

Міністерство освіти і науки України
Державний економіко - технологічний університет
транспорту

Кафедра фізики та електротехніки

Завдання та методичні вказівки
до самостійної роботи
з електромагнетизму

Для студентів технічних спеціальностей

Київ - 2017

УДК 53
ВВК 22.3

Навчальний посібник "Завдання та методичні вказівки до самостійної роботи з електромагнетизму" розглянуто та затверджено на засіданні кафедри фізики та електротехніки (Протокол №1 від 28.08.2016 року) та на засіданні методичної комісії факультету "Інфраструктура та рухомий склад залізниць" (Протокол №2 від 31.10.2016 року)

Укладачі: доцент Дзян О.С.

Рецензенти: професор Завісляк І.В. та професор Чепілко М.М.

Зміст

1	Організація вивчення курсу загальної фізики в університеті	4
1.1	Вказівки по виконанню та оформленню розрахунково - графічних та контрольних робіт з фізики	6
1.2	Вказівки до розв'язку та оформлення задачі з фізики	7
1.3	Приклад розв'язку задачі з електромагнетизму	8
2	Питання для теоретичної підготовки з електромагнетизму та варіанти завдань для самостійної роботи	11
3	Основні закони і формули з електромагнетизму та приклади розв'язків задач	23
3.1	Магнітне поле та його характеристики	23
3.2	Закон Біо-Савара-Лапласа	24
3.3	Закон Ампера	25
3.4	Магнітне поле рухомого заряду	26
3.5	Дія магнітного поля на заряд, що рухається	26
3.6	Робота по переміщенню контура зі струмом в магнітному полі	28
3.7	Закон Фарадея	28
3.8	Енергія магнітного поля	29
4	Рекомендована література	50

1. Організація вивчення курсу загальної фізики в університеті

В університеті загальний курс фізики вивчається протягом одного, двох чи трьох семестрів, у залежності від профілю факультету та форми навчання.

При вивченні кожного розділу фізики передбачаються такі види навантажень:

1. Теоретичне вивчення курсу.
2. Виконання лабораторних робіт та комп'ютерного моделювання фізичних явищ.
3. Виконання розрахунково - графічних або контрольних робіт.
4. Консультації.
5. Екзамени або заліки.

Теоретичне вивчення загального курсу фізики відбувається на лекціях та практичних заняттях згідно розкладу, складеного навчальною частиною університету, у відповідності з навчальним планом підготовки спеціалістів певного профілю. Відвідування студентами лекцій та практичних занять є обов'язковим.

Лабораторні роботи та комп'ютерне моделювання фізичних явищ проводяться у навчальних лабораторіях та комп'ютерних класах кафедри фізики та електротехніки згідно розкладу складеному навчальною частиною університету, у відповідності з навчальним планом підготовки спеціалістів певного профілю. Виконані практично, повністю оформлені та захищені лабораторні та комп'ютеризовані роботи відмічаються підписом викладача, який проводить заняття, і реєструються у спеціальному журналі, що зберігається в лабораторії. У кінці семестру, за умови успішного виконання циклу лабораторних та комп'ютеризованих робіт, студенту виставляється залік.

Розрахунково - графічні роботи з кожного розділу загальної фізики виконуються студентами стаціонарної форми навчання. Виконання розрахунково - графічної роботи вимагає від студента активного володіння матеріалом відповідного розділу фізики та математичним апаратом на "фізичному" рівні строгості. Рецензування розрахунково - графічних робіт виконується викладачем, який проводить практичні заняття.

Контрольні роботи з кожного розділу фізики, що складаються з восьми задач, виконуються студентами заочної форми навчання. Задачі, які входять

до складу контрольної роботи, вимагають від студента для успішного виконання контрольної роботи активного володіння матеріалом відповідного розділу фізики та математичним апаратом на "фізичному" рівні строгості. Рецензування контрольних робіт, як правило, виконується викладачем, який проводить практичні заняття. У випадку незаліку контрольної роботи студент повинен виправити помилки або ж розв'язати задачі знову і здати роботу на повторне рецензування.

Консультації проводяться ведучим лектором згідно з розкладом, узгодженим з навчальною частиною університету.

Заліки та экзамени з кожного розділу фізики студенти здають у період сесії, згідно з розкладом, складеним навчальною частиною університету. Студенти допускаються до заліків та екзаменів за умови повного виконання відповідної навчальної програми. У випадку неявки студента на екзамен з поважної причини чи отриманні незадовільної оцінки, заліки та екзамени можуть бути здані у дні перездач згідно з розкладом, складеним навчальною частиною університету, або ж по направленню, підписаному деканом факультету.

Критерії оцінки знань студентів при здачі іспитів з фізики

1. Оцінка **відмінно** ставиться у тому випадку, коли студент при відповіді на питання екзаменаційного білету виявляє:
 - правильне розуміння суті розглядуваних фізичних явищ і закономірностей їх протікання, змісту фізичних законів і теорій;
 - вміння використовувати математичний апарат для аналітичного доведення справедливості фізичних законів та співвідношень між певними фізичними величинами, визначити межу застосування математичної моделі певних фізичних явищ;
 - будує відповідь за власним планом, супроводжує відповідь прикладами, вміє застосовувати знання у нестандартних ситуаціях та інших природничих науках;
 - правильно розв'язав задачу у загальному вигляді та виконав наближені обчислення з наперед заданою точністю.
2. Оцінка **добре** ставиться в тому випадку, якщо відповідь задовільняє основним вимогам до відповіді на оцінку **відмінно**, але у ній переважають прості відтворення означень та формулювань, здійснюється вона без чіткого власного плану. Не виявляється узагальнюючий погляд на дане явище або закон, не визначається межа застосування його математичної моделі.
3. Оцінка **задовільно** ставиться в тому випадку, якщо більша частина відповіді задовільняє основним вимогам до відповіді на оцінку **добре**, але у

ній є окремі прогалини, що не спотворюють зміст відповіді, яка у цілому має формальний репродуктивний характер, є помилки у розв'язку задач, який при цьому має правильний напрямок.

4. Оцінка **незадовільно** ставиться в тому випадку, коли студент:
 - відмовляється відповідати після ознайомлення із змістом отриманого завдання;
 - не володіє знаннями і навичками відповідно до вимог навчальної програми;
 - дав відповідь менше чим на два з трьох питань екзаменаційного білету, або хід його розв'язків задач був неправильним.

1.1. Вказівки по виконанню та оформленню розрахунково - графічних та контрольних робіт з фізики

До виконання контрольних робіт з курсу загальної фізики слід приступати лише після вивчення матеріалу, що відповідає даному розділу навчальної програми, уважного ознайомлення з правилами оформлення та розв'язку задач, приведеними у цьому посібнику.

1. За час навчання у університеті студенти денної форми навчання повинні виконати чотири розрахунково - графічні роботи. Що стосується студентів заочної форми навчання, то вони повинні виконати шість контрольних робіт.
2. У кожній контрольній роботі студент-заочник повинен розв'язати вісім задач того варіанту, який співпадає з останньою цифрою його шифру. Нумери задач, що входять до складу контрольної роботи, визначаються за таблицями варіантів для відповідної частини курсу загальної фізики, які має у своєму розпорядженні викладач, що веде практичні заняття.
3. Розрахунково - графічні та контрольні роботи виконуються на папері формату А4 чорнилом або ж набираються на комп'ютері, використовуючи текстовий редактор, спряжений з редактором математичних формул. Титульна сторінка роботи повинна бути оформлена у відповідності до стандарту оформлення науково - технічних документів (див.зразок 1).
4. Розрахунково - графічні та контрольні роботи здаються, як правило, на рецензію викладачу, який веде практичні заняття з академічною групою. На рецензію слід здавати одночасно не більше однією роботи. Для виключення помилок, що повторюються, чергову роботу слід здавати

на рецензію тільки після заліку попередньої розрахунково - графічної чи контрольної роботи.

5. Якщо розрахунково - графічна чи контрольна робота при перевірці була не зарахована, то необхідно виправити всі помилки, що містяться в розв'язках задач, дати відповіді на всі зауваження рецензента в письмовій формі у вигляді додатку до основного тексту розрахунково - графічної чи контрольної роботи, та подати їх на повторну перевірку.
6. Зараховані розрахунково - графічні чи контрольні роботи здаються екзаменатору. Студент повинен бути готовим під час здачі заліку чи екзамену дати пояснення по змісту розв'язаних задач, що входять до виконаної розрахунково - графічної чи контрольної роботи.

1.2. Вказівки до розв'язку та оформлення задачі з фізики

Розрахунково - графічні та контрольні роботи перевіряються викладачем університету коли студент, який виконав роботу, відсутній. Тому кожна задача повинна бути оформлена акуратно і включати всі необхідні пояснення, що демонструють глибину розуміння студентом відповідного розділу фізики.

При розв'язку задачі слід дотримуватися наступного плану:

1. Розв'язок кожної задачі слід починати з нової сторінки. Для зауважень викладача після розв'язку задачі необхідно залишити вільну сторінку.
2. Умови задач вносяться у текст розрахунково - графічної чи контрольної роботи без скорочень .
3. У тексті розрахунково - графічної чи контрольної роботи, у випадку необхідності, приводяться пояснюючі рисунки, виконані з використанням графічного приладдя або ж комп'ютерного графічного редактора.
4. Виписуються основні закони фізики і формули, на яких базується розв'язок задачі, та даються словесні пояснення змісту символів і позначень у формулах. Повністю приводяться фізичні аргументи та математичні викладки, які становлять зміст розв'язку задачі.
5. Розв'язок задачі отримується у загальному вигляді, який виражає шукану величину через символи фізичних величин, заданих у умові задачі.
6. Виконати перевірку розмірності отриманої формули, яка є символьним розв'язком задачі. Для цього потрібно підставити у символьний розв'язок задачі замість символів відповідні їм позначення одиниць у системі Сі.

Після всіх необхідних скорочень впевнитись у відповідності отриманого результату розмірності шуканої величини (див. приклад розв'язку задачі).

- Підставити у отриману формулу замість символів їхні числові значення, виражені у одиницях системи СІ. Виконати наближені обчислення, записати у відповіді числове значення і скорочену назву одиниці величини, що розраховується. При підстановці чисел в формулу та при записі відповіді числові величини треба виражати в вигляді добутку десяткового дробу з однією значущою цифрою перед точкою на відповідну степінь десяти. Наприклад, замість 4578 потрібно записати $4.578 \cdot 10^3$, а замість 0.0002347 записати $2.347 \cdot 10^{-4}$ тощо.
- Зробити оцінку, де це можливо, правдоподібності отриманого результату. Наприклад, швидкість тіла не може бути більшою за швидкість тіла в вакуумі, коефіцієнт корисної дії не може бути більшим одиниці і тощо.
- У кінці кожної задачі потрібно написати *Відповідь*, привести символічне та розраховане числове значення шуканої фізичної величини з вказанням розмірності. Наприклад:

Відповідь: $a = 12 \frac{M}{c^2}$.

1.3. Приклад розв'язку задачі з електромагнетизму

Умова задачі. Вздовж кільця з мідного провідника з площиною перерізу 1 мм^2 йде струм величиною 10 А . В розрив кільця включена різниця потенціалів $0,15 \text{ В}$. Знайти індукцію магнітного поля в центрі кільця.

Розв'язок задачі.

I	$=$	10 А	I	$=$	10 А
S	$=$	1 мм^2	S	$=$	10^{-6} м^2
U	$=$	$0,15 \text{ В}$	U	$=$	$0,15 \text{ В}$
$\rho_{\text{мдн}}$	$=$	$0,17 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{ м}$	$\rho_{\text{мдн}}$	$=$	$0,17 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{ м}$
μ_0	$=$	$4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$	μ_0	$=$	$4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$
μ	$=$	1	μ	$=$	1
			B	$=$	$?$

З визначення модуль вектора \vec{B} магнітної індукції в центрі кільця радіусом r , по якому тече струм I , дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}. \quad (1.1)$$

Згідно з законом Ома для ділянки кола, яка включає опір R (в даному випадку R – опір всього кільця) і різницю потенціалів U , можна написати рівняння

$$U = I R. \quad (1.2)$$

Опір R мідного провідника пропорційний довжині l провідника і обернено пропорційний площі S поперечного зрізу провідника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1.3)$$

де l – довжина провідника, в даному це довжина кільця радіусом r , яка дорівнює

$$l = 2\pi r \quad (1.4)$$

Звідки

$$R = \rho \frac{2\pi r}{S}, \quad \Rightarrow \quad U = I \rho \frac{I 2\pi r}{S}. \quad (1.5)$$

З останньої формули знайдемо радіус r мідного кільця

$$r = \frac{U S}{I 2\pi \rho}. \quad (1.6)$$

Звідки остаточно отримаємо, що

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r} = \frac{\mu_0 \mu \pi \rho I^2}{U S}. \quad (1.7)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 3,14 \cdot 0,17 \cdot 10^{-7} \cdot 10^2}{0,15 \cdot 10^{-6}} [\text{Тл}] = 44 \cdot 10^{-6} [\text{Тл}]. \quad (1.8)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини, враховуючи, що розмірність вектора магнітної індукції дорівнює $[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$

$$[B] = \frac{\text{Н} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{В} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл}. \quad (1.9)$$

Відповідь: $B = 44 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$.

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНФРАСТРУКТУРИ І ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра фізики та електротехніки

Розрахунково - графічна робота

або

Контрольна робота
з електромагнетизму

Виконав:

15 листопада 2017 року

студент Прізвище І.Б.

шифр 2016-КІКС-0345

Перевірив:

20 листопада 2017 року

доцент Прізвище І.Б.

2. Питання для теоретичної підготовки з електромагнетизму та варіанти завдань для самостійної роботи

Магнітне поле. Магнітна індукція. Принцип суперпозиції для магнітного поля. Магнітне поле зарядів, що рухаються. Закон Біо - Савара - Лапласа для елемента струму. Силкові лінії магнітного поля. Поле прямолінійного та колового струмів. Магнітний момент колового струму. Магнітне поле соленоїда.

Рух заряджених часток у електричному та магнітному полях. Сила Лоренца. Рух заряджених часток у однорідних магнітному та електричному полях. Ефект Холла. Сила Ампера. Закон Ампера. Магнітна взаємодія провідників із струмом. Контур із струмом в магнітному полі. Робота переміщення контура у магнітному полі. Магнітний потік. Теорема Гаусса для магнітного поля. Теорема про циркуляцію вектора індукції магнітного поля.

Магнітне поле у речовині. Взаємодія магнітного поля з речовиною. Поняття про елементарні струми. Елементарний струм у магнітному полі. Магнітні моменти атомів. Намагнічування речовини. Намагніченість. Магнітна сприйнятливність. Магнітна проникливість. Напруженість магнітного поля. Теорема про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля. Розподіл речовини на діамагнетики, парамагнетики та феромагнетики. Діамагнетизм. Парамагнетизм. Феромагнетизм. Домени. Гистерезис. Закон Кюрі - Вейсса. Умови на межі двох магнетиків.

Електромагнітна індукція. Виникнення електричного поля при зміні магнітного поля. Індукційний струм. Правило Ленца. Е.р.с. індукції. Закон електромагнітної індукції Фарадея. Явище самоіндукції та взаємоіндукції. Індуктивність. Енергія магнітного поля соленоїда. Густина енергії магнітного поля.

Електромагнітні коливання. Змінний струм. Індуктивність та ємність у колі змінного струму. Коливальний контур. Основне рівняння коливального контура. Власні коливання контура. Формула Томсона. Реактивний опір у колі змінного струму. Затухаючі коливання. Рівняння для затухаючих коливань. Е.р.с. в коливальному контурі. Рівняння вимушених коливань. Явище резонансу.

Рівняння Максвелла. Основні експериментальні співвідношення, що використовуються при написанні рівнянь Максвелла. Рівняння Максвелла для стаціонарних полів. Узагальнення закону електромагнітної індукції Фарадея. Струм зміщення. Система рівнянь Максвелла у інтегральній та диференціальній формі для довільних полів.

Електромагнітні хвилі. Хвильове рівняння. Плоска електромагнітна хвиля. Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль. Загальні властивості еле-

ктромагнітних хвиль. Шкала електромагнітних хвиль. Енергія та імпульс електромагнітного поля. Вектор Умова - Пойнтінга.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 0.

1. Два паралельних нескінченно довгих провідники, по яких течуть від нас у одному напрямі електричні струми силою $I = 60$ А, розташовані у вакуумі на відстані $d = 0.1$ м один від одного. Визначити магнітну індукцію B поля, яка створюється провідниками у точці А, що знаходиться на відстані $r_1 = 5$ см, від другого - $r_2 = 12$ см.

2. На виток радіусом $r = 10$ см, розташований між полюсами магніту, діє максимальний механічний момент $M = 13 \cdot 10^{-6}$ Н · м. Сила струму у витку $I = 4$ А. Визначити величину індукції магнітного поля B між полюсами магніту.

3. Електрон рухається по колу у однорідному магнітному полі. Період його обертання $= 1.14 \cdot 10^{-9}$ с. Знайти величину напруженості H магнітного поля.

4. Соленоїд довжиною $l = 1$ м та перерізом $S = 12$ см² має $N = 2000$ витків. Визначити потокозчеплення (повний потік) при силі струму в обмотці $I = 10$ А.

5. У магнітному полі, індукція якого $B = 0.05$ Тл, розташована котушка, яка складається з 200 витків дроту. Опір котушки 40 Ом, площа її перерізу 12 см². Котушка розташована так, що її вісь складає кут 60° з напрямом магнітного поля. Визначити, який заряд пройде по котушці, якщо зникне магнітне поле.

6. Соленоїд, площа перерізу якого $S = 10$ см² має $N = 1000$ витків. Індукція B магнітного поля у середині соленоїда при силі струму $I = 5$ А дорівнює 0.1 Тл. Визначити індуктивність L соленоїда.

7. Котушка, індуктивність якої дорівнює $L = 0.2$ Гн, має опір $R = 1.64$ Ом. Визначити у скільки разів зменшиться сила струму у котушці протягом 0.05 с після того, як Е.Р.С. буде виключена, а котушка буде замкнута накоротко.

8. Соленоїд довжиною $l = 50$ см та перерізом $S = 2$ см² має індуктивність $L = 2 \cdot 10^{-7}$ Гн. Визначити, при якій силі струму об'ємна густина енергії магнітного поля у середині соленоїда дорівнює 10^{-3} Дж/м³.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 1.

1. По провіднику, зігнутому у вигляді квадрата з стороною $a=10$ см, розташованому у вакуумі, тече струм силою $I=100$ А. Визначити величину магнітної індукції B у точці перетину діагоналей квадрата.

2. В однорідному магнітному полі, індукція якого $B=0.6$ Тл, рухається рівномірно провідник довжиною $l=20$ см. По провіднику тече струм величиною $I=4$ А. Швидкість руху провідника $V=20$ см/с і напрямлена перпендикулярно до магнітного поля. Знайти потужність, яка необхідна для виконання цього руху.

3. Заряджена частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів $U=2$ кВ і рухається у однорідному магнітному полі з індукцією $B=15.1 \cdot 10^{-3}$ Тл по колу радіусом $R=1$ см. Знайти відношення q/m заряду частинки до її маси та швидкість v частинки.

4. В однорідному магнітному полі, напруженість якого $H=8 \cdot 10^4$ А/м, розташована у вакуумі квадратна рамка, її площа складає з напрямом магнітного поля кут 45° . Сторона рамки 4 см. Визначити потік магнітної індукції, який пронизує рамку.

5. На соленоїд довжиною 144 см та діаметром 5 см одягнено дротяний виток. Обмотка соленоїду має 2000 витків, і по ній тече струм 2 А. Визначити, яка середня Е.Р.С. індукується на надягненому на соленоїді витку, коли струм у соленоїді спадає до нуля протягом 0.002 с.

6. Котушка без осердя довжиною 20 см та діаметром 3 см має 400 витків. Знайти індуктивність котушки.

7. Електрична лампочка (опір нитки розжарювання якої з робочому стані 10 Ом) підключається через дросель до джерела з Е.Р.С. 12 В. індуктивність дроселя 2 Гн, опір 1 Ом. Визначити, через який час після ввімкнення лампочка засвічується, якщо вона починає помітно світитися при напрузі на ній 6 В. Опір лампочки вважати сталим.

8. По кільцю, радіус якого $R=20$ см, і яке має $N=500$ витків, тече струм силою $I=1$ А. Визначити густину енергії магнітного поля в центрі кільця.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 2.

1. Напруженість магнітного поля у центрі колового витка радіусом $r=8$ см дорівнює 30 А/м. Визначити напруженість поля на осі витка у точці, яка розташована на відстані $d=6$ см від центра витка.

2. По трьох паралельних провідниках, які розташовані у вакуумі на відстанях $a=5$ см один від одного, течуть струми $I_1 = 5$ А, $I_2 = 10$ А, $I_3 = 15$ А. У провідниках 1 та 2 напрями струмів співпадають. Знайти силу, що діє на одиницю довжини третього провідника.

3. Іон, що має один елементарний заряд, рухається у однорідному магнітному полі індукцією $B=0.015$ Тл по колу радіусом $R=10$ см. Визначити імпульс іона.

4. У середній частині соленоїда, який має $n=8$ вит/см розташований коловий виток діаметром $d=4$ см. Площина витка розташована під кутом $\varphi=60^\circ$ до осі соленоїда. Визначити потік Φ , що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда тече струм силою $I = 1$ А.

5. У магнітному полі, індукція якого дорівнює 0.1 Тл, розташована квадратна рамка з мідного дроту. Площа перерізу дроту 1 мм², площа рамки 25 см², нормаль до площини рамки напрямлена вздовж ліній поля. Визначити величину електричного заряду, який пройде по контуру рамки при зникненні поля.

6. Індуктивність соленоїда з немагнітним осердям $L=0.5$ Гн. Довжина соленоїда $l=0.6$ м, діаметр $D=2$ см. Визначити відношення числа витків соленоїда до його довжини n .

7. Вздовж котушки, індуктивність якої $L=0.03$ мГн тече струм силою $I=0.6$ А. Під час розмикання кола сила струму змінюється практично до нуля за час $\Delta t=120$ мкс. Визначити середню величину Е.Р.С. самоіндукції \mathcal{E}_s , яка виникає у колі.

8. Обмотка соленоїда має $n=20$ витків на кожний сантиметр довжини. Визначити, при якій силі струму об'ємна густина енергії магнітного поля $w=0.1$ Дж/м³. Осердя зроблене із немагнітного матеріалу і магнітне поле у всього об'ємі однорідне.

Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму

Варіант 3.

1. Знайти величину напруженості магнітного поля у центрі колового провідника радіусом 1 см, по якому тече струм 1 А.

2. Прямий провідник довжиною 20 см, по якому тече струм величиною 50 А, рухається у однорідному магнітному полі з індукцією 2 Тл. Визначити, яку роботу виконують сили, які діють з боку поля, переміщуючи провідник на 10 см, якщо напрям переміщення перпендикулярний до індукції магнітного поля та довжини провідника.

3. Електрон рухається по колу у однорідному магнітному полі з напруженістю $H=5 \cdot 10^3$ А/м. Визначити частоту обертання n електрона.

4. В однорідному полі перпендикулярно до ліній індукції розташований плоский контур площиною $S=100$ см². Підтримуючи у контурі постійну силу струму $I=50$ А, його перемістили з поля до області простору, де поле відсутнє. Визначити величину індукції B магнітного поля, якщо при переміщенні контура була виконана робота $A=0.4$ Дж.

5. Дротяне кільце, опір якого $R=10^{-3}$ Ом, знаходиться в однорідному магнітному полі ($B=0.4$ Тл). Площина кільця складає з лініями індукції кут $\varphi=90^\circ$. Визначити заряд q , який протікає по кільцю, якщо його витягнути із поля. Площа кільця $S=10$ см².

6. Визначити, скільки витків дроту діаметром $d_1=0.4$ мм з ізоляцією дуже малої товщини треба намотати на картонний циліндр діаметром $d_2=2$ см для того, щоб одержати одношарову котушку з індуктивністю $L=1$ мГн. Витки дуже щільно прилягають один до одного.

7. В електричному колі з опором $R=20$ Ом та індуктивністю $L=0.06$ Гн тече струм силою $I=20$ А. Визначити силу струму у колі через $\Delta t=0.2$ мс після його розмикання.

8. Соленоїд з немагнітним осердям має $N=1000$ витків. Сила струму I у його обмотці дорівнює 1 А, магнітний потік Φ через переріз соленоїда дорівнює 0.1 мВб. Визначити енергію W магнітного поля.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 4.

1. По нескінченно довгому прямолінійному провіднику тече струм силою $I=100$ А. Визначити величину індукції магнітного поля у вакуумі на відстані 1 м від осі провідника.

2. Напруженість магнітного поля H у центрі круглого витка дорівнює 500 А/м. Магнітний момент витка $p_m=6$ А·м². Визначити силу струму I у витку та радіус R витка.

3. Електрон, прискорений різницею потенціалів 1000 В, влітає у однорідне магнітне поле, перпендикулярне напрямку його руху. Індукція магнітного поля дорівнює $1.19 \cdot 10^{-3}$ Тл. Знайти період його обертання по колу.

4. Плоский контур площею $S=0.25$ м² знаходиться у однорідному магнітному полі з індукцією $B=0.5$ Тл. Площина його складає з напрямом ліній індукції кут $\varphi=60^\circ$. Знайти роботу по переміщенню контура у точку простору, де індукція магнітного поля дорівнює нулю, якщо у контурі тече струм $I=100$ А.

5. У дротяне кільце, яке приєднали до балістичного гальванометра, всунули прямий магніт. При цьому по колу пройшов заряд $q=50$ мкКл. Визначити зміну магнітного потоку $\Delta\Phi$ крізь кільце, якщо опір кола гальванометра $R=10$ Ом.

6. Котушка має $N_1=750$ витків та індуктивність $L_1=25$ мГн. Для того, щоб збільшити індуктивність котушки до $L_2=36$ мГн, обмотку з котушки зняли та замінили обмоткою з тонкого дроту з таким розрахунком, щоб довжина котушки залишилась тією ж. Визначити число N_2 витків котушки.

7. Соленоїд має $N=800$ витків. Переріз осердя (із немагнітного матеріалу) $S=10$ см². По обмотці тече струм, який створює поле з індукцією $B=8$ мТл. Визначити середнє значення Е.Р.С. самоіндукції, яка виникає на затискачах соленоїда, якщо сила струму зменшується практично до нуля за час $\Delta t=0.8$ мс.

8. Діаметр тороїда (по середній лінії) $D=50$ см. Тороїд має $N=2000$ витків і площу перерізу $S=20$ см². Визначити енергію W магнітного поля тороїда при силі струму $I=5$ А.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 5.

1. Два прямолінійні довгі провідники розташовані паралельно на відстані 10 см один від одного у вакуумі. По провідниках течуть струми $I_1=I_2=5$ А у однаковому напрямі від нас. Визначити вектор магнітної індукції B у точці, яка знаходиться на відстані 10 см від кожного провідника.

2. По двох паралельних провідниках довжиною $l=1$ м кожний течуть струми однакової сили. Відстань d між провідниками 1 см. Струми взаємодіють з силою $F=10^{-3}$ Н. Знайти силу струму I у провідниках.

3. Протон та α -частинка, прискорені з однаковою різницею потенціалів, влітають у однорідне магнітне поле. Визначити, у скільки разів радіус R_1 кривизни траєкторії протона більше радіуса R_2 кривизни траєкторії α -частинки.

4. Знайти магнітний потік Φ , який створюється соленоїдом, переріз якого $S=10$ см², якщо він має $N=10$ витків на кожний сантиметр його довжини при силі струму $I=20$ А.

5. Між полюсами електромагніта розташована котушка, яка з'єднана з балістичним гальванометром. Вісь котушки паралельна лініям індукції. Котушка опором $R_1=4$ Ом має $N=15$ витків площею $S=2$ см. Опір гальванометра $R_2=46$ Ом. Коли струм у обмотці електромагніту вимкнули, по колу гальванометра пройшов заряд $q=90$ мкКл. Визначити магнітну індукцію B поля електромагніта.

6. Індуктивність соленоїда без осердя довжиною $l=1$ м дорівнює $1.6 \cdot 10^{-3}$ Гн. Площа перерізу соленоїда S дорівнює 20 см². Визначити число n витків на кожному сантиметрі довжини соленоїда.

7. В електричному колі, що має опір $R=20$ Ом та індуктивність $L=0.06$ Гн, тече струм силою $I=20$ А. Визначити силу струму у колі через $\Delta t=0.2$ мс після його розмикання.

8. Визначити, при якій силі струму у прямолінійному дроті нескінченної довжини на відстані $r=5$ см від нього об'ємна густина енергії магнітного поля становить $w=1$ Дж/м³.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 6.

1. По провіднику, зігнутому у вигляді правильного шестикутника з довжиною сторони $a=20$ см, тече струм силою $I=100$ А. Знайти напруженість H магнітного поля у центрі шестикутника.

2. Прямий провідник довжиною 10 см, по якому тече струм силою $I=5$ А вільно розташувався у однорідному магнітному полі з індукцією $B=0.1$ Тл. Визначити кут α між напрямками вектора B та струму, якщо на провідник діє сила $F=0.01$ Н.

3. Електрон рухається у магнітному полі з індукцією $B=4$ мТл по колу радіусом $R=4$ мм. Визначити кінетичну енергію електрона.

4. Вздовж провідника, який зігнули у вигляді квадрата зі стороною $a=10$ см, тече струм силою $I=20$ А, сила якого підтримується незмінною. Площина квадрату складає кут $\alpha=20^\circ$ з лініями індукції однорідного магнітного поля ($B=0.1$ Тл). Розрахувати роботу A , яку необхідно виконати для того, щоб віддалити провідник за межі поля.

5. У магнітному полі, індукція якого $5 \cdot 10^{-2}$ Тл, обертається стержень довжиною 1 м з постійною частотою 20 с⁻¹. Вісь обертання проходить через кінець стержня та паралельна силовим лініям магнітного поля. Знайти Е.Р.С. індукції, яка виникає на кінцях стержня.

6. Соленоїд має $N=600$ витків. При силі струму $I=10$ А магнітний потік через поперечний переріз соленоїда $\Phi=80$ мкВб. Визначити індуктивність соленоїда.

7. По колу тече струм $I_0=50$ А. Джерело струму можна відключити від кола, нерозриваючи його. Визначити силу струму I у цьому колі через $t=0.01$ с після того, як його відключили від джерела струму. Опір R кола дорівнює 20 Ом, його індуктивність $L=0.1$ Гн.

8. Визначити при якій силі струму у витках соленоїда густина енергії магнітного поля у центрі соленоїда $w_m=20$ Дж/м³. Довжина соленоїда 50 см. Кількість витків 10^4 .

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 7.

1. По контуру у вигляді рівностороннього трикутника тече струм $I=50$ А. Сторона трикутника $a=20$ см. Визначити величину напруженості магнітного поля H у точці перетину медіан.

2. Плоский контур зі струмом силою $I = 5$ А вільно розташувався в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0.4$ Тл. Площа контура $S=200\text{см}^2$. Підтримуючи у контурі струм незмінним, його повернули відносно осі, яка лежить у площині контуру, на кут $\alpha=40^\circ$. Визначити, яку при цьому виконали роботу.

3. Заряджена частинка з кінетичною енергією $K=2$ кеВ рухається в однорідному магнітному полі по колу радіусом $R=4$ мм. Визначити величину сили Лоренца F_L , яка діє на частинку з боку поля.

4. Квадратний контур зі стороною $a=10\text{см}$ у якому тече струм силою $I=6$ А, знаходиться у магнітному полі з індукцією $B=0.8$ Тл під кутом $\alpha=50^\circ$ до ліній індукції. Визначити, яку роботу A треба виконати при незмінній силі струму у контурі, щоб змінити його форму на коло.

5. У однорідному магнітному полі, індукція якого 0.1 Тл, рівномірно обертається котушка, яка складається з 100 витків дроту. Котушка робить 5 об/с. Площа перерізу котушки 100 см^2 . Вісь обертання перпендикулярна осі котушки та напрямку магнітного поля. Знайти максимальну величину Е.Р.С. індукції, що виникає у котушці.

6. У соленоїд встановлено залізне осердя, для якого залежність $B=f(H)$ невідома. Кількість витків на один метр довжини соленоїда дорівнює 400 , площа перерізу соленоїда $S=10$ см^2 . Визначити магнітну проникність осердя, якщо по обмотці протікає струм силою $I=5$ А, а магнітний потік, що при цих умовах пронизує площу перерізу соленоїда з осердям, дорівнює $1.6 \cdot 10^{-3}$ Вб.

7. Коло складається з котушки, індуктивність якої $L=1$ Гн та опір $R=10$ Ом. Джерело струму можна відключити, нерозриваючи кола. Визначити час t , протягом якого сила струму зменшиться до 0.001 початкового значення.

8. Обмотка тороїда з немагнітним осердям має 10 витків на кожен сантиметр довжини. Визначити густину енергії поля, якщо по обмотці тече струм силою $I=16$ А.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 8.

1. По двох нескінченно довгих паралельних провідниках, розташованих у вакуумі на відстані $l=10$ см один від одного, у одному напрямку течуть струми $I_1=10$ А і $I_2=5$ А. Визначити індукцію магнітного поля у точці А, яка лежить на продовженні прямої, що з'єднує провідники на відстані 2 см від другого провідника. Вважати, що обидва провідники розташовані у вакуумі.

2. Квадратна дротяна рамка розташована у одній площині з довгим прямим провідником так, що дві її сторони паралельні провідникові. Через рамку та провідник течуть струми з одноковою силою $I = 200$ А. Визначити величину сили F , що діє на рамку, якщо найближча до провідника сторона рамки знаходиться від нього на відстані, що дорівнює її довжині.

3. Частинка, що має один елементарний заряд, влетіла у однорідне магнітне поле з індукцією $B=0.01$ Тл. Визначити момент імпульсу L частинки під час руху у магнітному полі, якщо радіус траєкторії частинки $R=0.5$ мм.

4. Магнітний потік Φ крізь переріз соленоїда дорівнює 50 мкВб. Довжина соленоїда $l=50$ см. Знайти магнітний момент p_m соленоїда, якщо його витки щільно прилягають один до одного.

5. Коловий дротяний виток, площа якого $S=100$ см², знаходиться в однорідному магнітному полі, індукція якого 1 Тл. Площина витка перпендикулярна напрямку поля. Визначити величину середнього значення Е.Р.С. індукції, що виникає у витку, якщо поле вимкнути протягом 0.01с.

6. Визначити, скільки витків має котушка без осердя, індуктивність якої $L=0.001$ Гн, якщо при силі струму $I=1$ А потік магнітної індукції крізь котушку $\Phi=2 \cdot 10^{-6}$ Вб.

7. На котушку, індуктивність якої $L=1$ Гн та опір $R=10$ см, замкнули джерело струму. Визначити, через який час сила струму замикання досягне 0.9 від граничного значення.

8. Соленоїд має довжину $l=0.6$ м та переріз $S=10$ см². При деякій силі струму, який протікає по обмотці, у соленоїді створюється магнітний потік $\Phi=0.1$ мВб. Визначити, чому дорівнює енергія W магнітного поля соленоїда. Осердя зроблено із немагнітного матеріалу. Магнітне поле у всьому об'ємі однорідне.

**Державний економіко - технологічний
університет транспорту
Кафедра фізики і електротехніки
Контрольна робота з електромагнетизму**

Варіант 9.

1. Два прямолінійних довгих провідники розташовані у вакуумі паралельно на відстані $d=0.05$ м один від одного. По провідниках течуть струми $I_1=I_2=10$ А у протилежних напрямках. Визначити індукцію магнітного поля у точці, яка знаходиться від кожного провідника на відстані $r=0.05$ м.

2. По витку радіусом $R=10$ см тече струм силою $I=50$ А. Виток розташували у однорідному магнітному полі, індукція якого $B=0.2$ Тл. Визначити величину моменту сили, що діє на виток, якщо площа витка утворює кут $\varphi = 60^\circ$ з лініями індукції.

3. Електрон рухається у однорідному магнітному полі, напруженість якого $H=4$ кА/м, із швидкістю $v=10^7$ м/с. Вектор швидкості напрямлений перпендикулярно до ліній напруженості. Знайти силу F , з якою поле діє на електрон, та радіус R кола, по якому він рухається.

4. Виток, у якому підтримується постійна сила струму $I = 60$ А, вільно розташувався у однорідному магнітному полі ($B = 20$ мТл). Діаметр витка $d=10$ см. Визначити, яку роботу треба виконати для того, щоб повернути виток відносно осі, яка співпадає з діаметром, на кут $\alpha=\pi/3$.

5. Дротяний виток діаметром $D=5$ см і опором $R=0.02$ Ом знаходиться у однорідному магнітному полі ($B=0.3$ Тл). Площина витка складає кут $\varphi=40^\circ$ з лініями індукції. Визначити, який заряд q пройде по витку при вимиканні магнітного поля.

6. Визначити, яку кількість витків дроту має обмотка котушки, індуктивність якої 10^{-3} Гн. Діаметр котушки 4 см, діаметр дроту 0.6 мм. Витки щільно прлягають один до одного.

7. До джерела струму з внутрішнім опором $r=2$ Ом підключають котушку, індуктивність якої $L=0.5$ Гн, а опір $R=8$ Ом. Знайти час t , протягом якого струм у котушці, зростаючи, досягає значення, яке відрізняється від максимального на 1%.

8. Магнітний потік $\Phi=20$ мВб створений у соленоїді перерізом $S=5$ см². Визначити об'ємну густину w енергії магнітного поля соленоїда. Осердя відсутнє. Магнітне поле у соленоїді однорідне.

3. Основні закони і формули з електромагнетизму та приклади розв'язків задач

3.1. Магнітне поле та його характеристики

Магнітне поле є наслідком направленого руху зарядів. Магнітне поле характеризується **вектором \vec{B} магнітної індукції**.

На рамку зі струмом, яка знаходиться у магнітному полі діє пара сил, які орієнтують її у просторі так, що **"додатня нормаль"** рамки співпадає з напрямком вектора магнітної індукції \vec{B} . За додатній напрям нормалі обирається напрям, який співпадає з поступальним рухом **правого гвинта**, якщо обертальний рух гвинта співпадає з напрямом руху струму у рамці. Вектор \vec{B} можна визначити, виходячи із співвідношення для моменту сил \vec{M} , які орієнтують рамку зі струмом у магнітному полі,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad (3.10)$$

де напрям **вектора магнітного моменту рамки $\vec{p}_m = IS \vec{n}$** співпадає з напрямом додатньої нормалі (одичного вектора $|\vec{n}| = 1$) до площини рамки площею S , по якій тече струм I .

Модуль вектора магнітної індукції B в даній точці поля визначається відношенням максимального обертального моменту $M_{\text{макс}}$, який діє на рамку з магнітним моментом \vec{p}_m , яка розташована в даній точці поля, до модуля вектора \vec{p}_m і дорівнює

$$B = \frac{M_{\text{макс}}}{p_m} = \frac{M_{\text{макс}}}{IS} \left[\frac{\text{Н}}{\text{А м}} \right]. \quad (3.11)$$

Лінії магнітної індукції – лінії, дотичні до яких в кожній точці поля співпадають з напрямом вектора магнітної індукції \vec{B} .

Принцип суперпозиції магнітних полів полягає в тому, що декілька полів (N полів) існують незалежно одне від одного і сумарне поле дорівнює векторній сумі полів

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N B_i. \quad (3.12)$$

Зв'язок між векторами магнітної індукції \vec{B} та **вектором напруженості магнітного поля \vec{H}** визначається співвідношенням

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (3.13)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ – **магнітна стала**; μ – **магнітна проникливість речовини** – безрозмірна величина, яка показує у скільки разів магнітне поле в деякій речовині більше ніж поле у вакуумі.

Потік вектора магнітної індукції

Потік вектора магнітної індукції $d\Phi$ дорівнює скалярному добутку вектора магнітної індукції \vec{B} та вектора $d\vec{S} = \vec{n} dS$

$$d\Phi = (\vec{B} d\vec{S}) = (\vec{B} \vec{n}) dS = B_n dS, \quad \Rightarrow \quad \Phi = \int_S B_n dS, \quad (3.14)$$

де B_n – проєкція вектора магнітної індукції \vec{B} на напрям одиничного вектора нормалі \vec{n} до площини розміром dS .

3.2. Закон Біо-Савара-Лапласа

Закон Біо-Савара-Лапласа дозволяє знайти елементарний вектор магнітної індукції $d\vec{B}$, який створюється елементу провідника $d\vec{l}$, по якому тече струмом I

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I}{r^3} [\vec{dl}, \vec{r}], \quad (3.15)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, який виходить з початку вектора $d\vec{l}$ і закінчується в точці, де визначається елементарний вектор магнітної індукції $d\vec{B}$.

В скалярному запису закон Біо-Савара-Лапласа має вигляд

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (3.16)$$

де α – кут між векторами $d\vec{r}$ та $d\vec{l}$.

Магнітне поле нескінченного прямого провідника зі струмом

Модуль вектора магнітної індукції \vec{B} в деякій довільній точці, яка знаходиться на відстані R від нескінченного прямого провідника, по якому тече струм I , знаходиться за формулою

$$B = \frac{2 \mu_0 \mu I}{4\pi R}. \quad (3.17)$$

Напрямок вектора магнітної індукції \vec{B} знаходиться за **правилом правого гвинта** – якщо поступальний рух гвинта співпадає з напрямом струму в провіднику, то обертальний рух шляпки гвинта дає напрям вектора \vec{B} .

Магнітне поле скінченного прямого провідника зі струмом

Модуль вектора магнітної індукції \vec{B} поля, яке утворюється внаслідок струму I скінченного прямого провідника, визначається (рис. 3.1) за формулою

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3.18)$$

де кути α_1 і α_2 та відстань R відтворені на рис. 3.1.

Напрямок вектора \vec{B} , як і раніше, визначається за правилом "правого гвинта".

Магнітне поле в центрі кругового провідника зі струмом

Модуль вектора магнітної індукції \vec{B} в центрі кругового провідника радіусом R , по якому тече струм I , дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}. \quad (3.19)$$

Напрямок вектора магнітної індукції \vec{B} знаходиться за **правилом правого гвинта** – якщо обертальний рух гвинта співпадає з напрямком струму у провіднику, то поступальний рух гвинта вказує на напрям ветра магнітної індукції \vec{B} .

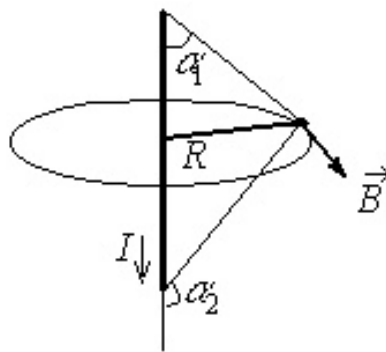


Рис. 3.1.

3.3. Закон Ампера

Закон Ампера визначає елементарну силу $d\vec{F}$, яка діє на елемент провідника $d\vec{l}$ зі струмом I , який знаходиться в магнітному полі \vec{B} ,

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (3.20)$$

Напрямок вектора $d\vec{F}$ згідно з властивостями векторного добутку за правилом "лівої руки" – ліву руку треба розташувати так, щоб лінії магнітної індукції входили в долонь, чотири пальці руки співпадали з напрямком струму в провіднику, тоді відхилений на прямий кут великий палець руки буде вказувати напрям сили. **Модуль вектора $d\vec{F}$** визначається за формулою

$$dF = I B dl \sin \alpha, \quad (3.21)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ та \vec{B} .

3.4. Магнітне поле рухомого заряду

Кожний заряд Q , що рухається у вакуумі або в деякому середовищі зі швидкістю \vec{v} утворює біля себе магнітне поле \vec{B} , яке залежить від векторного добутку вектора швидкості \vec{v} та радіус-вектора \vec{r} , який починається в місті положення зарядженої частинки в даний момент часу і закінчується в довільній точці простору, в якій у цей момент часу визначається вектор магнітної індукції \vec{B}

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu Q [\vec{v}, \vec{r}]}{4\pi r^3}. \quad (3.22)$$

Напрямок вектора магнітної індукції \vec{B} визначається за правилом "правого гвинта", – вектор \vec{B} співпадає з напрямком обертального руху гвинта, якщо поступальний рух співпадає з напрямком швидкості \vec{v} додатнього заряду.

Модуль вектора \vec{B} визначається за формулою

$$B = \frac{\mu_0 \mu Q v}{4\pi r^2} \sin \alpha, \quad (3.23)$$

де α – кут між векторами \vec{v} та \vec{r} .

3.5. Дія магнітного поля на заряд, що рухається

Дія магнітного поля на заряд Q , що рухається зі швидкістю \vec{v} визначається силою Лоренца $\vec{F}_{\text{Лор}}$, яка дорівнює

$$\vec{F}_{\text{Лор}} = Q [\vec{v}, \vec{B}], \quad (3.24)$$

де \vec{B} – вектор магнітної індукції в точці простору, де визначається сила Лоренца, яка діє на заряд Q .

Модуль сили $\vec{F}_{\text{Лор}}$ залежить від кута α між векторами \vec{v} та \vec{B}

$$F_{\text{Лор}} = Q v B \sin \alpha. \quad (3.25)$$

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом векторного добутку (правилом "правого гвинта"), або правилом "лівої руки" – ліву руку треба розташувати так, щоб силові лінії магнітного поля входили в долонь, четверо пальців руки співпадали з напрямком вектора швидкості додатнього заряду, тоді вітогнутий великий палець вкаже на напрям сили Лоренца.

Повна сила \vec{F} , яка діє на заряд Q , який рухається зі швидкістю \vec{v} в електричному \vec{E} та магнітному \vec{B} полях, визначається формулою Лоренца

$$\vec{F} = Q \vec{E} + Q [\vec{v}, \vec{B}]. \quad (3.26)$$

Заряд Q масою m_q , який влітає в однорідне магнітне поле ($B = \text{const}$), так, що має v_y -компоненту швидкості \vec{v} ($v_y = v \sin \alpha$, де α – кут між вектором v та силовими лініями поля), рухається вздовж спіралі з радіусом r

$$r = \frac{m_q v_y}{Q B}, \quad (3.27)$$

крок h якої залежить від величини проєкції $v_x = v \cos \alpha$ швидкості заряду на силові лінії однорідного магнітного поля

$$h = v_x T. \quad (3.28)$$

Період обертання T заряду в площині перпендикулярній до силових ліній поля не залежить від швидкості, з якою заряд влітає в магнітне поле

$$T = \frac{2\pi m_q}{B Q}. \quad (3.29)$$

Циклотронна частота ω теж не залежить від швидкості v заряду і дорівнює

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{B Q}{m_q}. \quad (3.30)$$

Ефект Хола

Ефект Хола – це виникнення в металі зі струмом I (або в напівпровіднику), які розміщені в магнітному полі \vec{B} , електричного поля \vec{E} в напрямку, який перпендикулярний до вектора магнітної індукції \vec{B} та вектора густини струму \vec{j} , або виникнення різниці потенціалів $\Delta\varphi$ між поверхнями металу (напівпровідника), що перпендикулярні до вектора \vec{E}

$$\Delta\varphi = R \frac{I B}{d}, \quad (3.31)$$

де R – опір металевого, або напівпровідникового зразка, d – товщина зразка вздовж силових ліній однорідного магнітного поля.

Магнітне поле соленоїда та тороїда

Магнітне поле соленоїда та тороїда знаходиться з **теорему про циркуляцію вектора магнітної індукції**: інтеграл по замкненому контуру L від скалярного добутку вектора магнітної індукції \vec{B} та вектора $d\vec{l}$ дорівнює алгебричній сумі струмів, які охоплює контур інтегрування L

$$\oint_L (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k. \quad (3.32)$$

Модуль однорідного магнітного поля $\vec{B}_{\text{сол}}$, що утворюється всередині соленоїда довжиною L , який складається з N витків, по яким тече струм I , дорівнює

$$B_{\text{сол}} = \frac{\mu_0 N I}{L}. \quad (3.33)$$

Модуль однорідного магнітного поля $\vec{B}_{\text{тор}}$, що утворюється всередині тороїда радіусом r , який складається з N витків, по яким тече струм I , дорівнює

$$B_{\text{тор}} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}. \quad (3.34)$$

3.6. Робота по переміщенню контура зі струмом в магнітному полі

Робота по переміщенню контура зі струмом в магнітному полі dA дорівнює

$$dA = I d\Phi, \quad \Rightarrow \quad A = I \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = I (\Phi_2 - \Phi_1) = I \Delta\Phi, \quad (3.35)$$

де I – струм в контурі; $d\Phi = (\vec{B} d\vec{S})$ – потік вектора \vec{B} крізь поверхню dS , яку утворює контур (або провідник) при його переміщенні в магнітному полі.

3.7. Закон Фарадея

Люба зміна в часі потоку вектора магнітної індукції Φ , який охоплено замкненим провідним контуром, призводить до утворення е.р.с ϵ_i в контурі

$$\epsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (3.36)$$

де знак "–" є наслідком **правила Ленца** і позначає те, що при зростанні потіка вектора магнітної індукції $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$ виникає відємна е.р.с. ($\epsilon_i < 0$), тобто магнітне поле ідукційного струму спрямовано назустріч магнітному полю, зміна потіка якого зумовлює е.р.с. індукції.

Індуктивність контуру

Індуктивність контуру L – коефіцієнт пропорційності між величиною струму I в контурі та величиною потіка Φ вектора магнітної індукції, яка індукується (згідно з законом Біо-Савара-Лапласа) струмом I ,

$$\Phi = L I. \quad (3.37)$$

Явище самоіндукції

Виникнення е.р.с. в провідному контурі при зміні в ньому величини струму називається **самоіндукцією**.

Екстраструми самоіндукції

Екстраструми самоіндукції виникають в провідних контурах, які містять опір R , елементи індуктивності L та електроємності C при відключенні I_- , або підключенні I_+ джерела струму. Експоненціальному змінюються в часі по експоненціальному закону: струм I_- зменшується, а струм I_+ зростає у часі

$$I_- = I_0 e^{-t/\tau}, \quad I_+ = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad (3.38)$$

де $\tau = \frac{L}{R}$ - час релаксації

3.8. Енергія магнітного поля

Енергія магнітного поля W соленоїда довжиною l та площиною поперечного зрізу S , який складається з N витків, по яким тече струм I , дорівнює

$$W = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{2l}. \quad (3.39)$$

Густина енергії однорідного магнітного поля $w = W/V$ дорівнює

$$w = \frac{B H}{2}, \quad (3.40)$$

де $H = B/\mu_0 \mu$ - модуль вектора напруженості однорідного магнітного поля.

Приклад №1. На рис. 3.2 наведено зріз двох прямолінійних нескінченних провідників зі струмом. Відстань AB між провідниками дорівнює 10 см. Струми в двох провідниках мають однаковий напрям і дорівнюють: $I_1 = 20$ А, $I_2 = 30$ А. Знайти вектор магнітної індукції \vec{B} магнітного поля, яке індукується струмами I_1 і I_2 , в точках M_1 і M_2 . Відстані дорівнюють: $M_1A = 2$ см, $M_2A = 5$ см, $M_2B = 12$ см.

$AB = 10 \text{ см}$	$AB = 0,1 \text{ м}$
$I_1 = 20 \text{ А}$	$I_1 = 20 \text{ А}$
$I_2 = 30 \text{ А}$	$I_2 = 30 \text{ А}$
$M_1A = 2 \text{ см}$	$M_1A = 0,02 \text{ м}$
$M_2A = 5 \text{ см}$	$M_2A = 0,05 \text{ м}$
$M_2B = 12 \text{ см}$	$M_2B = 0,12 \text{ м}$
$B_{M_1}, B_{M_2} = ?$	

Згідно з принципом суперпозиції магнітних полів вектор індукції \vec{B}_{M_1} в довільній точці простору дорівнює векторній сумі векторів \vec{B}_1 і \vec{B}_2 , які індукуються струмами I_1 та I_2 . Напрямок векторів \vec{B}_1 і \vec{B}_2 визначається за правилом "правого гвинта" як зображено на рис. 3.2

$$\vec{B}_{M_1} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \quad (3.41)$$

Оскільки струми I_1 та I_2 спрямовані в одному і тому ж напрямку, від векторної суми можна перейти до скалярної суми, яка визначає модуль вектора \vec{B}_{M_1}

$$B_{M_1} = B_1 + B_2. \quad (3.42)$$

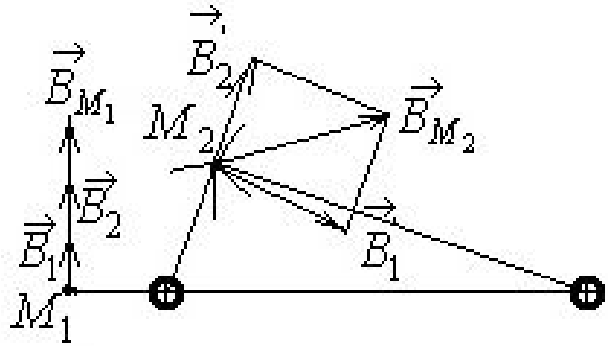


Рис. 3.2.

Напрямок вектора \vec{B}_{M_1} в точці M_1 , яка лежить на лінії, що є продовженням відрізка, який з'єднує точки A і B , через які проходять провідники зі струмом, співпадає з напрямком векторів \vec{B}_1 і \vec{B}_2 .

Модуль векторів \vec{B}_1 і \vec{B}_2 , які індукуються нескінченними провідниками зі струмом визначаються за формулами

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi r_1}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 \mu I_2}{2\pi r_2}, \quad (3.43)$$

де, виходячи з рис. 3.2, $r_1 = M_1A = 0,02 \text{ м}$ і $r_2 = AB + M_1A = 0,12 \text{ м}$ – відстані від провідників до точки M_1 .

Звідки модуль вектора \vec{B}_{M_1} дорівнює

$$B_{M_1} = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi} \left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right). \quad (3.44)$$

Після підстановки числових значень маємо

$$B_{M_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-4}}{2\pi} \cdot \left(\frac{20}{0,02} + \frac{30}{0,12} \right) = 2,5 \cdot 10^{-4} [\text{Тл}]. \quad (3.45)$$

Перевіримо розмірність відповіді, враховуючи що магнітна стала має розмірність H/A^2

$$[B_{M_1}] = \left[\frac{\text{H}}{\text{A}^2} \cdot \left(\frac{\text{A}}{\text{м}} \right) \right] = [\text{H}/(\text{A м})] = [\text{Тл}]. \quad (3.46)$$

Знайдемо вектор \vec{B}_{M_2}

$$\vec{B}_{M_2} = \vec{B}'_1 + \vec{B}'_2, \quad (3.47)$$

де \vec{B}'_{M_1} і \vec{B}'_{M_2} – вектори магнітної індукції, які індукуються в точці M_2 відповідно струмами I_1 та I_2 , які течуть по прямих паралельних нескінченних провідниках (рис. 3.2).

Модулі векторів \vec{B}'_{M_1} і \vec{B}'_{M_2} , як і раніше, визначаються за формулами

$$B'_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi r_3}; \quad B'_2 = \frac{\mu_0 \mu I_2}{2\pi r_4}, \quad (3.48)$$

де $r_3 = M_2A = 0,05$ м; $r_4 = M_2B = 0,12$ м – відстані відповідно від провідників зі струмами I_1 та I_2 .

Оскільки вектори \vec{B}'_{M_1} , \vec{B}'_{M_2} неколінеарні, (рис. 3.2) модуль вектора \vec{B}_{M_2} знайдем, використавши теорему косінусів

$$B_{M_2} = \sqrt{(B'_1)^2 + (B'_2)^2 + 2 B'_1 B'_2 \cos \varphi}, \quad (3.49)$$

де φ – кут між векторами \vec{B}'_{M_1} і \vec{B}'_{M_2} .

Отже вектор \vec{B}_{M_2} дорівнює

$$B_{M_2} = \sqrt{\frac{I_1^2}{r_3^2} + \frac{I_2^2}{r_4^2} + \frac{2 I_1 I_2}{r_3 r_4} \cos \varphi}. \quad (3.50)$$

Знайдемо $\cos \varphi = \angle AM_2B$ в трикутнику AM_2B , використавши теорему косінусів,

$$(AB)^2 = r_3^2 + r_4^2 - 2 r_3 r_4 \cos \varphi. \quad (3.51)$$

Звідки

$$\cos \varphi = \frac{r_3^2 + r_4^2 - (AB)^2}{2 r_3 r_4}. \quad (3.52)$$

найдемо числове значення $\cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40} = 0,575. \quad (3.53)$$

Згідно з формулою (154) числове значення модуля вектора \vec{B}_{M_2} дорівнює

$$B_{M_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \sqrt{\frac{20^2}{0,05^2} + \frac{30^2}{0,12^2} + \frac{2 \cdot 20 \cdot 30}{0,05 \cdot 0,12} \cdot 0,575} = 943,4 \cdot 10^{-7} [\text{Тл}]. \quad (3.54)$$

Відповідь: $B_{M_1} = 2,5 \cdot 10^{-4}$ Тл ; $B_{M_2} = 943,4 \cdot 10^{-7}$ Тл.

Приклад №2. Вздовж кільця з мідного провідника з площиною перерізу 1 мм^2 йде струм величиною 10 А . В розрив кільця включена різниця потенціалів $0,15 \text{ В}$. Знайти індукцію магнітного поля в центрі кільця.

$I = 10 \text{ А}$	$I = 10 \text{ А}$
$S = 1 \text{ мм}^2$	$S = 10^{-6} \text{ м}^2$
$U = 0,15 \text{ В}$	$U = 0,15 \text{ В}$
$\rho_{\text{мідн}} = 0,17 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$	$\rho_{\text{мідн}} = 0,17 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
$\mu_0 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$	$\mu_0 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$
$\mu = 1$	$\mu = 1$
	$B = ?$

З визначення модуль вектора \vec{B} магнітної індукції в центрі кільця радіусом r , по якому тече струм I , дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}. \quad (3.55)$$

Згідно з законом Ома для ділянки кола, яка включає опір R (в даному випадку R – опір всього кільця) і різницю потенціалів U , можна написати рівняння

$$U = I R. \quad (3.56)$$

Опір R мідного провідника пропорційний довжині l провідника і обернено пропорційний площі S поперечного зрізу провідника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.57)$$

де l – довжина провідника, в даному це довжина кільця радіусом r , яка дорівнює

$$l = 2\pi r \quad (3.58)$$

Звідки

$$R = \rho \frac{2\pi r}{S}, \quad \Rightarrow \quad U = I \rho \frac{I 2\pi r}{S}. \quad (3.59)$$

З останньої формули знайдемо радіус r мідного кільця

$$r = \frac{U S}{I 2\pi \rho}. \quad (3.60)$$

Звідки остаточно отримаємо, що

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r} = \frac{\mu_0 \mu \pi \rho I^2}{U S}. \quad (3.61)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 3,14 \cdot 0,17 \cdot 10^{-7} \cdot 10^2}{0,15 \cdot 10^{-6}} [\text{Тл}] = 44 \cdot 10^{-6} [\text{Тл}]. \quad (3.62)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини, враховуючи, що розмірність вектора магнітної індукції дорівнює $[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$

$$[B] = \frac{\text{Н} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{В} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \text{Тл}. \quad (3.63)$$

Відповідь: $B = 44 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$.

Приклад №3. Напруженість магнітного поля H в центрі колового витка, радіус якого $r = 10 \text{ см}$, дорівнює $H = 40 \text{ А/м}$. Визначити відстань на осі симетрії витка від центру витка до точки, де напруженість магнітного поля не перевищує значення $H_1 \leq 15 \text{ А/м}$.

$H =$	40 А/м	$H =$	40 А/м
$r \leq$	10 см	$r \leq$	$0,1 \text{ м}$
$H_1 =$	15 А/м	$H_1 =$	15 А/м
$\mu_0 =$	$4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$	$\mu_0 =$	$4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$
$\mu =$	1	$\mu =$	1
		$r_1 \leq$	$?$

Відомо, що модуль вектора магнітної індукції \vec{B} в центрі колового витка дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}. \quad (3.64)$$

скільки напруженість магнітного поля $H = \frac{B}{\mu_0 \mu}$, напруженість магнітного поля в центрі колового витка дорівнює

$$H = \frac{I}{2r}. \quad (3.65)$$

Звідки можна знайти струм вздовж витка, який утворює, згідно з умовою задачі, напруженість $H = 40 \text{ А/м}$ в центрі колового витка

$$I = 2 H r. \quad (3.66)$$

Тобто струм, що тече вздовж витка дорівнює величині

$$I = 2 \cdot 40 \cdot 0,1 [\text{м}] = 8 [\text{м}]. \quad (3.67)$$

Відомо, що напруженість магнітного поля H_1 в точці на осі симетрії колового витка на відстані r_1 від площини кільця дорівнює

$$H_1 = \frac{I r^2}{\sqrt{(2(r^2 + r_1^2))^3}} \quad (3.68)$$

Звідки знайдемо, на якій відстані r_1 від площини кільця напруженість поля не буде перевищувати значення $H_1 \leq 15$ А/м

$$4(r^2 + r_1^2)^3 H_1^2 = I^2 r^4, \quad (3.69)$$

або

$$\sqrt[3]{4} (r^2 + r_1^2) \sqrt[3]{H_1^2} = \sqrt[3]{I^2 r^4}.$$

Звідки

$$r^2 + r_1^2 = \sqrt[3]{\frac{I^2 r^4}{4 H_1^2}} \Rightarrow r_1 = \sqrt[2]{\left(\frac{I^2 r^4}{4 H_1^2}\right)^{1/3} - r^2}. \quad (3.70)$$

Після підстановки числових значень, отримаємо

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{8^2 \cdot 0,1^4}{4 \cdot 15^2}\right)^{1/3} - 0,1^2} \text{ [м]} \simeq 0,6 \text{ [м]}. \quad (3.71)$$

Отже, відстань від площини витка не повинна перевищувати значення 0,6 м, щоб напруженість магнітного поля не перевищувала значення 15 А/м.

Перевіримо розмірність відповіді

$$[r_1] = \sqrt{\left(\frac{\text{А}^2 \cdot \text{м}^4}{(\text{А/м})^2}\right)^{1/3} - \text{м}^2} = \sqrt{(\text{м}^6)^{1/3} - \text{м}^2} = \text{м} \quad (3.72)$$

Відповідь: $r_1 \leq 0,6$ м.

Приклад №4. Вздовж провідникової рамки, яка має форму рівнобічного п'ятикутника, тече струм $I = 100$ А. Довжина сторони п'ятикутника $a = 10$ см. Визначити індукцію \vec{B} магнітного поля в центрі п'ятикутника – в точці яка розташована на рівних відстанях від всієї вершин п'ятикутника.

$I = 100$ А	$I = 100$ А
$a = 10$ см	$a = 0,1$ м
	$B = ?$

Кожна сторона п'ятикутника, по якій тече струм $I = 100$ А, ідує магнітне

поле \vec{B}_i . Вектори магнітної індукції \vec{B}_i в центрі п'ятикутника від кожного з однакових струмів I , однакові за модулем і спрямовані (згідно з правилом правого гвинта) перпендикулярно до площини п'ятикутника (рис. 3.3). Тому модуль вектора \vec{B} згідно з принципом суперпозиції полів суми при дорівнює алгебраїчній сумі модулів векторів \vec{B}_i

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^5 \vec{B}_i \quad \Rightarrow \quad B = \sum_{i=1}^5 B_i. \quad (3.73)$$

Враховуючи те, що кожний з п'яти векторів \vec{B}_i тотожно дорівнюють один одному, останній вираз приймає вигляд

$$B = 5 B_1. \quad (3.74)$$

Модуль вектора \vec{B}_i визначається за формулою

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3.75)$$

де відстань r_0 , кути α_1 та α_2 відображені на рис. 3.3.

Враховуючи, що $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$ (рис. 3.3), і те, що $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$, формулу (162) можна представити у вигляді

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r_0} \cdot \cos \alpha_1 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{5 \mu_0 \mu I}{2\pi r_0} \cdot \cos \alpha_1, \quad (3.76)$$

Знайдемо r_0 та α_1 з рівнобічного трикутника AOC : кут $\angle AOC = \varphi = \frac{2\pi}{5} = 72^\circ$, тому кут $\alpha_1 = \frac{2\pi - \varphi}{2} = 54^\circ$. Найкоротша відстань від центру п'ятикутника до його сторони дорівнює (рис. 3.3)

$$r_0 = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (3.77)$$

Звідки

$$B = \frac{5 \pi \mu_0 \mu I}{\pi a \operatorname{tg} 54^\circ} \cos 54^\circ. \quad (3.78)$$

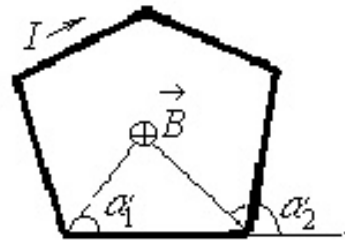


Рис. 3.3.

Підставивши числові значення, отримаємо величину модуля вектора магнітної індукції \vec{B} в центрі п'ятикутного провідника зі струмом (у вакуумі $\mu = 1$)

$$B = \frac{5 \cdot 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 100 \cdot 0,59}{\pi \cdot 0,1 \cdot 1,38} = 0,85 \cdot 10^{-3} [\text{Тл}]. \quad (3.79)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини

$$[B] = \left[\frac{\frac{\text{Н} \cdot \text{А}}{\text{А}^2}}{\text{м}} \right] = \left[\frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \right] = [\text{Тл}]. \quad (3.80)$$

Відповідь: $B = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$.

Приклад №5. Металевий стержень (провідник) довжиною $l = 15 \text{ см}$ розташований перпендикулярно до нескінченно довгого прямого провідника, по якому тече струм $I = 2 \text{ А}$. Знайти силу, яка діє на стержень, з боку магнітного поля, яке утворюється провідником, якщо по стержню тече струм $I_1 = 0,5 \text{ А}$, відстань від нескінченно довгого провідника до найближчого кінця стержня дорівнює $r = 5 \text{ см}$.

$I =$	2 А	$I =$	2 А
$l =$	15 см	$l =$	$15 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$r =$	5 см	$r =$	$5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$I_1 =$	$0,5 \text{ А}$	$I_1 =$	$0,5 \text{ А}$
$\mu_0 =$	$4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$	$\mu_0 =$	$12,56 \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$
$\mu =$	1	$\mu =$	1
		$F =$	$?$

За законом Біо-Савара-Лапласа струм I , який тече вздовж нескінченно довгого провідника (рис. 3.4), утворює магнітне поле. Причому напрям вектора магнітної індукції \vec{B} визначається за правилом правого гвинта і на довільній відстані від провідника лежить в площині, яка є перпендикулярною до напрямку струму в провіднику. Тобто, якщо струм I в провіднику тече вертикально до долу, то в усіх точках, які лежать на стержні, вектор \vec{B}_x направлений перпендикулярно до нього і до нас. Модуль вектора \vec{B}_x в довільній точці x на стержні згідно з законом Біо-Савара-Лапласа дорівнює

$$B_x = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi x} \quad (3.81)$$

На нескінченно малий відрізок стержня dx , який знаходиться на деякій довільній відстані x від нескінченного прямого провідника, згідно з законом Ампера,

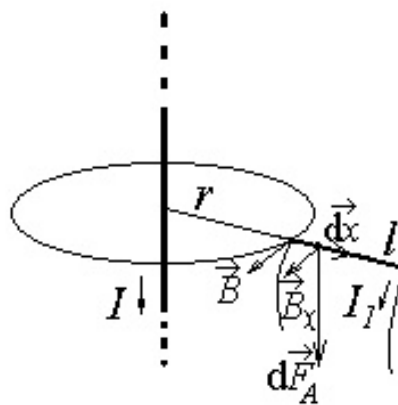


Рис. 3.4.

діє сила $d\vec{F}_A$ модуль якої пропорційний струму I_1 , що тече вздовж стрижня, і пропорційний модулю вектора магнітної індукції \vec{B}_x в даній точці стрижня на відстані x від нього і дорівнює

$$dF_A = I_1 B_x dx \sin \alpha, \quad \Rightarrow \quad dF_A = \frac{\mu_0 \mu I I_1 dx}{2\pi x}, \quad (3.82)$$

де α – кут між векторами \vec{B}_x і $d\vec{x}$, який за умовою даної задачі дорівнює 90° , і тому $\sin \alpha = 1$.

Всі нескінченно малі сили $d\vec{F}_A$ за правилом векторного добутку векторів \vec{B}_x та $d\vec{x}$ (правила лівої руки) лежать в площині рисунка і спрямовані вертикально до гори. Тому модуль сумарної сили F_A дорівнює сумі всіх нескінченно малих сил $d\vec{F}_A$, коли x пробігає значення від r до $r + l$ або

$$F_A = \int_r^{r+l} dF_A = \int_r^{r+l} \frac{\mu_0 \mu I I_1 dx}{2\pi x} = \frac{\mu_0 \mu I I_1}{2\pi} \int_r^{r+l} \frac{dx}{x}. \quad (3.83)$$

Після інтегрування маємо

$$F_A = \frac{\mu_0 \mu I I_1}{2\pi} \ln x \Big|_r^{r+l} = \frac{\mu_0 \mu I I_1}{2\pi} \ln \frac{r+l}{r}. \quad (3.84)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$F_A = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0,5}{2 \cdot 3,14} \ln \frac{5 \cdot 10^{-2} + 15 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}} [\text{Н}] = 2,8 \cdot 10^{-7} [\text{Н}]. \quad (3.85)$$

Перевіримо розмірність відповіді

$$[F_A] = \frac{\text{Н} \cdot \text{А}^2}{\text{А}^2} = \text{Н} \quad (3.86)$$

Відповідь: $F_A = 2,8 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$.

Приклад №6. В однорідному магнітному полі, індукція якого становить $B = 2 \text{ Тл}$ (вектор магнітної індукції \vec{B} складає кут $\alpha = 30^\circ$ з вертикаллю), вертикально вгору починає рухатися прямий провідник масою $m = 2 \text{ кг}$, вздовж якого тече струм $I = 4 \text{ А}$. Через $t=3 \text{ с}$ після початку руху провідник має швидкість $v=10 \text{ м/с}$. Визначити довжину провідника.

B	$=$	2 Тл
I	$=$	4 А
α	$=$	30°
m	$=$	2 кг
t	$=$	3 с
v	$=$	10 м/с
l	$=$?

На провідник, що рухається в магнітному полі діють (рис. 3.5) дві сили: сила тяжіння $\vec{p} = m\vec{g}$ та сила Ампера \vec{F}_A , напрям якої визначається за правилом векторного добутку векторів \vec{l} та \vec{B} (за правилом лівої руки). Причому, напрям вектора \vec{F}_A перпендикулярний до векторів \vec{l} та \vec{B} (рис. 3.5), а модуль сили \vec{F}_A дорівнює

$$F_A = IlB \sin \beta = IlB, \quad (3.87)$$

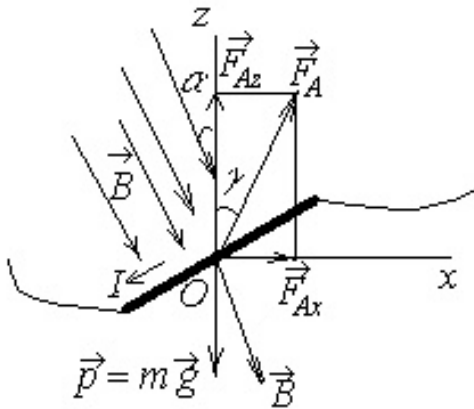


Рис. 3.5.

де l та $\beta = 90^\circ$ – відповідно шукана довжина провідника, що рухається в магнітному полі, та кут між векторами \vec{l} та \vec{B} .

Вектор \vec{F}_A можна розкласти на дві компоненти: вздовж осі Ox – \vec{F}_{Ax} та вздовж осі Oz – \vec{F}_{Az} . Вектор \vec{F}_{Ax} діє на провідник в напрямку, який є перпендикулярним до вектора швидкості провідника і при розгляді руху провідника вздовж вертикалі вгору складову силу \vec{F}_{Ax} можна не враховувати.

Складова сила \vec{F}_{Az} визначає рух провідника вздовж осі Oz . Модуль цієї сили дорівнює

$$F_{Az} = F_A \cos \gamma = F_A \sin \alpha, \quad (3.88)$$

де $\gamma = 90^\circ - \alpha$ – кут між віссю Oz та вектором F_A .

Згідно з другим законом Ньютона, прискорений рух провідника вздовж осі Oz відбувається завдяки дії рівнодіючої сил $\vec{p} = m\vec{g}$ та \vec{F}_{Az} . Тобто

$$\vec{F}_{Az} - \vec{p} = \vec{F}_{Az} - m\vec{g} = m\vec{a}. \quad (3.89)$$

Враховуючи, що $F_{Az} = IlB \sin \alpha$, перепишемо рівняння Ньютона в скалярному вигляді (проекція на вісь Oz)

$$IlB \sin \alpha - mg = ma. \quad (3.90)$$

Звідки

$$l = \frac{m(a + g)}{I B \sin \alpha}. \quad (3.91)$$

Прискорення руху провідника a знайдемо з рівняння $a = v/t$, Тоді остаточно довжина провідника дорівнює

$$l = \frac{m(v/t + g)}{I B \sin \alpha}. \quad (3.92)$$

Після підстановки числових величин отримаємо

$$l = \frac{2(10/3 + 9,8)}{4 \cdot 2 \cdot 0,5} [\text{м}] = 6,55 [\text{м}]. \quad (3.93)$$

Перевіримо розмірність відповіді

$$[l] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2}{\text{А} \cdot \text{Н}/(\text{А} \cdot \text{м})} = \frac{\text{Н} \cdot \text{А} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{Н}} = \text{м}. \quad (3.94)$$

Відповідь: $l = 6,55 \text{ м}$.

Приклад №7. В однородному магнітному полі, індукція якого дорівнює $B = 0,6 \text{ Тл}$, рівномірно переміщується провідник довжиною $l = 20 \text{ см}$, розташований перпендикулярно до силових ліній магнітного поля ($\beta = 90^\circ$). По провіднику тече струм $I = 4 \text{ А}$. Знайти швидкість, з якою необхідно переміщувати провідник, яка складає кут 30° до ліній магнітного поля, щоб потужність p , з якою буде переміщено провідник, не буде перевищувати величину 1 Вт .

$B = 0,6 \text{ Тл}$	$B = 0,6 \text{ Тл}$
$l = 20 \text{ см}$	$l = 0,2 \text{ м}$
$\beta = 90^\circ$	$\beta = 90^\circ$
$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 30^\circ$
$p \leq 0,1 \text{ Вт}$	$p \leq 0,1 \text{ Вт}$
	$v = ?$

Відомо, що сила з якою магнітне поле діє на провідник зі струмом, це сила Ампера \vec{F}_A , яка дорівнює

$$\vec{F}_A = I [\vec{l}, \vec{B}] \quad \Rightarrow \quad F_A = I B \sin \beta = I B, \quad (3.95)$$

де $\beta = 90^\circ$ ($\sin \beta = 1$) – кут між напрямом провідника та вектором магнітної індукції \vec{B} .

Відомо, що потужність p , яку необхідно розвинути проти сили Ампера \vec{F}_A для

рівномірного переміщення провідника в магнітному полі, дорівнює

$$p = (\vec{v} \vec{F}) = -(\vec{v} \vec{F}_A) = -F_A v \cos \gamma, \quad (3.96)$$

де γ – кут напрямом вектра швидкості та вектором сили \vec{F} . Знак ”–” свідчить про те, що зовнішня сили \vec{F} спрямована проти сили \vec{F}_A , тобто $\vec{F} = -\vec{F}_A$.

Виходячи з визначення сили Ампера як векторного добутку, можна стверджувати, що \vec{F}_A є перпендикулярним до векторів \vec{B} та \vec{l} , кут γ дорівнює

$$\gamma = 90^\circ - \alpha \quad \Rightarrow \quad \cos \gamma = \sin \alpha = \sin 30^\circ = 0,5. \quad (3.97)$$

Тому потужність, яку необхідно розвинути для переміщення провідника в напрямку проти сили Ампера, дорівнює

$$p = -F_A v \cos \gamma = -0,5 I l B v. \quad (3.98)$$

Знак ”–” свідчить про те, що роботу по переміщенню порвідника у магнітному полі виконує зовнішня сила \vec{F} (тобто виконуємо ми), яка спрямована прити сили Ампера $\vec{F} = -\vec{F}_A$.

Звідки швидкість, з якою переміщується провідник, щоб потужність не перевищувала значення 0,1 Вт, не повинна бути перевищувати значення

$$0,1 \geq -0,5 I l B v \quad \Rightarrow \quad -v \leq \frac{0,1}{0,5 I l B}. \quad (3.99)$$

Знак ”–” перед швидкістю говорить про те, що вона спрямована у протележний бік порівняно з напрямом сили Ампера.

Після підстановки числових значень, отримаємо, що мдуль швидкості не більше, ніж

$$v \leq \frac{0,1}{0,5 \cdot 4 \cdot 0,2 \cdot 0,6} \simeq 0,42 \text{ [м/с]}.. \quad (3.100)$$

Перевіримо розмірність отриманого значення

$$[v] = \frac{\text{Дж/с}}{A \cdot \text{м} \cdot \text{Н/А м}} = \frac{\text{Н м/с}}{A \cdot \text{м} \cdot \text{Н/(А м)}} = \text{м/с}. \quad (3.101)$$

Відповідь: $v \leq 0,42 \text{ м/с}$.

Приклад №8. Провідний квадратний контур зі стороною $a = 10 \text{ см}$, по якому тече струм $I = 100 \text{ А}$, вільно установився в однорідному магнітному полі $\vec{B} = 1 \text{ Тл}$. Визначити роботу A , яку виконують зовнішні сили, для повороту провідного контуру відносно осі, яка проходить крізь його середину і середини

його протилежних сторін на кути: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$ і 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При обертанні контуру струм в ньому залишається незмінним.

$a = 10 \text{ см}$	$a = 0,1 \text{ м}$
$I = 100 \text{ А}$	$I = 100 \text{ А}$
$B = 1 \text{ Тл}$	$B = 1 \text{ Тл}$
$\varphi_1 = 90^\circ$	$\varphi_1 = 90^\circ$
$\varphi_2 = 3^\circ$	$\varphi_2 = 3^\circ$
$A_1, A_2 = ?$	

Відомо, що модуль вектора магнітного моменту $\vec{p}_m = \vec{n} I S$ (S – площа контуру, \vec{n} – вектор нормалі до площини контуру) дорівнює

$$p_m = I S = I a^2. \quad (3.102)$$

На контур, який знаходиться в однорідному магнітному полі \vec{B} , діє момент сили $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$, модуль якого дорівнює,

$$M = p_m B \sin \varphi, \quad (3.103)$$

де φ – кут між вектором \vec{p}_m (або \vec{n}) та \vec{B} .

Відомо, що елементарна робота dA , яку виконують зовнішні сили, для повороту провідної рамки на нескінченно малий кут $d\varphi$ дорівнює скалярному добутку вектора момета сили \vec{M} і вектора $d\vec{\varphi}$ (причому, вектори \vec{M} та $d\vec{\varphi}$ колінійні і спрямовані вздовж осі обертання провідної рамки, тобто кут θ між цими векторами в скалярному добутку дорівнює нулю, або π і $|\cos \theta| = 1$)

$$dA = (\vec{M}, d\vec{\varphi}) = M d\varphi. \quad (3.104)$$

Для визначення роботи, яку необхідно виконати для повороту провідної рамки на фіксований кут, необхідно знайти числове значення інтегралу

$$A = \int_0^\varphi M d\varphi = I B a^2 \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi. \quad (3.105)$$

При обертанні рамки зі струмом на 90° необхідно виконати роботу A_1 , що дорівнює

$$A_1 = I B a^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = I B a^2 \left(-\cos \varphi \Big|_0^{\pi/2} \right) = I B a^2. \quad (3.106)$$

При обертанні рамки зі струмом на малий кут 3° підінтегральну функцію $\sin \varphi$ замінюється на функцію φ , бо $\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi}{\varphi} = 1$. Тобто робота A_2 дорівнює

$$A_2 = I B a^2 \int_0^\varphi \varphi d\varphi = \frac{1}{2} I B a^2 \varphi^2 \Big|_0^\varphi . \quad (3.107)$$

Для визначення числового значення A_2 треба кут φ в (173) виразити у радіанах: $3^\circ = 0,0524$ рад.

Після підстановки числових значень отримуємо A_1 і A_2

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 = 1 \text{ (Дж)} \quad (3.108)$$

та

$$A_2 = 0,5 \cdot 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0524)^2 = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)} \quad (3.109)$$

Дану задачу можна роз'язати іншим шляхом, використавши формулу для знаходження роботи зовнішніх сил, щоб повернути рамку на кут φ

$$A = -I \Delta \Phi = I (\Phi_2 - \Phi_1), \quad (3.110)$$

де Φ_1 і Φ_2 відповідно потік вектора магнітної індукції до початку обертання ($\varphi_1 = 0$) і після обертання ($\varphi_2 = \pi/2$). Причому, виходячи з рис. 3.5, $\Phi_2 = 0$, а $\Phi_1 = B S$. Тому

$$A = I B S = I B a^2. \quad (3.111)$$

Відповідь: $A_1 = 1$ Дж, $A_2 = 1,37 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Приклад №9. Електрон, який прискорюється різницею потенціалів $U = 400$ В, потрапляє в однорідне магнітне поле, напруженість якого $H = 1$ кА/м. Визначити радіус кола r та частоту обертання ν електрона в магнітному полі. Вектор швидкості \vec{v} спрямовано під кутом 90° до вектора напруженості магнітного поля \vec{H} .

q_e	$=$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	Кл
U	$=$	400	В
H	$=$	10^3	А/м
α	$=$	90°	
μ_0	$=$	$4\pi \cdot 10^{-7}$	Н/А ²
μ	$=$	1	
r	$=$	$?$	
ν	$=$	$?$	

На електрон, який після прискорення зі швидкістю \vec{v} влітає в однорідне магнітне поле, діє сила Лоренца \vec{F}_L

$$\vec{F}_L = q_e [\vec{v}, \vec{B}] \quad \Rightarrow \quad F_L = q_e v B \sin \alpha = q_e v B. \quad (3.112)$$

Виходячи з того, що $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, якщо електрон рухається у вакуумі, отримаємо,

$$F_L = \mu_0 q_e v H \quad (3.113)$$

Оскільки електрон влітає в магнітне поле під кутом 90° до вектора напруженості поля \vec{H} , він рухається в магнітному полі по колу радіусом r

$$r = \frac{m_e v}{q_e B} = \frac{m_e v}{\mu_0 q_e H}. \quad (3.114)$$

Знайдемо швидкість v електрона після проходження різниці потенціалів U , після чого він отримує запас кінетичної енергії $\frac{m_e v^2}{2}$ за рахунок роботи $A = q_e U$, яку виконує електричне поле при прискоренні електрону. Тому

$$v = \sqrt{\frac{2 q_e U}{m_e}}. \quad (3.115)$$

Після підстановки v вираз для r , отримаємо

$$r = \sqrt{\frac{2 m_e U}{\mu_0^2 q_e H^2}}, \quad (3.116)$$

де $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Визначимо числове значення радіусу

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 400}{(4\pi \cdot 10^{-7})^2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (10^3)^2}} = 5,37 \cdot 10^{-2} \text{ [м]}. \quad (3.117)$$

Перевіримо розмірність:

$$[r] = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{В}}{(\text{Н}/\text{А}^2)^2 \cdot \text{Кл} \cdot (\text{А}/\text{м})^2}} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{Дж}}{(\text{Н}/\text{А}^2)^2 \cdot \text{Кл}^2 \cdot (\text{А}/\text{м})^2}} = \quad (3.118)$$

$$= \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{Н}^2 \cdot \text{Кл}^2}} = \sqrt{\frac{\text{Н}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{Н}^2}} = \text{м}. \quad (3.119)$$

Відомо, що період T обертання зряду по колу в магнітному полі не залежить від швидкості електрону і дорівнює

$$T = \frac{2\pi m_e}{q_e B} = \frac{2\pi m_e}{\mu_0 q_e H}. \quad (3.120)$$

Оскільки частота $\nu = 1/T$, отримаємо

$$\nu = \frac{\mu_0 q_e H}{2\pi m_e}. \quad (3.121)$$

В числовому вигляді частота ν дорівнює

$$\nu = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3}{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 3,52 \cdot 10^7 \text{ [с}^{-1}\text{]}. \quad (3.122)$$

Перевіримо розмірність

$$[\nu] = \left[\frac{\mu_0 q_e H}{2\pi m_e} \right] = \frac{\left(\text{Н/А}^2 \right) \cdot \text{Кл} \cdot \text{А/м}}{\text{кг}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{с}}{\text{А}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{с}}{\text{А}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2} = \text{с}^{-1}. \quad (3.123)$$

Відповідь: $r = 5,37 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ і $\nu = 3,52 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$.

Задача №22. Плоский провідний контур площиною $S = 0,25 \text{ м}^2$ знаходиться в однорідному магнітному полі з $B = 0,5 \text{ Тл}$. Визначити потік вектора магнітної індукції $\vec{\Phi}$, який пронизує контур, якщо площа його становить кут $\varphi = 60^\circ$ по відношенню до напрямку вектора магнітної індукції \vec{B} . Знайти роботу магнітного поля по переміщенню контура в точку простору, де індукція магнітного поля дорівнює нулю і по контуру тече струм $I = 100 \text{ А}$.

φ	=	60°
S	=	$0,25 \text{ м}^2$
B	=	$0,5 \text{ Тл}$
I	=	100 А
A_B	=	?
Φ	=	?

Потік вектора магнітної індукції $\vec{\Phi}$ визначається як скалярний добуток

$$\Phi = \left(\vec{B} d\vec{S} \right) = B S \cos \beta, \quad (3.124)$$

де β – кут між вектором \vec{B} та вектором додатньої нормалі $k\vec{n}$ до площини рамки.

В умові задачі дається кут між площиною рамки та вектором \vec{B} . Тому

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 30^\circ. \quad (3.125)$$

Робота A_B , яку виконує магнітне поле для переміщення контура зі струмом дорівнює

$$A_B = I(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (3.126)$$

де $\Phi_1 = B S \cos \beta$ та $\Phi_2 = 0$ – відповідно потік вектора магнітної індукції до початку і в кінці переміщення рамки.

Враховуючи те, що за умовою задачі $\Phi_2 = 0$, отримаємо

$$A_B = -I\Phi_1 = -I B S \cos \beta = -I B S \cos 30^\circ = -I B S \cdot 0,866. \quad (3.127)$$

Після підстановки числових значень отримуємо потік вектора магнітної індукції Φ_1

$$\Phi_1 = 0,5 \cdot 0,25 \cdot 0,866 = 0,108 \text{ [Вб]}. \quad (3.128)$$

Робота магнітного поля A_B для переміщення рамки зі струмом дорівнює

$$A_B = -I\Phi_1 = I B S \cos \beta = 100 \cdot 0,5 \cdot 0,25 \cdot 0,866 = -10,8 \text{ [Дж]}. \quad (3.129)$$

Відповідь: $\Phi_1 = 0,108 \text{ Вб}$; $A_B = -10,8 \text{ Дж}$.

Приклад №10. Соленоїд площиною $S = 5 \text{ см}^2$ має $N = 1200$ витків. При струмі $I = 2 \text{ А}$ індукція магнітного поля всередині соленоїда дорівнює $B = 0,01 \text{ Тл}$. Визначити індуктивність L соленоїда та енергію W магнітного поля соленоїда

$S = 5 \text{ см}^2$	$S = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
$N = 1200 \text{ (витк.)}$	$N = 1200 \text{ (витк.)}$
$I = 2 \text{ А}$	$I = 2 \text{ А}$
$B = 0,01 \text{ Тл}$	$B = 0,01 \text{ Тл}$
	$L = ?$
	$W = ?$

Відомо, що потік вектор магнітної індукції Φ , який є зцепленим з провідним контуром, пропорційний величині струму, який тече вздовж контура, а коефіцієнт пропорційності дорівнює індуктивності L контура

$$\Phi = L I, \quad (3.130)$$

Виходячи з того, що соленоїд має 1200 витків, потік вектора магнітної індукції Φ_1 через площу одного витка дорівнює

$$\Phi_1 = B S, \quad (3.131)$$

ф потік вектора індукції Φ через соленоїд буде складати величину, яка в N -разів більша

$$\Phi = N B S. \quad (3.132)$$

відки

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N B S}{I}. \quad (3.133)$$

Після підстановки числових значень отримаємо

$$L = \frac{1200 \cdot 0,01 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{2} = 3 \cdot 10^{-3} [\text{Гн}]. \quad (3.134)$$

Перевіримо розмірність відповіді

$$[L] = \frac{\frac{\text{Н м}^2}{\text{А м}}}{\text{А}} = \frac{\text{Н м}}{\text{А}^2} = \frac{\text{Тл м}^2}{\text{А}} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн}. \quad (3.135)$$

вісно, що енергія магнітного поля дорівнює

$$W = \frac{L I^2}{2} = \frac{\frac{NBS}{I} I^2}{2} = \frac{NBSI}{2}. \quad (3.136)$$

Після підстановки числових значень, отримаємо

$$W = \frac{L I^2}{2} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 2^2}{2} = 6 \cdot 10^{-3} [\text{Дж}]. \quad (3.137)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини

$$[W] = \left[\frac{L I^2}{2} \right] = \frac{\text{Тл м}^2}{\text{А}} = \frac{\text{Н м}}{\text{А}^2} = \text{Н м} = \text{Дж}. \quad (3.138)$$

Відповідь: $W = 6 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Приклад №11. На соленоїд діаметром $d = 5$ см одягнуто дрововий виток. Обмотка соленоїду містить $N = 2000$ витків, по яким тече струм $I = 2$ А. Середня Е.Р.С., що індукується в надягнутому на соленоїді витку, дорівнює $\epsilon_{\text{ср}} = 4 \cdot 10^{-3}$ В. Визначити довжину соленоїда, якщо струм у соленоїді спадає до нуля протягом $\Delta t = 0,002$ с.

$d =$	5 см	$d =$	$5 \cdot 10^{-2}$ м
$I =$	2 А	$I =$	2 А
$\Delta t =$	$2 \cdot 10^{-3}$ с	$\Delta t =$	$2 \cdot 10^{-3}$ с
$N =$	2000	$N =$	2000
$\epsilon_{\text{ср}} =$	$4 \cdot 10^{-3}$ В	$\epsilon_{\text{ср}} =$	$4 \cdot 10^{-3}$ В
$\mu_0 =$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А ²	$\mu_0 =$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А ²
$\mu =$	1	$\mu =$	1
		$l =$?

Згідно з законом Фарадея Е.Р.С. пропорційна зміні потоку Φ вектора магнітної індукції у часі

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.139)$$

Зробимо припущення, що потік вектора магнітної індукції змінюється за лінійним законом. Тоді від похідної магнітного потку по часу можна перейти до відношення зміни потоку $\Delta\Phi$ магнітної індукції за деякий час Δt

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (3.140)$$

В цьому випадку середня Е.Р.С. буде дорівнювати

$$\epsilon_{\text{ср}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \quad (3.141)$$

Максимальний потік вектора магнітної індукції, який утворюється при протіканні струму по витках соленоїду дорівнює

$$\Phi_{\text{max}} = \mu_0 \mu I \frac{N}{l} S, \quad (3.142)$$

де $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площа поперечного перерізу соленоїда.

Враховуючи те, що мінімальний потік, що утворює соленоїд дорівнює нулю ($\Phi_{\text{min}} = 0$), зміна магнітного потоку $\Delta\Phi$ за час Δt дорівнює

$$\Delta\Phi = \Phi_{\text{max}} - \Phi_{\text{min}} = \mu_0 \mu I \frac{4\pi d^2 N}{4l}. \quad (3.143)$$

Звідки середнє значення Е.Р.С. буде дорівнювати

$$\epsilon_{\text{ср}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \mu_0 \mu I \frac{4\pi d^2 N}{4l \Delta t}. \quad (3.144)$$

Отже довжина l соленоїда можна знайти за формулою

$$l = \mu_0 \mu I \frac{4\pi d^2 N}{4\epsilon_{\text{ср}} \Delta t}. \quad (3.145)$$

Підрахуємо числове значення l

$$l = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2000 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,002} [\text{М}] \simeq 1,23 [\text{М}]. \quad (3.146)$$

Перевіримо розмірність відповіді

$$[l] = \frac{\text{Н} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{А}^2 \cdot \text{В} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Кл}}{\text{А}^2 \cdot \text{Дж} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А}}{\text{А}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \text{м}. \quad (3.147)$$

Відповідь: $l \simeq 1,23 [\text{М}]$.

Приклад №12. В електричному колі, що має опір $R = 20$ Ом та деяку індуктивність L , тече струм $I = 20$ А. Визначити індуктивність L електричного кола, якщо через час $\Delta t = 0,2$ мс після відключення батареї, струм в колі зменшився до значення $I_t = 18,5$ А.

R	$=$	20	Ом	
I	$=$	20	А	
Δt	$=$	$0,2 \cdot 10^{-3}$	с	
I_t	$=$	$18,5$	А	
L	$=$	$?$		

При відключенні від замкнутого кола, яке містить опір R та індуктивність L , струм I_t в замкнутому колі зменшується з часом згідно з формулою

$$I_t = I \exp\left(\frac{-R \Delta t}{L}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{I_t}{I} = \exp\left(\frac{-R \Delta t}{L}\right). \quad (3.148)$$

Після логарифмування отримаємо

$$\ln \frac{I_t}{I} = \frac{-R \Delta t}{L}. \quad (3.149)$$

Звідки індуктивність дорівнює

$$L = \frac{-R \Delta t}{\ln(I_t/I)}. \quad (3.150)$$

Звідки індуктивність дорівнює

$$L = -\frac{20 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}}{\ln(18,5/20)} = -\frac{4 \cdot 10^{-3}}{\ln 0,925} = -\frac{4 \cdot 10^{-3}}{-0,078} \cong 0,05 \text{ [Гн]}. \quad (3.151)$$

Перевіримо розмірність отриманої величини

$$[L] = \text{Ом с} = \frac{\text{В с}}{\text{А}} = \text{Гн}. \quad (3.152)$$

Відповідь: $L \cong 0,05$ Гн.

Приклад №13. По кільцю, радіус якого $R = 20$ см, і яке має $N = 500$ витків, тече струм. Визначити до якого значення можна збільшувати струм, щоб об'ємна густина енергії магнітного поля w в центрі кільця не перевищувала позначку $w \leq 1$ Вт·с/м³.

$R = 20 \text{ см}$	$R = 20 \cdot 10^{-2} \text{ м}$
$N = 500$	$N = 500$
$w \leq 1 \text{ Вт}\cdot\text{с}/\text{м}^3$	$w \leq 1 \text{ Вт}\cdot\text{с}/\text{м}^3$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н}/\text{А}^2$	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н}/\text{А}^2$
$\mu = 1$	$\mu = 1$
	$I_{max} = ?$

Відомо, що модуль вектора напруженості $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}$ магнітного поля в центрі колового витка дорівнює

$$H = \frac{\mu_0 \mu I}{\mu_0 \mu 2 R} = \frac{I}{2 R}. \quad (3.153)$$

Напруженість магнітного поля H_N в центрі N витків зі струмом (в центрі соленоїда) дорівнює

$$H_N = \frac{I N}{2 R}. \quad (3.154)$$

Відомо, що об'ємна густина магнітного поля w визначається за формулою

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (3.155)$$

Тоді об'ємна густина магнітного поля w_N в центрі соленоїда в N разів більша, ніж густина в центрі одного витка

$$w_N = \frac{\mu_0 \mu (H_N)^2}{2} = \frac{\mu_0 \mu I^2 N^2}{2 \cdot 4 \cdot R^2}. \quad (3.156)$$

Звідки знайдемо струм I , що тече по витках соленоїда

$$I = \sqrt{\frac{8 \cdot R^2 \cdot w_N}{\mu_0 \mu N^2}}. \quad (3.157)$$

Визначимо граничний струм I_{max} , щоб об'ємна густина магнітного поля w_N не перевищувала значення $1 \text{ Дж}/\text{м}^3$

$$I \leq \sqrt{\frac{8 \cdot 20^2 \cdot 10^{-4} \cdot 1}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 500^2}} [\text{А}] \leq 3,2 [\text{А}]. \quad (3.158)$$

Перевіримо розмірність відповіді

$$[I] = \sqrt{\frac{\text{м}^2 \cdot \text{Дж} \cdot \text{А}^2}{\text{м}^3 \cdot \text{Н}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{А}^2}{\text{м}^3 \cdot \text{Н}}} = \text{м}. \quad (3.159)$$

Відповідь: $l \leq 3,2 \text{ А}$.

4. Рекомендована література

1. Електромагнетизм (Теоретичний Курс), *М.М. Чепілко*, 2016, К: ДЕ-ТУТ
2. Курс фізики, *Т.И. Трофимова*, 2000, М: Высшая школа
3. Курс фізики, *І.Є. Лопатинський, та інші.* 2002, Львів, Афіша
4. Сборник задач по курсу фізики, *Т.И. Трофимова* 1991, М: Высшая школа

Навчальне видання

доцент Дзян О.С.

**Завдання та методичні вказівки до самостійної роботи
з електромагнетизму**

Для студентів технічних спеціальностей

Відповідальний за випуск: М.М. Чепілко

Підписано до друку . Формат паперу 60x84/16. Обсяг: обл.-вид.арк.
Папір для тиражувальних апаратів. Друк - різнографія. Замовлення . Тираж прим.

Надруковано у друкарні видавництва
Державного економіко - технологічного університету транспорту,
03049, м. Київ - 49, вул. Миколи Лукашевича, 19