуляція вектора напруженості поля	17
3.4	Електроємність	18
3.5	Енергія зарядженого конденсатора, енергія електростатичного поля	19
3.6	Постійний струм	19
4	Рекомендована література	39

1. Організація вивчення курсу загальної фізики в університеті

В університеті загальний курс фізики вивчається протягом одного, двох чи трьох семестрів, у залежності від профілю факультету та форми навчання.

При вивченні кожного розділу фізики передбачаються такі види навантажень:

1. Теоретичне вивчення курсу.
2. Виконання лабораторних робіт та комп'ютерного моделювання фізичних явищ.
3. Виконання розрахунково - графічних або контрольних робіт.
4. Консультації.
5. Екзамени або заліки.

Теоретичне вивчення загального курсу фізики відбувається на лекціях та практичних заняттях згідно розкладу, складеного навчальною частиною університету, у відповідності з навчальним планом підготовки спеціалістів певного профілю. Відвідування студентами лекцій та практичних занять є обов'язковим.

Лабораторні роботи та комп'ютерне моделювання фізичних явищ проводяться у навчальних лабораторіях та комп'ютерних класах кафедри фізики та електротехніки згідно розкладу складеному навчальною частиною університету, у відповідності з навчальним планом підготовки спеціалістів певного профілю. Виконані практично, повністю оформлені та захищені лабораторні та комп'ютеризовані роботи відмічаються підписом викладача, який проводить заняття, і реєструються у спеціальному журналі, що зберігається в лабораторії. У кінці семестру, за умови успішного виконання циклу лабораторних та комп'ютеризованих робіт, студенту виставляється залік.

Розрахунково - графічні роботи з кожного розділу загальної фізики виконуються студентами стаціонарної форми навчання. Виконання розрахунково - графічної роботи вимагає від студента активного володіння матеріалом відповідного розділу фізики та математичним апаратом на "фізичному" рівні строгості. Рецензування розрахунково - графічних робіт виконується викладачем, який проводить практичні заняття.

Контрольні роботи з кожного розділу фізики, що складаються з восьми задач, виконуються студентами заочної форми навчання. Задачі, які входять

до складу контрольної роботи, вимагають від студента для успішного виконання контрольної роботи активного володіння матеріалом відповідного розділу фізики та математичним апаратом на "фізичному" рівні строгості. Рецензування контрольних робіт, як правило, виконується викладачем, який проводить практичні заняття. У випадку незаліку контрольної роботи студент повинен виправити помилки або ж розв'язати задачі знову і здати роботу на повторне рецензування.

Консультації проводяться ведучим лектором згідно з розкладом, узгодженим з навчальною частиною університету.

Заліки та екзамени з кожного розділу фізики студенти здають у період сесії, згідно з розкладом, складеним навчальною частиною університету. Студенти допускаються до заліків та екзаменів за умови повного виконання відповідної навчальної програми. У випадку неявки студента на екзамен з поважної причини чи отриманні незадовільної оцінки, заліки та екзамени можуть бути здані у дні перездач згідно з розкладом, складеним навчальною частиною університету, або ж по направленню, підписаному деканом факультету.

Критерії оцінки знань студентів при здачі іспитів з фізики

1. Оцінка **відмінно** ставиться у тому випадку, коли студент при відповіді на питання екзаменаційного білету виявляє:
 - правильне розуміння суті розглядуваних фізичних явищ і закономірностей їх протікання, змісту фізичних законів і теорій;
 - вміння використовувати математичний апарат для аналітичного доведення справедливості фізичних законів та співвідношень між певними фізичними величинами, визначити межу застосування математичної моделі певних фізичних явищ;
 - будує відповідь за власним планом, супроводжує відповідь прикладами, вміє застосовувати знання у нестандартних ситуаціях та інших природничих науках;
 - правильно розв'язав задачу у загальному вигляді та виконав наближені обчислення з наперед заданою точністю.
2. Оцінка **добре** ставиться в тому випадку, якщо відповідь задовільняє основним вимогам до відповіді на оцінку **відмінно**, але у ній переважають прості відтворення означень та формулювань, здійснюється вона без чіткого власного плану. Не виявляється узагальнюючий погляд на дане явище або закон, не визначається межа застосування його математичної моделі.
3. Оцінка **задовільно** ставиться в тому випадку, якщо більша частина відповіді задовільняє основним вимогам до відповіді на оцінку **добре**, але у

ній є окремі прогалини, що не спотворюють зміст відповіді, яка у цілому має формальний репродуктивний характер, є помилки у розв'язку задач, який при цьому має правильний напрямок.

4. Оцінка **незадовільно** ставиться в тому випадку, коли студент:
 - відмовляється відповідати після ознайомлення із змістом отриманого завдання;
 - не володіє знаннями і навичками відповідно до вимог навчальної програми;
 - дав відповідь менше чим на два з трьох питань екзаменаційного білету, або хід його розв'язків задач був неправильним.

1.1. Вказівки по виконанню та оформленню розрахунково - графічних та контрольних робіт з фізики

До виконання контрольних робіт з курсу загальної фізики слід приступати лише після вивчення матеріалу, що відповідає даному розділу навчальної програми, уважного ознайомлення з правилами оформлення та розв'язку задач, приведеними у цьому посібнику.

1. За час навчання у університеті студенти денної форми навчання повинні виконати чотири розрахунково - графічні роботи. Що стосується студентів заочної форми навчання, то вони повинні виконати шість контрольних робіт.
2. У кожній контрольній роботі студент-заочник повинен розв'язати вісім задач того варіанту, який співпадає з останньою цифрою його шифру. Нумери задач, що входять до складу контрольної роботи, визначаються за таблицями варіантів для відповідної частини курсу загальної фізики, які має у своєму розпорядженні викладач, що веде практичні заняття.
3. Розрахунково - графічні та контрольні роботи виконуються на папері формату А4 чорнилом або ж набираються на комп'ютері, використовуючи текстовий редактор, спряжений з редактором математичних формул. Титульна сторінка роботи повинна бути оформлена у відповідності до стандарту оформлення науково - технічних документів (див.зразок 1).
4. Розрахунково - графічні та контрольні роботи здаються, як правило, на рецензію викладачу, який веде практичні заняття з академічною групою. На рецензію слід здавати одночасно не більше однією роботи. Для виключення помилок, що повторюються, чергову роботу слід здавати

на рецензію тільки після заліку попередньої розрахунково - графічної чи контрольної роботи.

5. Якщо розрахунково - графічна чи контрольна робота при перевірці була не зарахована, то необхідно виправити всі помилки, що містяться в розв'язках задач, дати відповіді на всі зауваження рецензента в письмовій формі у вигляді додатку до основного тексту розрахунково - графічної чи контрольної роботи, та подати їх на повторну перевірку.
6. Зараховані розрахунково - графічні чи контрольні роботи здаються екзамінатору. Студент повинен бути готовим під час здачі заліку чи екзамену дати пояснення по змісту розв'язаних задач, що входять до виконаної розрахунково - графічної чи контрольної роботи.

1.2. Вказівки до розв'язку та оформлення задачі з фізики

Розрахунково - графічні та контрольні роботи перевіряються викладачем університету коли студент, який виконав роботу, відсутній. Тому кожна задача повинна бути оформлена акуратно і включати всі необхідні пояснення, що демонструють глибину розуміння студентом відповідного розділу фізики.

При розв'язку задачі слід дотримуватися наступного плану:

1. Розв'язок кожної задачі слід починати з нової сторінки. Для зауважень викладача після розв'язку задачі необхідно залишити вільну сторінку.
2. Умови задач вносяться у текст розрахунково - графічної чи контрольної роботи без скорочень .
3. У тексті розрахунково - графічної чи контрольної роботи, у випадку необхідності, приводяться пояснюючі рисунки, виконані з використанням графічного приладдя або ж комп'ютерного графічного редактора.
4. Виписуються основні закони фізики і формули, на яких базується розв'язок задачі, та даються словесні пояснення змісту символів і позначень у формулах. Повністю приводяться фізичні аргументи та математичні викладки, які становлять зміст розв'язку задачі.
5. Розв'язок задачі отримується у загальному вигляді, який виражає шукану величину через символи фізичних величин, заданих у умові задачі.
6. Виконати перевірку розмірності отриманої формули, яка є символьним розв'язком задачі. Для цього потрібно підставити у символьний розв'язок задачі замість символів відповідні їм позначення одиниць у системі Сі.

Після всіх необхідних скорочень впевнитись у відповідності отриманого результату розмірності шуканої величини (див. приклад розв'язку задачі).

7. Підставити у отриману формулу замість символів їхні числові значення, виражені у одиницях системи СІ. Виконати наближені обчислення, записати у відповіді числове значення і скорочену назву одиниці величини, що розраховується. При підстановці чисел в формулу та при записі відповіді числові величини треба виражати в вигляді добутку десяткового дробу з однією значущою цифрою перед точкою на відповідну степінь десяти. Наприклад, замість 4578 потрібно записати $4.578 \cdot 10^3$, а замість 0.0002347 записати $2.347 \cdot 10^{-4}$ тощо.
8. Зробити оцінку, де це можливо, правдоподібності отриманого результату. Наприклад, швидкість тіла не може бути більшою за швидкість тіла в вакуумі, коефіцієнт корисної дії не може бути більшим одиниці і тощо.
9. У кінці кожної задачі потрібно написати *Відповідь*, привести символічне та розраховане числове значення шуканої фізичної величини з вказанням розмірності. Наприклад:

Відповідь: $a = 12 \frac{M}{c^2}$.

1.3. Приклад розв'язку задачі з з електрики та постійного струму

Умова задачі. Два точкових заряди $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл і $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл розташовані на віддалі $d = 10$ см один від одного. Визначити напруженість електростатичного поля і індукцію в точці А, яка знаходиться на віддалі $r_1 = 20$ см від одного і $r_2 = 15$ см від другого заряду.

Розв'язок задачі.

$q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл	$q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл
$q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл	$q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл
$d = 10$ см	$d = 10 \cdot 10^{-2}$ м
$r_1 = 20$ см	$r_1 = 20 \cdot 10^{-2}$ м
$r_2 = 15$ см	$r_2 = 15 \cdot 10^{-2}$ м
$\epsilon = 1$	$\epsilon = 1$
$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл ² /(Н · м ²)	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл ² /(Н · м ²)
	$E_A = ?$
	$D_A = ?$

Згідно з принципом суперпозиції, напруженість електростатичного поля в точці А дорівнює векторній сумі полів, які утворюються точковими зарядами q_1 і q_2

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (1.1)$$

Модуль вектора \vec{E}_A визначимо з трикутника АВС (Рис. 1.1)

$$E_A^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \cos \varphi. \quad (1.2)$$

Модулі векторів напруженостей полів E_1 і E_2 , які утворюються в точці А точковими зарядами q_1 і q_2 відповідно на відстанях r_1 і r_2 , дорівнюють:

$$E_{1,2} = \frac{1}{4 \pi \epsilon \epsilon_0} \frac{q_{1,2}}{(r_{1,2})^2}. \quad (1.3)$$

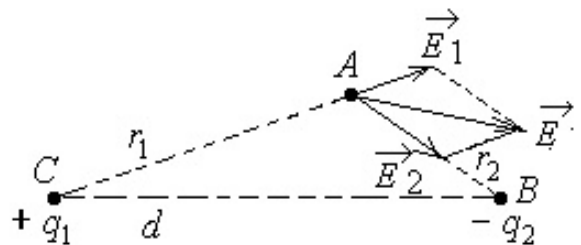


Рис. 1.1.

З трикутника АКЛ, який подібний трикутникові АВС, отримаємо, що

$$\cos \varphi = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2 r_1 r_2}. \quad (1.4)$$

Після підстановки (62) і (63) в вираз (61) отримаємо

$$E_A = \frac{1}{4 \pi \epsilon \epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot (r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3 \cdot r_2^3}}. \quad (1.5)$$

Відомо, що вектор електростатичної індукції D дорівнює

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (1.6)$$

Тому модуль вектора електроастатичної індукції D_A в заданій точці A поля дорівнює

$$D_A = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot (r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3 \cdot r_2^3}}. \quad (1.7)$$

Підставивши числові значення, отримаємо

$$E_A = 6,2 \cdot 10^4 \text{ [В/м]}, \quad D_A = 1,09 \cdot 10^{-6} \text{ [Кл/м}^2\text{]}. \quad (1.8)$$

Відповідь: $E_A = 6,2 \cdot 10^4 \text{ В/м}$ та $D_A = 1,09 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$.

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФРАСТРУКТУРИ І ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра фізики та електротехніки

Розрахунково - графічна робота

або

Контрольна робота
з електрики та постійного струму

Виконав:

15 листопада 2017 року

студент Прізвище І.Б.

шифр 2016-КІКС-0345

Перевірив:

20 листопада 2017 року

доцент Прізвище І.Б.

2. Питання для теоретичної підготовки з електрики та постійного електричного струму. Варіанти завдань для самостійної роботи

Електростатичне поле у вакуумі. Електричні властивості тіл. Елементарний електричний заряд. Закон збереження електричного заряду. Закон Кулона. Електростатичне поле. Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції електричних полів. Напруженість електростатичного поля точкового та розподіленого електричного заряду. Силкові лінії електростатичного поля. Потік вектора напруженості електростатичного поля. Теорема Гаусса. Обчислення напруженості електростатичного поля симетричних заряджених тіл. Робота сил електростатичного поля при переміщенні зарядів. Циркуляція вектора напруженості. Потенціальна енергія та потенціал електростатичного поля. Зв'язок між напруженістю електростатичного поля та його потенціалом. Потенціал електростатичного поля точкового та розподіленого електричного заряду. Еквіпотенціальні поверхні.

Провідники в електричному полі. Провідники у зовнішньому електричному полі. Електричне поле всередині зарядженого провідника. Розподіл зарядів в провідниках. Електроємність провідників. Конденсатори. З'єднання конденсаторів. Енергія системи зарядів. Енергія зарядженого провідника. Енергія зарядженого конденсатора. Енергія електростатичного поля. Об'ємна густина енергії електричного поля.

Електричне поле у діелектриках та напівпровідниках Діелектрики та напівпровідники. Вільні та зв'язані електричні заряди. Механізми електропровідності у напівпровідниках. Електричний диполь. Електричний момент диполя та його електростатичне поле. Диполь у однорідному електричному полі. Полярні та неполярні молекули. Поляризація діелектриків. Поляризованість (вектор поляризації). Електричне зміщення. Теорема Гаусса для вектора електричного зміщення. Умови на межі двох діелектриків. Сегнетоелектрики.

Постійний електричний струм. Електричний струм у металах та напівпровідниках. Сила струму. Густина струму. Закон Ома у диференціальній формі. Опір провідників. Закон Ома для ділянки кола. Джерела струму. Електрорушійна сила (е.р.с.). Закон Ома для ділянки кола з е.р.с. Закон Ома для повного кола. Розгалужені електричні кола. Закони Кірхгофа. Робота та потужність струму. Закон Ленца-Джоуля в диференціальній та інтегральній формі.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 0.

1. Тонкий стержень довжиною $l=12$ см рівномірно заряджений з лінійною густиною $\tau = 0.1$ мКл/м. На продовженні осі стержня на відстані $a=10$ см від ближнього кінця знаходиться точковий заряд $q_0=10$ нКл. Визначити силу взаємодії стержня і заряду.

2. Визначити, з якою силою (на одиницю довжини) взаємодіють дві заряджені нескінченно довгі паралельні нитки з однаковою лінійною густиною заряду 20 мкКл/м, що знаходяться на відстані 10 см одна від іншої.

3. Електричне поле утворене нескінченно довгою ниткою, що заряджена з лінійною густиною 20 нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок поля, що знаходяться від нитки на відстані 8 см і 12 см.

4. Два однакових плоских повітряних конденсатори з'єднані послідовно з батареєю, яка підключена до джерела струму з Е.Р.С. 12 В. Визначити, наскільки зміниться напруга на одному з конденсаторів, якщо другий опустити у трансформаторне масло з $\varepsilon = 2.2$.

5. 125 маленьких форми краплинок води, що мали форму кулі, заряджених до потенціалу φ відносно Землі з'єднали у одну краплю. Визначити, яким буде потенціал φ_1 такої великої краплі в порівнянні з потенціалом φ .

6. В атмосферному повітрі у середньому знаходиться 700 пар іонів на 1 см³. Рухливість додатніх іонів $U_+=1.4$ см²/сВ, а від'ємних $U_-=1.9$ см²/сВ. Визначити густину вертикального струму, якщо напруженість електричного заряду поля Землі 130 В/м. Вважати заряди іонів рівними по абсолютному елементарному зарядові. $q=1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

7. На схемі (див. рис.??) $R=1.4$ Ом; $E_1 = E_2=2$ В. Внутрішній опір цих елементів $r_1=1$ Ом і $r_2=1.5$ Ом. Знайти струм у кожному елементі і у всьому колі.

8. Струм у провіднику рівномірно збільшується від нуля до деякого максимального значення протягом 10 с. За цей час у провіднику виділяється 10^3 Дж теплоти. Визначити швидкість зростання струму, якщо опір провідника дорівнює 3 Ом.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 1.

1. Знайти напруженість електричного поля у точці, що лежить посередині між точковими зарядами $q_1=8$ нКл і $q_2=-6$ нКл. Відстань між зарядами 10 см.

2. Визначити, з якою силою електричне поле зарядженої нескінченної площини діє на 1 м зарядженої нескінченно довгої нитки, що знаходиться у цьому полі. Лінійна густина заряду нитки $3 \cdot 10^{-8}$ Кл/см і поверхнева густина заряду площини $2 \cdot 10^{-9}$ Кл/см².

3. Чотири однакових краплі ртуті, що заряджені до потенціалу 10 В кожна, зливаються у одну. Визначити потенціал краплі, що утворилася. Форму крапель вважати сферичною.

4. Конденсатор складається із двох пластин. Діелектрик - слюда ($\varepsilon = 6$). Ємність конденсатора 200 пкФ. Визначити опір слюдяної прокладки. Питомий опір слюди 10^{16} Ом·м.

5. Два однойменних точкових заряди $q_1 = 10^{-7}$ Кл і $q_2=2 \cdot 10^{-7}$ Кл знаходяться на відстані $r_1=0.6$ м один від одного. Визначити, яку роботу потрібно виконати, щоб зблизити їх до відстані $r_2=0.1$ м.

6. На кінцях провідника довжиною $l=1.5$ м і діаметром перерізу $d=0.6$ мм підтримується напруга 10 В. Визначити: а) потужність, що споживає провідник; б) кількість теплоти, що виділяється в провіднику за 1 годину. $\rho=1.1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

7. На схемі (див. рис.??) опори ділянок ab , bc і ad дорівнюють 100Ом, 500Ом і 200Ом. Гальванічний елемент, полюси якого підключені до точок ac мають Е.Р.С. $E_1 = 1.8$ В. Гальванометр реєструє струм 0.5mA у напрямі, позначеному стрілкою. Визначити Е.Р.С. другого гальванічного елемента E_2 , нехтуючи внутрішніми опорами елементів і опором гальванометра.

8. Сила струму у металевому провіднику дорівнює 0.8 А, переріз провідника 4 мм². Вважаючи, що у 1 м³ металу знаходиться $2.5 \cdot 10^{28}$ вільних електронів, визначити середню швидкість направленої руху електронів.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 2.

1. Заряди $q_1=4\cdot 10^{-8}$ Кл і $q_2=-8\cdot 10^{-9}$ Кл знаходяться на відстані $l_1=4$ см один від одного. Визначити, з якою силою діють ці заряди на третій заряд $q_3=12\cdot 10^{-8}$ Кл, якщо він розташований на відстані $l_2=4$ см від середини лінії, що з'єднує заряди q_1 і q_2 .

2. Дві паралельні площини, заряджені з поверхневою густиною 0.2 мкКл/м² та 3 мкКл/м², знаходяться на відстані 0.5 см одна від одної. Визначити різницю потенціалів між площинами.

3. Визначити, скільки електронів утворюють заряд пилінки масою 10^{-11} г, якщо вона утримується у рівновазі у горизонтально розташованому плоскому конденсаторі з відстанню між пластинами 5 мм, зарядженому до різниці потенціалів 77 В.

4. Два однойменних точкових заряди $q_1 = 10^{-7}$ Кл і $q_2=2\cdot 10^{-7}$ Кл знаходяться на відстані $r_1=0.6$ м один від одного. Визначити, яку роботу потрібно виконати, щоб зблизити їх до відстані $r_2=0.1$ м.

5. Знайти потенціал точки поля, що знаходиться на відстані $r_1 = 0.01$ м від поверхні кулі радіусом $r_2 = 0.03$ м, що має поверхневу густина заряду $\sigma = 10^{-5}$ Кл/м².

6. Велика вертикальна пластина заряджена рівномірно з поверхневою густиною $\sigma=5\cdot 10^{-4}$ Кл/м². На нитці, прикріпленій до пластини, підвішено кульку масою $m=1$ г, що має заряд того самого знаку, що й пластина. Визначити заряд кульки, якщо нитка утворює з вертикаллю кут $\alpha=30^\circ$.

7. На схемі (див. рис.??) опори ділянок ab , bc і ad дорівнюють 100Ω , 500Ω і 200Ω . Гальванічний елемент, полюси якого підключені до точок ac мають Е.Р.С. $E_1 = 1.8$ В. Гальванометр реєструє струм 0.5 mA у напрямі, позначеному стрілкою. Визначити Е.Р.С. другого гальванічного елемента E_2 , нехтуючи внутрішніми опорами елементів і опором гальванометра.

8. Азот пронизується ренгенівськими променями. Визначити питому провідність азоту, якщо у одиниці об'єму газу знаходиться у умовах рівноваги 10^{10} пар однозарядних іонів.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 3.

1. Три точкових заряди $q_1 = q_2 = q_3 = 1$ нКл розташовані у вершинах рівностороннього трикутника. Визначити, який від'ємний заряд q_4 потрібно розташувати у центрі трикутника, щоб вказана система зарядів знаходилась у рівновазі.

2. Два однойменно заряджені точкових заряди знаходяться на відстані $r_1 = 0.8$ м один від одного. Визначити, яку роботу потрібно виконати, щоб зблизити їх до відстані $r_2 = 0.2$ м, якщо величина цих зарядів дорівнює $q_1 = 10^{-7}$ Кл і $q_2 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл.

3. Поле утворене точковим диполем з електричним моментом 200 нКл·м. Визначити різницю потенціалів двох точок поля, розташованих симетрично відносно диполя на його осі на відстані 40 см від центра диполя.

4. Конденсатор складається із двох концентричних сфер. Радіус зовнішньої сфери 10.2 см, внутрішньої 10 см. Проміжок між сферами заповнений парафіном ($\epsilon = 2$). Внутрішній сфері надали заряд 5 мкКл. Визначити різницю потенціалів між сферами.

5. Дві різнойменно наелектризовані пластини площею 100 см² кожна притягуються одна до одної силою 0.04 Н. Визначити напруженість поля між пластинами, якщо вони розділені шаром спирту. Діелектрична проникність спирту дорівнює 26 .

6. Електричне поле створене довгим рівномірно зарядженим циліндром радіуса $R = 1$ см з лінійною густиною $\tau = 20$ нКл/м. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що знаходяться біля середньої частини циліндру на відстанях відповідно $d_1 = 0.5$ м і $d_2 = 2$ см від поверхні циліндра.

7. Зовнішній діаметр котушки 240 мм, а внутрішній 160 мм. На котушку намотано 5000 витків мідного дроту діаметром 0.5 мм. Визначити опір обмотки котушки при температурі 75°C . $\rho = 0.017 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

8. Яку найменшу швидкість повинен мати електрон для того, щоб іонізувати атом водню? Потенціал іонізації атома водню 13.5 В. Заряд електрона $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл, маса $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 4.

1. На шовкових нитках довжиною 0.6 м висять, дотикаючись одна до одної дві металеві кульки масою по 8 мг кожна. Визначити, на яку відстань розійдуться кульки, якщо кожній з них надати заряд по $5 \cdot 10^{-9}$ Кл.

2. Частинка вагою $P=9.8 \cdot 10^{-7}$ Н, що несе на собі заряд $q=10^{-12}$ Кл, знаходиться у рівновазі у однорідному полі конденсатора, відстань між пластинами якого $d=1$ см. Визначити різницю потенціалів пластин конденсатора.

3. Електрон летить на від'ємний іон. Заряд іона дорівнює трьом зарядам електрона. У початковий момент електрон знаходиться на дуже великій відстані від іона і має швидкість, що дорівнює 10^5 м/с. Визначити, на яку найменшу відстань електрон може наблизитися до іона.

4. Електрон з початковою швидкістю 3000 км/с влітає у однорідне електричне поле напруженістю 150 В/м. Вектор початкової швидкості перпендикулярний до ліній напруженості електричного поля.

Визначити: 1) силу, що діє на електрон; 2) прискорення, що отримує електрон; 3) швидкість електрона через $t=0.1$ мкс.

5. Металеву кулю радіусом 25 см зарядили до потенціалу 600 В і з'єднали провідником з Землею. Визначити, скільки теплоти виділиться у провіднику.

6. На відстані $r_1=4$ см від нескінченно довгої рівномірно зарядженої нитки знаходиться точковий заряд $q=6.67 \cdot 10^{-10}$ Кл. Під дією поля заряд переміщується на відстань $r_2=2$ см. При цьому виконується робота $A=5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Знайти лінійну густину заряду τ нитки.

7. Визначити струм, який показує амперметр (див. рис.??). Напруга на зати-скачах генератора у замкненому колі 2.1В. $R_1=5$ Ом, $R_2=6$ Ом, $R_3=3$ Ом. Опором амперметра знехтувати.

8. Знайти густину струму насичення у газорозрядній трубці, відстань між електродами якої 10 см, якщо під дією космічного випромінювання у 1см^3 трубки виникає щосекунди 10 пар одновалентних іонів.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 5.

1. Тонке півкільце радіусом 10 см несе рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною 1 мкКл/м. У центрі кривизни півкільця знаходиться точковий заряд 20 нКл. Визначити силу взаємодії точкового заряду з півкільцем.

2. Два точкових заряди $q_1 = -3 \cdot 10^{-7}$ Кл і $q_2 = 1.2 \cdot 10^{-6}$ Кл знаходяться на відстані 0.12 м один від одного. Визначити, у якій точці величина напруженості поля, що створюють ці заряди дорівнює нулеві.

3. Куля радіусом 6 см заряджена до потенціалу 300 В, а куля радіусом 4 см - до потенціалу 500 В. Визначити потенціал куль після того, як їх з'єднали металевим провідником. Їмністю провідника нехтувати.

4. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнений двома шарами діелектрика: шаром скла ($\varepsilon = 7$) товщиною 1 см і шаром парафіна ($\varepsilon = 2$) товщиною 2 см. Різниця потенціалів між пластинами дорівнює 3000В. Визначити напруженість поля і спад напруги у кожному із шарів.

5. Відстань між пластинами плоского конденсатора 2 см, різниця потенціалів 6000 В. Заряд кожної пластини 10^{-8} Кл. Визначити енергію поля конденсатора і силу взаємного притягання пластин.

6. Кулька масою 1г і зарядом $q_1 = 10^{-8}$ Кл переміщується із точки А, потенціал якої $\varphi_A = 600$ В, у точку В з потенціалом $\varphi_B = 0$. Визначити, чому дорівнювала швидкість кульки в точці А, якщо у точці В вона дорівнювала $V_B = 20$ см/с.

7. Чому дорівнює різниця потенціалів між точками a і b (див. рис.??), якщо Е.Р.С. джерела струму відповідно дорівнює $E_1 = 1$ В і $E_2 = 1.3$ В, а опір кола $R_1 = 1$ Ом і $R_2 = 5$ Ом? Внутрішнім опором джерел нехтуємо.

8. У залізному провіднику довжиною 2 м і площею поперечного перерізу 0.4 мм² йде струм. При цьому за хвилину виділяється 48 Дж теплоти. Визначити напруженість електричного поля у провіднику. Питомий опір заліза $\rho = 9.8 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 6.

1. Дві кульки однакових радіусів і маси підвішені на нитках однакової довжини так, що їх поверхні дотикаються. Після надання кулькам заряду 0.4 мкКл вони відштовхнулися одна від одної і розійшлися так, що нитки утворили кут 60° . Знайти масу кожної кульки, якщо відстань від центра кульки до точки підвісу 20 см .

2. Визначити, з якою силою, що приходиться на одиницю площі, відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченні площини з однаковою поверхневою густиною заряду 2 мкКл/м^2 .

3. Велика кулеподібна крапля води отримана при злитті 125 однакових малих кулеподібних крапель. Визначити, до якого потенціалу були заряджені дрібні краплі, якщо потенціал великої краплі дорівнює 2.5 В .

4. До батареї, що має Е.Р.С. 300 В , приєднали два плоских конденсатори ємністю 2 пФ і 3 пФ . Визначити заряд і напругу на пластинах конденсаторів при їх послідовному з'єднанні і при паралельному з'єднанні.

5. Тонке кільце радіусом 8 см несе заряд, рівномірно розподілений з лінійною густиною 10^{-8} Кл/м . Визначити напруженість електричного поля у точці, рівновіддаленій від усіх точок кільця на відстані 10 см .

6. Точкові електричні заряди q_1 , q_2 і q_3 знаходяться в вершинах прямокутника. Визначити силу \vec{F} , з якою діє на заряд q_3 електричне поле \vec{E} зарядів q_1 і q_2 . Відстань між зарядами q_3 і q_1 дорівнює 1 см , а між зарядами q_3 і q_2 - 3 см ; $q_1 = -10^{-9} \text{ Кл}$; $q_2 = -4 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$; $q_3 = 10^{-9} \text{ Кл}$.

7. Електрична піч повинна випаровувати за 5 хвилин 1 кг води, взятої при 20°C . Яка повинна бути довжина ніхромової дротини перерізом 0.5 мм^2 , якщо піч працює під напругою 120 В і її К.К.Д. = 80% ? Питомий опір ніхрому $\rho = 1.1 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$, питома теплота пароутворення води $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

8. Густина струму у мідному провіднику дорівнює 3 А/мм^2 . Знайти напруженість електричного поля у провіднику. $\rho = 0.17 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 7.

1. В вершинах квадрату знаходяться однакові заряди $3 \cdot 10^{-10}$ Кл кожний. Визначити, який від'ємний заряд потрібно розмістити в центрі квадрату, щоб сила взаємного відштовхування додатних зарядів була зрівноважена силою притягання від'ємного заряду.

2. Система двох точкових зарядів $q_1 = -10^{-7}$ Кл і $q_2 = 10^{-7}$ Кл мають електричний момент рівний $5 \cdot 10^{-9}$ Кл·м. Визначити напруженість поля, що створюється цими зарядами в точці А. Точка А знаходиться на відстані 5 см від заряду q_2 .

3. Електрон вилітає із точки, потенціал якої 6000 В, маючи швидкість, що направлена вздовж силових ліній поля і дорівнює $3 \cdot 10^7$ м/с. Визначити потенціал точки, у якій швидкість електрона стане рівною нулю.

4. Коаксиальний електричний кабель складається із центральної жили і концентричної по відношенню до неї циліндричної оболонки, між якими знаходиться ізоляція. Знайти ємність одиниці довжини такого кабеля, якщо радіус жили 1.3 см, радіус оболонки 3 см і діелектрична проникність ізолятора $\varepsilon = 3.2$.

5. Два конденсатори ємністю 5 мкФ і 8 мкФ з'єднані послідовно і приєднані до батареї, Е.Р.С. якої 80 В. Визначити заряд кожного конденсатора і різницю потенціалів між його пластинами.

6. Куля, що занурена у масло ($\varepsilon=4$), має потенціал $\varphi=4500$ В і поверхневу густину заряду $\sigma=1.13 \cdot 10^{-5}$ Кл/м². Знайти: радіус r ; заряд q ; ємність C ; енергію W кулі.

7. Визначити, чому дорівнює Е.Р.С. джерела струму, якщо після приєднання до його клем вольтметра опором $R=20$ Ом він показує напругу 1.37 В, а при приєднанні до елемента опору 10 Ом по колу йде струм $I_1=0.132$ А.

8. Струм у провіднику рівномірно збільшується від нуля до деякого максимального значення протягом 10 с. За цей час у провіднику виділяється 10^3 Дж теплоти. Визначити швидкість зростання струму, якщо опір провідника дорівнює 3 Ом.

Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики

Варіант 8.

1. На відстані 20 см один від одного знаходяться два точкових заряди $q_1 = -50$ нКл і $q_2 = 100$ нКл. Визначити силу, що діє на заряд $q_3 = -10$ нКл, який віддалений від двох зарядів на однакову відстань $d = 20$ см.

2. На нескінченному тонкостінному циліндрі діаметром 10 см рівномірно розподілений заряд з поверхневою густиною 10^{-4} Кл/м². Визначити напруженість поля у точці, що знаходиться на відстані 5 см від поверхні циліндра.

3. Електрон, що має кінетичну енергію 10 еВ, влітає у однорідне електричне поле у напрямку силових ліній поля. Визначити, яку швидкість буде мати електрон, якщо він пройде різницю потенціалів 8 В.

4. Повітряний циліндричний конденсатор має радіус внутрішнього циліндра 1.5 см, радіус зовнішнього циліндра 3.5 см. Між циліндрами прикладена різниця потенціалів 2300 В. Визначити, яку швидкість отримає електрон під дією цього конденсатора, рухаючись з відстані 2.5 см до відстані 2 см від осі циліндра.

5. Знайти об'ємну густину поля у точці, що знаходиться на відстані 2 см від нескінченно довгої нитки. Лінійна густина заряду на нитці дорівнює $1.67 \cdot 10^{-7}$ Кл/м.

6. Між пластинами зарядженого плоского конденсатора встановлена слюдяна пластинка $\varepsilon = 6$. Визначити, який тиск діє на неї при напруженості електричного поля конденсатора $E = 1000$ кВ/м.

7. Два елементи з Е.Р.С. $E_1 = 2$ В, $E_2 = 1.4$ В (див. рис.??) із внутрішніми опорами $r_1 = 0.6$ Ом і $r_2 = 0.4$ Ом з'єднані паралельно. Визначити напругу на затискачах батареї.

8. Струм у провіднику опором 12 Ом рівномірно зменшується від 5 А до нуля протягом 10 с. Визначити теплоту, що виділяється у цьому провіднику за даний проміжок часу.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електрики**

Варіант 9.

1. Тонке кільце радіусом $r=12$ см несе рівномірно розподілений заряд 0.1 мкКл. На перпендикулярі до площини кільця, поставленим із його середини, знаходиться точковий заряд 10^{-2} мкКл. Визначити силу, що діє на точковий заряд з боку зарядженого кільця, якщо він віддалений від центра кільця на 20 см.

2. Велика вертикальна пластина заряджена рівномірно з поверхневою густиною заряду $3.33 \cdot 10^{-9}$ Кл/см². На закріпленій до пластини нитці підвішена кулька, маса якої 1 г, що має заряд того ж знаку, що і пластина. Визначити заряд кульки, якщо нитка утворює з вертикаллю кут 30° .

3. Поле утворено нескінченно рівномірно зарядженою площиною з поверхневою густиною заряду 10^{-8} Кл/м². Визначити різницю потенціалів двох точок поля, що знаходяться на відстані 5 см і 10 см від площини.

4. Плоский повітряний конденсатор з пластинами площею 200 см і відстанню між ними 3 мм, заряджений до напруги 1200 В і відключений від джерела. Відстань між пластинами збільшується у 2 рази. Визначити, яка напруга буде на конденсаторі. Чому дорівнює виконана робота?

5. Тонкий стержень зігнули у кільце радіусом 10 см. Він рівномірно заряджений з лінійною густиною 800 нКл/м. Визначити потенціал в точці, розташованій на осі кільця на відстані 10 см від його центра.

6. Плоский повітряний конденсатор має площину 10 см² й відстань між пластинами $d = 2$ см, заповнений матеріалом з відносною діелектричною проникністю $\epsilon=3$. Визначити: а) яка ємність конденсатора; б) яку кількість заряду потрібно надати, щоб конденсатор зарядився до напруги 300 В; в) як зміниться напруга конденсатора, якщо з зарядженому стані із нього витягти діелектрик; г) чому дорівнює енергія поля конденсатора у першому і другому стані.

7. Два елементи з Е.Р.С. 1.5 В і 2 В із внутрішнім опором 0.2 Ом і 0.3 Ом з'єднані однаковими полюсами (див. рис.??). Визначити покази вольтметра, що підключили до клем батареї. Струмом, що проходить крізь вольтметр і опором провідників нехтуємо.

8. По провіднику опором 3 Ом протікає струм, сила якого лінійно зростає з часом від нуля. Кількість теплоти, що виділяється в ньому за 7 с, дорівнює 200 Дж. Визначити заряд, що протікає за цей час у провіднику.

3. Основні закони і формули з електростатики та постійного струму. Приклади розв'язків задач

3.1. Закон збереження заряду та закон Кулона

Закон збереження заряду – алгебраїчна сума електричних зарядів довільної замкнутої системи (системи, яка не обмінюється зарядами з зовнішніми тілами) залишається незмінною не залежно від того, які б процеси не проходили всередині даною системи

$$\sum_{i=1}^N Q_i = \text{const}, \quad (3.9)$$

де N – кількість зарядів даної замкнутої системи.

Одиниця електричного заряду - **кулон (Кл)**: заряд при проходженні якого через поперечний зріз провідника при струмі 1 А за період часу 1 с.

Закон Кулона: модуль сили $|\vec{F}_{12}| = F_{12}$, яка діє з боку першого нерухомого точкового заряду Q_1 на другий нерухомий точковий заряд Q_2 , пропорційна добутку величин зарядів і обернена квадрату відстані r між ними

$$F_{12} = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}, \quad (3.10)$$

де $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$; ϵ_0 ($\epsilon_0 = 8,65 \cdot 10^{-12}$ Кл²/(Н · м²)) – **електростатична стала**; ϵ ($\epsilon \leq 1$) – **діелектрична проникність** речовини, яка характеризує в скільки разів кулонівська сила взаємодії зарядів в деякому середовищі менша за силу, яка діє між тим ж зарядами у вакуумі.

Напрямок сили \vec{F}_{12} визначається за формулою закону Кулона у векторній формі

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \vec{r}, \quad (3.11)$$

3.2. Напруженість і потенціал електростатичного поля

Напруженість електростатичного поля в даній точці є відношення сили \vec{F} , яка діє на пробний додатній заряд, до величину пробного заряду Q_0 , розташованого в цій точці

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}, \quad (3.12)$$

Потік вектора напруженості $d\Phi_E$ через площадку dS є векторний добуток

$$d\Phi_E = (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = E \cdot dS \cos \alpha = E_n \cdot dS, \quad (3.13)$$

де $d\vec{S} = \vec{n} dS$ – вектор, який спрямований вздовж одиничного вектора нормалі \vec{n} ($|\vec{n}| = 1$) до площадки dS , яка має площу dS ; α – кут між векторами \vec{E} та \vec{n} ; E_n – проекція вектора \vec{E} на напрямок нормалі \vec{n} .

Потенціал електростатичного поля φ в деякій точці є скалярна величина, яка дорівнює відношенню потенціальної енергії Π пробного додатнього заряду Q_0 , який розташований в даній точці, до величини пробного заряду

$$\varphi = \frac{\Pi}{Q_0}. \quad (3.14)$$

Принцип суперпозиції електростатичних полів виражається в тому, що деякій довільній точці простору напруженість поля \vec{E} , яке утворюється декількома точковими зарядами-джерелами, визначається як векторна сума напруженостей полів, які утворюються кожним окремим зарядом-джерелом поля \vec{E}_i , і, які існують незалежно одне від одного

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^k \vec{E}_i. \quad (3.15)$$

Принцип суперпозиції електростатичних полів, які описуються за допомогою потенціалів φ_i , які утворюються кожним окремим зарядом Q_i , визначається як алгебраїчна сума окремих потенціалів

$$\varphi = \sum_{i=1}^k \varphi_i. \quad (3.16)$$

Напруженість електростатичного поля сукупності точкових зарядів Q_i визначається за формулою

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^k \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^3} \vec{r}_i, \quad (3.17)$$

де \vec{r}_i – радіус вектор, який починається в точці, де розташований заряд Q_i , який утворює електростатичне поле, і закінчується в довільній точці простору, де визначається напруженість.

Потенціал в точці поля на відстані r_i від точкових зарядів Q_i , які утворює електростатичне поле

$$\varphi = \sum_{i=1}^k \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}. \quad (3.18)$$

Напруженість і потенціал, який утворюється провідною зарядженою кулею радіусом R , на відстані r від центра кулі, яка має заряд Q

$$a) \quad \vec{E} = 0; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \quad \text{для } r < R, \quad (3.19)$$

$$b) \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{R}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \quad \text{для } r = R \quad (3.20)$$

$$c) \quad \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}; \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad \text{для } r > R \quad (3.21)$$

Для рівномірно зарядженої ниті (або циліндру) з постійною продольною густиною заряду $\tau = \frac{dq}{dl}$ напруженість $d\vec{E}$ та потенціал поля $d\varphi$ в точці, найкоротша відстань $|\vec{r}| = r$ від якої до елемента ниті $d\vec{l}$ з радіусом R дорівнюють

$$d\vec{E} = \frac{\tau d\vec{l}}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}; \quad d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}. \quad (3.22)$$

Після інтегрування маємо:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3} \vec{r}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} \quad \text{для } r \geq R. \quad (3.23)$$

Напруженість однорідного поля E на довільній відстані від нескінченної рівномірно зарядженої площини з густиною заряду $\sigma = \frac{dQ}{dS}$, визначається формулою:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} \vec{n}, \quad (3.24)$$

де \vec{n} – одиничний вектор нормалі до зарядженої площини.

Напруженість однорідного поля E_c між двома нескінченними зарядженими до рівних протележних знаків (нескінченний за розмірами обкладинок плоский конденсатор) визначається як:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} \vec{n}, \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon}. \quad (3.25)$$

Взаємозв'язок між напруженістю \vec{E} і потенціалом φ електростатичного поля визначається за співвідношенням

$$\vec{E} = -\mathbf{grad} \varphi, \quad (3.26)$$

де оператор $\mathbf{grad} = \vec{e}_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{e}_2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{e}_3 \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ трансформує скалярну величину (потенціал поля φ) у векторну (напруженість поля \vec{E}); \vec{e}_i – одиничні ортогональні

вектори, які спрямовані вздовж декартових осей координат.

Для однорідного поля модуль вектора напруженості поля визначається як

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{|r_{12}^{\vec{r}}|}, \quad (3.27)$$

де $r_{12}^{\vec{r}}$ – радіус-вектор між точками поля, в яких потенціал поля дорівнює φ_1 та φ_2 .

Для поля, яке має осьову або центральну симетрію, модуль вектора напруженості E та різниця потенціалів $\Delta\varphi$ між точками 1 і 2 визначаються за формулами

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}; \quad \Delta\varphi = -\int_1^2 E dr, \quad (3.28)$$

Електричний диполь \vec{p} – система двох рівних за модулем різноіменних точкових зарядів $(+Q, -Q)$, відстань між якими $|\vec{l}|$ значно менша порівняно з відстанню $|\vec{r}|$ до будь якої довільної точки поля, в якій розглядається дія диполя

$$\vec{p} = |Q| \cdot \vec{l}, \quad (3.29)$$

де вектор \vec{p} називають ще **електричним моментом диполя або дипольним моментом** і \vec{l} – **плечем диполя**.

3.3. Робота поля при переміщенні заряду, циркуляція вектора напруженості поля

Робота сил електростатичного поля (як внутрішніх сил замкнутої системи, які утворюють потенціальне поле) по переміщенню заряду Q_0 із точки 1 в точку 2 не залежить від форми траєкторії переміщення, а залежить лише від положення початкової (1) та кінцевої (2) точок траєкторії

$$A = \int_1^2 (\vec{F} d\vec{l}) = Q_0 \int_1^2 (\vec{E} d\vec{l}) = Q_0 \int_1^2 E dl \cos \alpha = Q_0 \int_1^2 E dr \quad (3.30)$$

де $d\vec{l}$ – елементарний вектор зміщення заряду; α – кут між векторами \vec{E} і $d\vec{l}$.

Для однорідного електростатичного поля остання формула спроститься

$$A = Q_0 E \int_1^2 dx = Q_0 E (x_2 - x_1) = Q_0 E d, \quad (3.31)$$

$d = x_2 - x_1$ – відстань між точками поля 1 і 2.

Робота сил поля по переміщенню заряду Q_0 з точки поля, де потенціал дорівнює φ_1 , в точку з потенціалом φ_2 дорівнює

$$A = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.32)$$

Циркуляцією вектора напруженості електростатичного поля \vec{E} є інтеграл по замкненому контуру L скалярного добутку векторів \vec{E} і $d\vec{l}$. Для потенціального поля, яким є електростатичне поле, циркуляція вектора \vec{E} дорівнює нулю

$$\oint_L (\vec{E} d\vec{l}) = 0 \quad (3.33)$$

3.4. Електроємність

Електроємність відокремленого провідника C є величина, яка дорівнює відношенню заряду Q , що утримується на провіднику, до потенціалу φ провідника

$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad (3.34)$$

Електроємність конденсатора C залежить від різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ і визначається за формулою

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad (3.35)$$

Електроємність:

відокремленої провідної кулі (відокремленої від інших провідників) радіусом R є

$$C = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R; \quad (3.36)$$

плоского конденсатора з обкладинками площиною обкладинок S , відстань між якими дорівнює d , є

$$C = \epsilon_0 \epsilon \frac{S}{d}. \quad (3.37)$$

Правила складання конденсаторів в батареї, які складаються з n конденсаторів:

а) при **послідовному з'єднанні конденсаторів** загальна електроємність

$C_{\text{псл}}$ знаходиться з рівняння $\frac{1}{C_{\text{псл}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

$$C_{\text{псл}} = \frac{C_1 C_2 \dots C_n}{C_2 C_3 \dots C_n + C_1 C_3 \dots C_n + \dots + C_1 C_2 \dots C_{n-1}} \quad (3.38)$$

б) при паралельному з'єднанні конденсаторів загальна електроємність $C_{\text{прл}}$ знаходиться з рівняння

$$C_{\text{прл}} = \sum_{i=1}^n C_i \quad (3.39)$$

3.5. Енергія зарядженого конденсатора, енергія електростатичного поля

Енергія зарядженого конденсатора W_c з електроємністю C , який заряджений до різниці потенціалів $\Delta\varphi$ між його обкладинками, і, який утримує заряд Q , дорівнює

$$W_c = \frac{C (\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q \Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C} \quad (3.40)$$

Енергія W електростатичного поля об'ємом V , напруженість якого дорівнює E визначається за формулою

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V. \quad (3.41)$$

Об'ємна густина енергії електромагнітного поля w (енергія одиниці об'єму) є

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}. \quad (3.42)$$

3.6. Постійний струм

Сила струму (або струм) I – скалярна величина, яка визначається електричним зарядом, який проходить через поперечний зріз провідника за одиницю часу

$$I = \frac{dQ}{dt}. \quad (3.43)$$

Для постійного струму

$$I = \frac{Q}{t}. \quad (3.44)$$

Густина струму \vec{j} – векторна величина, модуль якої дорівнює відношенню зміни струму dI до площини поперечного зрізу провідника dS , який орієнтований перпендикулярно до напрямку упорядкованого руху носіїв струму в провіднику.

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (3.45)$$

Напрям вектора густини струму \vec{j} співпадає з напрямом вектора середньої швидкості $\langle \vec{v} \rangle$ руху носіїв струму (з напрямом нормалі \vec{n} до площини dS_{\perp})

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \vec{n} \quad \vec{j} = N e \langle \vec{v} \rangle, . \quad (3.46)$$

де N і e – відповідно концентрація і заряд носіїв струму; \vec{n} – одиничний вектор нормалі до площини dS_{\perp} .

Взаємозв'язок між струмом I та вектором густини струму \vec{j} визначається виразом для **потіка вектора густини струму** \vec{j} через площадку dS_{\perp} (тобто інтегралом по площадці S від скалярного добутку векторів \vec{j} та $d\vec{S} = \vec{n} dS_{\perp}$)

$$I = \int_S (\vec{j} d\vec{S}), \quad (3.47)$$

Закон Ома:

а) для ділянки кола, яка не має ЕРС

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \quad (3.48)$$

$\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – різниця потенціалів (напруга) на кінцях ділянки кола, R - розглядуваної ділянки кола;

б) для ділянки кола, яка включає ЕРС, на кінцях якої існує різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R + r}, \quad (3.49)$$

де ε – ЕРС джерела струму, $(R+r)$ – повний опір ділянки кола, яке складається з зовнішнього R опору та внутрішнього r опору (опору джерела);

в) для повного кола

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (3.50)$$

Закони Кирхгофа:

а) (**перший**) алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0, \quad (3.51)$$

де знак струму у сумі визначається за правилом – струм, що підтікає, має знак плюс, струм, який витікає з вузла, має знак мінус, N – повне число гілок струму, що сходяться у даному вузлі;

б) (**другий**) алгебраїчна сума добутків струмів та опорів обраного кола дорівнює алгебраїчній сумі всіх ЕРС

$$\sum_{i=1}^N I \cdot R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_k, \quad (3.52)$$

де R_i – опори, включаючи внутрішній опір ЕРС, які входять в обране коло, знаки добутків $I \cdot R_i$ та знаки ε_i визначаються відносно нами обходу кола.

Опір провідника R визначається питомим опором ρ , значення якого залежить від матеріалу провідника, від довжини l провідника та площі S поперечного перерізу

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.53)$$

Провідність провідника G є величина, яка дорівнює оберненій величині R , а питома провідність γ є оберненою до питомого опору

$$G = \frac{1}{R}, \quad \gamma = \frac{1}{\rho}. \quad (3.54)$$

Опір системи провідників: R

а) при **послідовному з'єднанні** N провідників загальний опір дорівнює

$$R = \sum_{i=1}^N R_i. \quad (3.55)$$

б) при **паралельному з'єднанні** N провідників загальний опір R визначається за формулою

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

$$R = \frac{R_2 \cdot R_3 \dots R_N + R_1 \cdot R_3 \dots R_N + \dots + R_1 \cdot R_2 \dots R_{N-1}}{R_1 \cdot R_2 \dots R_N}. \quad (3.56)$$

Закон Ома у диференціальній формі зв'язує вектор густини струму \vec{j} та вектор напруженості електростатичного поля \vec{E}

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (3.57)$$

де γ – питома провідність провідника.

Робота A та потужність P струму:

а) на ділянці кола із струмом I , на кінцях якої підтримується різниця потенціалів U

$$A = I U \Delta t, \quad P = I U. \quad (3.58)$$

б) для ділянки кола, яка не містить ЕРС

$$A = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t, \quad P = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (3.59)$$

Закон Джоуля-Ленца визначає кількість теплоти Q , яка виділяється в провіднику опором R , по якому тече струм I , за час Δt

$$Q = I U \Delta t = I^2 R \Delta t = \frac{U^2}{R} \Delta t. \quad (3.60)$$

Приклад №1. Дві кульки по 0,2 г кожна підвишені на тонких шовкових нитках довжиною 0,5 м кожна так, що їх поверхні торкаються одна одної. Після того, як кульки зарядили однаковими за величиною електричними зарядами, вони відштовхнулися одна від одної і розійшлися на відстань $r = 5$ см між їх центрами. Визначити величину зарядів кожної кульки ($\epsilon = 1$).

$m =$	0,2 г	$m =$	$0,2 \cdot 10^{-3}$ кг
$l =$	0,5 м	$l =$	0,5 м
$r =$	5 см	$r =$	$5 \cdot 10^{-2}$ м
$\epsilon =$	1	$\epsilon =$	1
$\epsilon_0 =$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл ² /(Н · м ²)	$\epsilon_0 =$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл ² /(Н · м ²)
		$q =$?

Якщо кульки розійдуться під дією сил Кулона, на кожну з них діють три сили: сила ваги $\vec{P} = m\vec{g}$, сила Кулона \vec{F}_q та сила натягу нитки \vec{T} .

Оскільки заряджені кульки після того як розійшлися знаходяться в стані спокою, то рівнодіюча всіх сил (згідно з другим законом Ньютона), що діє на кульку, повинна дорівнювати нулю (рис. 3.2).

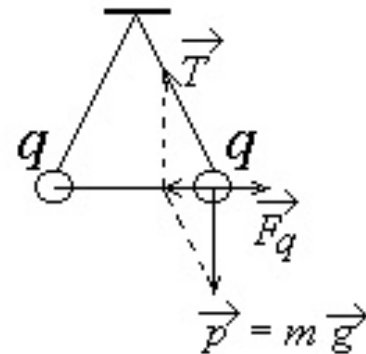


Рис. 3.2.

За умовою задачі кут α відхилення нитки від вертикального положення малий ($l \gg r$). Тому можна записати:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \approx \sin \alpha \quad \text{або} \quad \frac{l/2}{r} = \frac{F_q}{P}. \quad (3.61)$$

Звідки визначимо модуль кулонівської сили F_q відштовхування кульок

$$F_q = \frac{P \cdot r}{2l} = \frac{m g r}{2l}. \quad (3.62)$$

За законом Кулона модуль сили відштовхування кульок (яка може виникати лише у випадку, коли кульки мають однакові за знаком заряди), дорівнює:

$$F_q = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \pi \epsilon_0 r^2} = \frac{q^2}{4 \pi \epsilon_0 r^2}. \quad (3.63)$$

Порівнявши праві частини виразів (54, 55) отримаємо рівняння для знаходження r

$$\frac{m g r}{2 l} = \frac{q^2}{4 \pi \epsilon_0 r^2}. \quad (3.64)$$

Звідки заряд q дорівнює:

$$q = \sqrt{\frac{m g r 4 \pi \epsilon_0 r^2}{2 l}} = \sqrt{\frac{4 \pi \epsilon_0 m g r^3}{2 l}}. \quad (3.65)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$q = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 0,5}} = 5,2 \cdot 10^{-9} \text{ [Кл]}. \quad (3.66)$$

Перевіримо розмірність відповіді

$$[q] = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)}{\text{м}}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{Кл}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}^2}} = \text{Кл}. \quad (3.67)$$

Відповідь: $q = 5,2 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Приклад №2. Два точкових заряди $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл і $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл розташовані на віддалі $d = 10$ см один від одного. Визначити напруженість електростатичного поля і індукцію в точці A , яка знаходиться на віддалі $r_1 = 20$ см від одного і $r_2 = 15$ см від другого заряду.

$q_1 =$	$2 \cdot 10^{-7}$ Кл	$q_1 =$	$2 \cdot 10^{-7}$ Кл
$q_2 =$	$-4 \cdot 10^{-7}$ Кл	$q_2 =$	$-4 \cdot 10^{-7}$ Кл
$d =$	10 см	$d =$	$10 \cdot 10^{-2}$ м
$r_1 =$	20 см	$r_1 =$	$20 \cdot 10^{-2}$ м
$r_2 =$	15 см	$r_2 =$	$15 \cdot 10^{-2}$ м
$\epsilon =$	1	$\epsilon =$	1
$\epsilon_0 =$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл ² /(\text{Н} \cdot \text{м}^2)	$\epsilon_0 =$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Кл ² /(\text{Н} \cdot \text{м}^2)
		$E_A =$?
		$D_A =$?

Згідно з принципом суперпозиції, напруженість електростатичного поля в точці A дорівнює векторній сумі полів, які утворюються точковими зарядами q_1 і q_2

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2. \quad (3.68)$$

Модуль вектора \vec{E}_A визначимо з трикутника ABC (Рис. 3.3)

$$E_A^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2 \cdot E_1 E_2 \cdot \cos \varphi. \quad (3.69)$$

Модулі векторів напруженостей полів E_1 і E_2 , які утворюються в точці A точковими зарядами q_1 і q_2 відповідно на відстанях r_1 і r_2 , дорівнюють:

$$E_{1,2} = \frac{1}{4 \pi \epsilon \epsilon_0} \frac{q_{1,2}}{(r_{1,2})^2}. \quad (3.70)$$

З трикутника AKL , який подібний трикутнику ABC , отримаємо, що

$$\cos \varphi = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2 r_1 r_2}. \quad (3.71)$$

Після підстановки (62) і (63) в вираз (61) отримаємо

$$E_A = \frac{1}{4 \pi \epsilon \epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot (r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3 \cdot r_2^3}}. \quad (3.72)$$

Відомо, що вектор електростатичної індукції D дорівнює

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}. \quad (3.73)$$

Тому модуль вектора електроастатичної індукції D_A в заданій точці A поля дорівнює

$$D_A = \frac{1}{4 \pi} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1 \cdot q_2 \cdot (r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3 \cdot r_2^3}}.$$

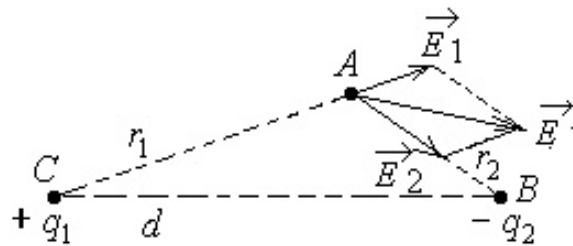


Рис. 3.3.

Підставивши числові значення, отримаємо

$$E_A = 6,2 \cdot 10^4 \text{ [В/м]}, \quad D_A = 1,09 \cdot 10^{-6} \text{ [Кл/м}^2\text{]}. \quad (3.74)$$

Відповідь: $E_A = 6,2 \cdot 10^4$ В/м та $D_A = 1,09 \cdot 10^{-6}$ Кл/м².

Приклад №3. Два тонких проводи розміщені паралельно на відстані d один від одного і заряджені рівномірно різнойменними зарядами з лінійною густиною $+\tau$ і $-\tau$. Визначити напруженість поля \vec{E} в точці симетрії на відстані l від площини, в якій розміщені провідники.

$$\left. \begin{array}{l} d \\ l \\ \pm\tau \end{array} \right| \frac{\vec{E}}{E} = ?$$

Напруженість електростатичного поля \vec{E} в шуканій точці C (Рис. 3.4) визначається згідно з принципом суперпозиції полів як векторна сума напруженостей полів \vec{E}_1 і \vec{E}_2 , які утворюються окремо кожним з двох нескінченних рівномірно заряджених провідників

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (3.75)$$

Модуль вектора напруженості поля, яке утворюється одним з провідників згідно з теоремою Остроградського-Гауса дорівнює:

$$|\vec{E}_{1,2}| = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R}, \quad (3.76)$$

де $R = \frac{\sqrt{4l^2 + d^2}}{2}$ – найкоротша відстань від зарядженого провідника до точки C (Рис. 3.4).

Виходячи з Рис. 3.4, модуль сумарного вектора \vec{E} дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій векторів \vec{E}_1 та \vec{E}_2 на напрям шуканого вектора \vec{E} , який паралельний зі стороною AB трикутника ABC (Рис. 3.4). Тобто модуль вектора \vec{E} дорівнює

$$|\vec{E}| = 2 \cdot E_1 \cdot \cos \alpha = \frac{\tau \cos \alpha}{\pi \epsilon_0 \cdot \sqrt{4l^2 + d^2}}. \quad (3.77)$$

З трикутника ACB маємо, що

$$\cos \alpha = \frac{d}{\sqrt{4l^2 + d^2}}. \quad (3.78)$$

Підставляючи (71) в (70), отримаємо

$$|\vec{E}| = \frac{\tau d}{\pi \epsilon_0 (4l^2 + d^2)}. \quad (3.79)$$

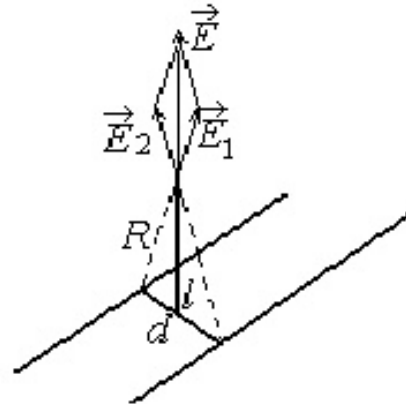


Рис. 3.4.

Відповідь: $E = \frac{\tau d}{\pi \epsilon \epsilon_0 (4l^2 + d^2)}$

Приклад №4. Кільце з тонкого дроту рівномірно заряджене зарядом $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Радіус кільця $R = 5$ см. Визначити потенціал φ у центрі кільця і потенціал φ_1 у точці, яка розташована на перпендикулярі до площі кільця на висоті $h = 10$ см від площі кільця.

$Q = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^2$	$Q = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^2$
$R = 5 \text{ см}$	$R = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$h = 10 \text{ см}$	$h = 10 \cdot 10^{-2} \text{ см}$
	$\varphi = ?$
	$\varphi_1 = ?$

Виходячи з принципу суперпозиції полів, потенціал поля в точці B (Рис. 3.5) від зарядженого кільця визначається як алгебраїчна сума елементарних потенціалів $d\varphi$, які утворюються зарядженим нескінченно малим елементом dx довжини кільця.

Кільце заряджено рівномірно і густина заряду τ кільця є

$$\tau = \frac{Q}{2\pi R}, \quad (3.80)$$

а елементарний заряд dQ елемента dx кільця буде

$$dQ = \tau dx = \frac{Q dx}{2\pi R}, \quad (3.81)$$

Кожний елемент dQ заряду кільця, заряд якого можна вважати точковим, утворює елементарний потенціал $d\varphi$ в довільній точці поля на відстані l від точкового елементарного заряду dQ , який, згідно з теоремою Остроградського-Гауса, дорівнює

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi \epsilon \epsilon_0 l} = \frac{Q dx}{8\pi^2 \epsilon \epsilon_0 R l}, \quad (3.82)$$

Згідно з принципом суперпозиції полів, потенціал поля φ в точці B

(Рис. 3.5) дорівнює сумі всіх елементарних потенціалів $d\varphi_i$, які утворюються

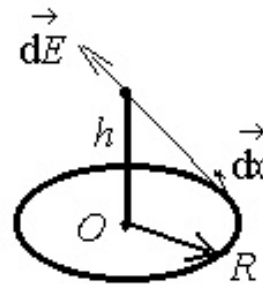


Рис. 3.5.

елементарними зарядами dQ_i всього кільця,

$$\varphi = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Q dx_i}{8 \pi^2 \epsilon \epsilon_0 R l}. \quad (3.83)$$

Переходячи від операції додавання нескінченного числа доданків в (76) до інтегрування по dx , отримаємо

$$\varphi = \int_0^{2\pi R} \frac{Q dx}{8 \pi^2 \epsilon \epsilon_0 R l} = \frac{Q}{8 \pi^2 \epsilon \epsilon_0 R l} \int_0^{2\pi R} dx. \quad (3.84)$$

Враховуючи, що $\int_0^{2\pi R} dx = 2\pi R$, отримаємо, що потенціал поля в точці B дорівнює

$$\varphi = \frac{Q}{8 \pi \epsilon \epsilon_0 l} = \frac{Q}{8 \pi \epsilon \epsilon_0 \sqrt{R^2 + h^2}}, \quad (3.85)$$

бо $l = \sqrt{R^2 + h^2}$.

Для знаходження потенціалу φ_1 поля в точці O (Рис. 3.5) в формулі (78) треба h прирівняти до нуля

$$\varphi_1 = \frac{Q}{8 \pi \epsilon \epsilon_0 R}, \quad (3.86)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$\varphi = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{8 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \sqrt{5 \cdot 10^{-4} + 1 \cdot 10^{-2}}} = 1608 \text{ [В]}, \quad (3.87)$$

і

$$\varphi_1 = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{8 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 3600 \text{ [В]}, \quad (3.88)$$

Відповідь: $\varphi = 1608 \text{ В}$ та $\varphi_1 = 3600 \text{ В}$.

Приклад №5. Електричне поле створене занадто довгим ($L_{\text{ц}} \gg R$) циліндром радіуса $R = 1 \text{ см}$, який рівномірно заряджений з лінійною густиною $\tau = 20 \text{ нКл/м}$. Визначити різницю потенціалів між двома точками, які знаходяться на відстані $a_1 = 0,5 \text{ см}$ і на відстані $a_2 = 2 \text{ см}$ від поверхні циліндра.

$\tau = 20 \text{ нКл/м}$	$\tau = 20 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}$
$a_1 = 0,5 \text{ см}$	$a_1 = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$a_2 = 2 \text{ см}$	$a_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$\varphi_1 - \varphi_2 = ?$	

Для визначення різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2 = d\varphi$ скористаємося співвідношенням між напруженістю поля і потенціалом

$$\vec{E} = -\vec{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (3.89)$$

В скалярній формі співвідношення (82) має вигляд

$$E = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{або} \quad d\varphi = -E dx \quad (3.90)$$

Після інтегрування (83) знайдемо різницю потенціалів в точках, які віддалені від осі циліндра на відстані r_1 та r_2 ,

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = - \int_{r_1}^{r_2} E dx \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 - \varphi_1 = - \int_{r_1}^{r_2} E dx. \quad (3.91)$$

Згідно з теоремою Остроградського-Гауса напруженість поля E , яке створює нескінченний заряджений циліндр на відстані x від осі циліндра, дорівнює

$$E = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0 x}. \quad (3.92)$$

Після підстановки (85) в (84) отримаємо

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dx}{x} = \frac{\tau}{2\pi \epsilon \epsilon_0} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right). \quad (3.93)$$

Враховуючи те, що $r_1 = R + a_1$ і $r_2 = R + a_2$, одержимо шукану різницю потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{20 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \ln \left(\frac{3 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-2}} \right) = 250 \text{ [В]}. \quad (3.94)$$

Відповідь: $\varphi_1 - \varphi_2 = 250 \text{ В}$

Приклад №6. Електрон влітає в плоский повітряний конденсатор паралельно до його обкладок зі швидкістю $v = 6 \cdot 10^7 \text{ м/с}$. Відстань між обкладками конденсатора становить 1 см; різниця потенціалів між обкладками дорівнює 600 В. Знайти відхилення електрона завдяки дії поля конденсатора, якщо довжина обкладок конденсатора дорівнює 5 см.

$v = 6 \cdot 10^7$ н/с	$v = 6 \cdot 10^7$ н/с	На електрон, що влітає в
$d = 1$ см	$d = 10 \cdot 10^{-2}$ м	
$U = 600$ В	$U = 600$ В	
$l = 5$ см	$l = 5 \cdot 10^{-2}$ м	
$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг	
$e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	$e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	
	$h = ?$	

плоский конденсатор, обкладинки якого розташовані горизонтально (рис 3.6), діє сила F_q електростатичного походження, яка спрямована перпендикулярно до напрямку початкової швидкості електрона

$$F_q = |e| E, \quad (3.95)$$

де E – модуль вектора напруженості однорідного електростатичного поля конденсатора, який визначається через різницю потенціалів U на обкладинках конденсатора співвідношенням

$$E = \frac{U}{d} \quad \Rightarrow \quad F_q = \frac{|e| U}{d}. \quad (3.96)$$

Оскільки в горизонтальному напрямку на електрон не діють ні які сили (опір руху електрона відсутній), в горизонтальному напрямку електрон рухається з постійною швидкістю, яка дорівнює початковій швидкості v . Отже, рух електрона можна представити як два незалежних рухів вздовж двох перпендикулярних напрямків; один з постійною швидкістю паралельно обкладам конденсатора та рівномірно прискореного руху без початкової швидкості в напрямку, який перпендикулярний обкладам конденсатора. Таким чином шлях h , який проходить електрон в напрямку, який є перпендикулярним до обкладинок конденсатора, дорівнює

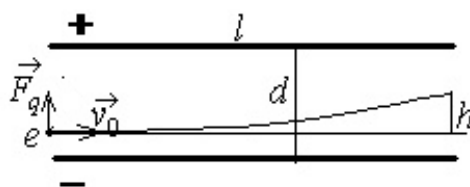


Рис. 3.6.

$$h = \frac{a t^2}{2}, \quad (3.97)$$

де a – прискорення, яке отримує електрон внаслідок дії сили F_q ; t – час прольоту електрона в конденсаторі.

Прискорення a знайдемо з рівняння другого закону Ньютона

$$F_q = m_e a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F_q}{m_e} = \frac{|e|U}{dm_e}. \quad (3.98)$$

Час t прольоту електрона в конденсаторі знайдемо з умови, що у горизонтальному напрямку електрон летить відстань l з постійною швидкістю, яка дорівнює початковій швидкості. Тобто

$$l = vt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{l}{v}. \quad (3.99)$$

Звідки переміщення електрона h дорівнює

$$h = \frac{|e|U l^2}{2v^2 dm_e}. \quad (3.100)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$h = \frac{(5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 600}{2 \cdot (6 \cdot 10^7)^2 \cdot 10^{-2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 3,66 \cdot 10^{-3} \text{ [м]}. \quad (3.101)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини

$$[h] = \frac{\text{м}^2 \text{ Кл (Дж/Кл)}}{(\text{м/с})^2 \text{ м Кл}} = \frac{\text{м}^2 \text{ Кл (кг м}^2/(\text{с}^2 \text{ Кл}))}{(\text{м/с})^2 \text{ м Кл}} = \text{м}. \quad (3.102)$$

Відповідь: $h = 3,66 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Приклад №7. Визначити прискорюючу різницю потенціалів U електростатичного поля, яку повинен пройти електрон, що рухається зі швидкістю $v_1 = 10^6 \text{ м/с}$, щоб його швидкість збільшилась в два рази ($n = 2$).

v_1	$=$	10^6 м/с	
$n = v_2/v_1$	$=$	2	
e	$=$	$-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	
U	$=$	$?$	

Прискорюючу різницю потенціалів U можна визначити, обчисливши роботу A сил електростатичного поля. Ця робота визначається добутком заряду електрона e та різницею потенціалів U

$$A = |e|U. \quad (3.103)$$

Виходячи з закону збереження енергії, робота, яку виконує електричне поле, йде на збільшення кінетичної енергії електрона. Тобто

$$A = T_2 - T_1 = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}, \quad (3.104)$$

де T_1 і T_2 – відповідно кінетична енергія електрона після проходження і до проходження поля.

Порівняємо праві частини рівнянь (88) і (89)

$$|e|U = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}, \quad (3.105)$$

Згідно з умовою задачі $\frac{v_2}{v_1} = n$. Тому останній вираз можна переписати так

$$|e|U = \frac{m v_1^2 n^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2} (n^2 - 1), \quad (3.106)$$

Звідки різниця потенціалів U дорівнює

$$U = \frac{(n^2 - 1) m v_1^2}{2 |e|}. \quad (3.107)$$

Чисельне значення потенціалу U дорівнює

$$U = \frac{(2^2 - 1) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,5 \text{ [В]}. \quad (3.108)$$

Перевіримо розмірність відповіді

$$[U] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = [\text{В}] \quad (3.109)$$

Відповідь: $U = 8,5 \text{ [В]}$.

Приклад №8. На відстані $L_1 = 50 \text{ см}$ від поверхні кулі радіусом $R = 9 \text{ см}$, зарядженої до потенціала $\varphi_{\text{кул}} = 25 \text{ кВ}$, знаходиться точковий заряд $q = 10^{-8} \text{ Кл}$. Яку роботу A необхідно виконати для зменшення відстані між кулею та зарядом до $L_2 = 20 \text{ см}$?

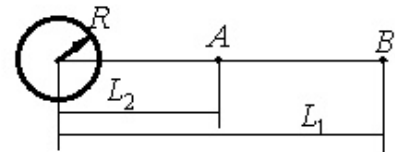


Рис. 3.7.

L_1	=	50 см	L_1	=	$50 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
R	=	9 см	R	=	$9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$\varphi_{\text{кул}}$	=	25 кВ	$\varphi_{\text{кул}}$	=	$25 \cdot 10^3 \text{ В}^2$
q	=	$10 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$	q	=	$10 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$
L_2	=	20 см	L_2	=	$20 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
			A	=	?

Робота, яку необхідно виконати для переміщення заряду q з точки B в точку A пропорційна різниці потенціалів ($\varphi_B - \varphi_A$) в точках B і A і дорівнює

$$A = q(\varphi_B - \varphi_A). \quad (3.110)$$

Вважається, що потенціали в точках B і A , які розташовані відповідно на відстанях L_1 і L_2 від поверхні кулі (рис. 3.7), утворюється зарядженою сферою радіусом R і дорівнюють

$$\varphi_B = \frac{q_{\text{кул}}}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + L_1)} \quad (3.111)$$

та

$$\varphi_A = \frac{q_{\text{кул}}}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + L_2)}. \quad (3.112)$$

Тоді різниця потенціалів ($\varphi_B - \varphi_A$) буде дорівнювати

$$\varphi_B - \varphi_A = \left(\frac{q_{\text{кул}}}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + L_1)} - \frac{q_{\text{кул}}}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + L_2)} \right), \quad (3.113)$$

або

$$\varphi_B - \varphi_A = \frac{q_{\text{кул}}(L_2 - L_1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + L_1)(R + L_2)}. \quad (3.114)$$

Звідки робота A для переміщення заряду q з точки B в точку A дорівнює

$$A = q(\varphi_B - \varphi_A) = \frac{q q_{\text{кул}}(L_2 - L_1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + L_1)(R + L_2)}. \quad (3.115)$$

Знайдемо заряд кулі $q_{\text{кул}}$, виходячи з того, що потенціал кулі $\varphi_{\text{кул}}$ дорівнює

$$\varphi_{\text{кул}} = \frac{q_{\text{кул}}}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} \quad \Rightarrow \quad q_{\text{кул}} = \varphi_{\text{кул}} 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (3.116)$$

Звідки робота A для переміщення заряду q з точки B в точку A остаточно дорівнює

$$A = \frac{q \varphi_{\text{кул}} 4\pi\epsilon_0\epsilon(L_2 - L_1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R + L_1)(R + L_2)} = q \varphi_{\text{кул}} \frac{L_2 - L_1}{(R + L_1)(R + L_2)}. \quad (3.117)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$\begin{aligned} A &= 10^{-8} \cdot 9 \cdot 10^{-2} \cdot 25 \cdot 10^3 \frac{0,2 - 0,5}{(0,09 + 0,5)(0,09 + 0,2)} [\text{Дж}] = \\ &= -39,5 [\text{Дж}]. \end{aligned} \quad (3.118)$$

. Знак "–" свідчить про те, що роботу A виконує зовнішня сила проти сил електростатичного відштовхування двох зарядів однакового знаку: заряду кульки $q_{\text{кул}}$ та заряду q . Тобто, знак "–" відповідає тому, що зовнішня сила виконує роботу по переміщенню додатнього заряду з точки, де потенціал є малим, в точку, де потенціал є більшим.

Перевіримо розмірність отриманої величини роботи

$$[A] = \text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{В} \frac{\text{м}}{\text{м}^2} = \text{Кл} \cdot \text{м} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \frac{\text{м}}{\text{м}^2} = \text{Дж}. \quad (3.119)$$

Відповідь: $A = -39,5 \text{ Дж}$.

Приклад №9. Дві кулі, радіусу яких відповідно дорівнюють 5 і 8 см, та потенціали яких відповідно 120 і 50 В, з'єднують електроізним дротом. Знайти потенціали кульок після їх з'єднання. Знайти заряд Δq , що перейшов з однієї кулі на другу.

$R_1 =$	5 см	$R_1 =$	$5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$R_2 =$	8 см	$R_2 =$	$8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$\varphi_1 =$	120 В	$\varphi_1 =$	120 В
$\varphi_2 =$	50 В	$\varphi_2 =$	50 В
$\epsilon_0 =$	$8,87 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)$	$\epsilon_0 =$	$8,87 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)$
$\epsilon =$	1	$\epsilon =$	1
		$\varphi'_1; \varphi'_2 =$?
		$\Delta q =$?

Електроємності двох куль можна визначити через їх радіуси

$$c_{1(2)} = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_{1(2)}. \quad (3.120)$$

Зная електроємності c_1 і c_2 , знайдемо величини зарядів q_1 і q_2 , які утримають кулі, щоб мати відповідно потенціали $\varphi_1 = 120$ і $\varphi_2 = 50$ В

$$q_{1(2)} = c_{1(2)} \varphi_{1(2)} = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_{1(2)} \varphi_{1(2)}. \quad (3.121)$$

Звідки загальний заряд куль до їх з'єднання дорівнює

$$q_1 + q_2 = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon (R_1 + R_2). \quad (3.122)$$

Після з'єднання куль провідником заряди між ними перетечуть з кулі з більшим потенціалом до кулі з меншим потенціалом і перетікати вони будуть до тих пір, поки на кулях встановляться однакові потенціали, що дорівнює φ . Тобто

$$\varphi'_1 = \varphi'_2 = \varphi. \quad (3.123)$$

При цьому кулі будуть утримувати нові заряди q'_1 і q'_2

$$q'_{1(2)} = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_{1(2)} \varphi. \quad (3.124)$$

Загальний заряд $q'_1 + q'_2$ двох з'єднаних куль дорівнює

$$q'_1 + q'_2 = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_1 \varphi + 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_2 \varphi = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon (R_1 + R_2) \varphi. \quad (3.125)$$

Виходячи з закону збереження зарядів (сума зарядів куль до і після з'єднання куль однакова), складемо рівняння

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \quad \Rightarrow \quad 4 \pi \epsilon_0 \epsilon (R_1 + R_2) = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon (R_1 + R_2) \varphi. \quad (3.126)$$

Звідки можна знайти потенціал куль φ після їх з'єднання проїдником

$$\varphi = \frac{\varphi_1 R_1 + \varphi_2 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (3.127)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$\varphi = \frac{120 \cdot 5 \cdot 10^{-2} + 50 \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-2}} [\text{В}] = 77 [\text{В}]. \quad (3.128)$$

Зная потенціал куль φ після їх з'єднання, знайдемо заряд Δq , що перетікає з однієї кулі до другої

$$\Delta q = q_1 - q'_1 = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_1 \varphi_1 - 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_1 \varphi = 4 \pi \epsilon_0 \epsilon R_1 (\varphi_1 - \varphi). \quad (3.129)$$

Числове значення Δq дорівнює

$$\Delta q = 4 \cdot 3,14 \cdot 8,87 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-2} (120 - 77) [\text{Кл}] = 2,39 \cdot 10^{-10} [\text{Кл}]. \quad (3.130)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини Δq

$$\begin{aligned} [\Delta q] &= (\text{Кл}^2 / (\text{Н} \cdot \text{м}^2)) \cdot \text{м} \cdot (\text{Дж} / \text{Кл}) = \\ &= \frac{\text{Кл}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}} = \text{Кл}. \end{aligned} \quad (3.131)$$

Відповідь: $\varphi = 77 \text{ В}$; $\Delta q = 2,39 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$.

Приклад №10. Плоский повітряний конденсатор, складається з двох пластин площиною 50 см^2 , які розташовані на відстані 4 мм одна від одної. Конденсатор заряджають від батареї 200 В і відключають від неї. Яку роботу треба виконати, щоб збільшити відстань між обкладками конденсатора в два рази?

ϵ	$=$	1	ϵ	$=$	1
l_1	$=$	4 мм	l_1	$=$	$4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
$S_1 = S_2 = S$	$=$	50 см^2	S	$=$	$50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
U	$=$	200 В	U	$=$	200 В
$l_2 = 2 \cdot l_1$	$=$	8 мм	l_2	$=$	$8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
			A	$=$	$?$

Для зарядженого і відключеного від батареї конденсатора незалежно від того на якій відстані знаходяться обкладки конденсатора повинен виконуватись закон збереження заряду.

Для збільшення відстані між обкладками конденсатора зовнішні сили виконують роботу A проти сил електростатичного поля, які діють між обкладками. При цьому робота зовнішніх сил дорівнює зміні енергії конденсатора при збільшенні відстані між обкладками:

$$A = W_2 - W_1, \quad (3.132)$$

де W_1 і W_2 – відповідно енергія конденсатора при відстані між його обкладками l_1 і l_2 .

Енергія W_i зарядженого конденсатора, який відключено від батареї, залежить від його електроємності C_i , яка за умовою задачі визначається відстанню між його обкладками

$$W_i = \frac{Q^2}{2 C_i} \quad (3.133)$$

Враховуючи це, отримаємо

$$A = \frac{Q^2}{2 C_2} - \frac{Q^2}{2 C_1} = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right). \quad (3.134)$$

Електроємність плоского конденсатора залежить від площі S обкладок та відстані l_i між ними і дорівнює

$$C_i = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{l_i}. \quad (3.135)$$

Звідки робота, яку треба виконати для збільшення відстані між обкладками конденсатора, дорівнює

$$A = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{l_2}{\epsilon \epsilon_0 S} - \frac{l_1}{\epsilon \epsilon_0 S} \right) = \frac{Q^2}{2 \epsilon \epsilon_0 S} (l_2 - l_1). \quad (3.136)$$

Причому заряд Q , який зберігається при будь-якій зміні електроємності при відключеній батареї, визначається напругою U батареї

$$Q = C_1 U_0 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S U}{l_1}. \quad (3.137)$$

Остаточно отримуємо

$$A = \frac{\epsilon \epsilon_0 S U^2}{2 l_1^2} (l_2 - l_1) \quad (3.138)$$

В чисельному вигляді робота A дорівнює

$$A = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 200^2}{2 \cdot (4 \cdot 10^{-3})^2} (8 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3}) = 4 \cdot 10^{-7} \text{ [Дж]}. \quad (3.139)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини

$$[A] = \frac{[\epsilon_0] [S] [U^2] [l]}{[l^2]} = \frac{\frac{\Phi}{\text{М}} \text{М}^2 \text{В}^2 \text{М}}{\text{М}^2} = \Phi \text{В}^2 = \text{Кл В} = \text{Дж}. \quad (3.140)$$

Відповідь: $A = 4 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Приклад №11. Визначити до якої різниці потенціалів U необхідно зарядити плоский конденсатор, який розташовано горизонтально, щоб пилінка масою $m = 3 \cdot 10^{-11}$ г утримувалась між обкладинками конденсатора в стані спокою. Заряд пилінки складається з $n = 50$ зарядів електрона. Відстань між обкладинками конденсатора дорівнює $d = 8$ мм.

m	$=$	$3 \cdot 10^{-11}$ г	m	$=$	$3 \cdot 10^{-14}$ кг
n	$=$	50	n	$=$	50
m_e	$=$	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг	m_e	$=$	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
e	$=$	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл	e	$=$	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
d	$=$	8 мм	d	$=$	$8 \cdot 10^{-3}$ м
			U	$=$?

Виходячи з умови рівноваги (заряджена пилінка, на яку діють сила тяжіння p та сила Кулона F_q , знаходиться у рівновазі), можна записати рівняння

$$p = F_q \quad \Rightarrow \quad (m + n m_e) g = E n e, \quad (3.141)$$

де E – напруженість однорідного електростатичного поля зарядженого плоского конденсатора.

Відомо, що для плоского конденсатора напруженість однорідного поля E дорівнює

$$E = \frac{U}{d}, \quad (3.142)$$

де U – різниця потенціалів між обкладками плоского конденсатора. Звідки маємо рівняння для знаходження різниці потенціалів U

$$(m + n m_e) g = \frac{U n e}{d}, \quad \Rightarrow \quad U = \frac{(m + n m_e) g d}{n e}. \quad (3.143)$$

Оскільки маса пилінки набагато більша за масу 50 електронів (більша приблизно на 15 порядків), масою 50 електронів можна знехтувати та можна спростити вираз для знаходження зізниці потенціалів U

$$U = \frac{m g d}{n e}. \quad (3.144)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$U = \frac{10^{-14} \cdot 9,8 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 98 \text{ [В]}. \quad (3.145)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини

$$[U] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}. \quad (3.146)$$

Відповідь: $U = 98 \text{ В}$.

Приклад №12. Різниця потенціалів на кінцях мідного дроту довжиною 2 м дорівнює 0,01 В. Визначити густину струму \vec{j} і середню швидкість $\langle v \rangle$ спрямованого руху електронів, враховуючи, що концентрація вільних електронів дорівнює концентрації атомів міді.

U	=	0,01 В	
l	=	2 м	
ρ	=	$1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$	
μ	=	$64 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$	
D	=	$8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$	
$N_{\text{АВ}}$	=	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$	
\vec{j}	=	?	
$\langle v \rangle$	=	?	

Вектор густини струму визначається за законом Ома в диференційній формі

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \quad (3.147)$$

де ρ – питомий опір провідника. Враховуючи те, що для однорідного електростатичного поля модуль вектора \vec{E} дорівнює

$$E = \frac{U}{l}, \quad (3.148)$$

отримаємо модуль вектора густини струму

$$j = \frac{U}{\rho l}. \quad (3.149)$$

В чисельному вигляді j дорівнює

$$j = \frac{10^{-2}}{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 2} = 2,9 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{А}}{\text{М}^2} \right]. \quad (3.150)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини j

$$[j] = \frac{\text{Ом А}}{\text{Ом м м}} = \frac{\text{А}}{\text{М}^2}. \quad (3.151)$$

Середня швидкість $\langle v \rangle$ впорядкованого руху електронів можна визначити з формули для густини струму

$$j = n e \langle v \rangle, \quad (3.152)$$

де n – концентрація вільних електронів провідності, e – заряд електрона.

За умовою задачі концентрація вільних електронів провідності дорівнює концентрації n_0 атомів міді, яка дорівнює

$$n_0 = \frac{N_{\text{АВ}}}{V_0}, \quad (3.153)$$

де $N_{\text{АВ}}$ – число Авагадро. Об'єм одного молю V_0 визначається за формулою

$$V_0 = \frac{\mu}{D}, \quad (3.154)$$

де μ – маса одного молю речовини (міді), D – густина міді.

Звідки

$$\langle v \rangle = \frac{j \mu}{e N_{\text{АВ}} D}. \quad (3.155)$$

Після підстановки чисельних значень отримуємо

$$\langle v \rangle = \frac{2,9 \cdot 10^3 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 8,9 \cdot 10^3} = 2,2 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{М}}{\text{С}} \right]. \quad (3.156)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини $\langle v \rangle$

$$[\langle v \rangle] = \frac{\text{А кг м}^3 \text{ моль}}{\text{М}^2 \text{ моль Кл кг}} = \frac{\text{Кл кг м}^3 \text{ моль}}{\text{М}^2 \text{ моль Кл кг с}} = \frac{\text{М}}{\text{С}}. \quad (3.157)$$

Відповідь: $j = 2,9 \cdot 10^3 \text{ Ом/М}^2$, $\langle v \rangle = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$.

4. Рекомендована література

1. **Електрика та постійний струм (Теоретичний Курс)**, *М.М.Чепілко*, 2016, К: ДЕТУТ
2. **Курс фізики**, *Т.И.Трофимова*, 2000, М: Высшая школа
3. **Курс фізики**, *І.Є. Лопатинський, та інші.* 2002, Львів, Афіша
4. **Сборник задач по курсу фізики**, *Т.И.Трофимова* 1991, М: Высшая школа

Навчальне видання

доцент Дзян О.С.

**Завдання та методичні вказівки до самостійної роботи з електрики
та постійного струму**

Для студентів технічних спеціальностей

Відповідальний за випуск: М.М. Чепілко

Підписано до друку . Формат паперу 60x84/16. Обсяг: обл.-вид.арк.
Папір для тиражувальних апаратів. Друк - різнографія. Замовлення . Тираж прим.

Надруковано у друкарні видавництва
Державного економіко - технологічного університету транспорту,
03049, м. Київ - 49, вул. Миколи Лукашевича, 19