МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОНОМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ТРАНСПОРТУ

Кафедра «Тяговий рухомий склад залізниць»

Дубравін Ю.Ф.

МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ЕРС НА ЕОМ

**Методичні рекомендації
щодо самостійного опрацювання матеріалу
для студентів спеціальності «Електричний транспорт»
усіх форм навчання**

Київ 2013

УДК 621.337.1

Дубравін Ю.Ф.

Моделювання систем ЕРС на ЕОМ.: Методичні рекомендації щодо самостійного опрацювання матеріалу для студентів спеціальності «Електричний транспорт» усіх форм навчання. – К.: ДЕТУТ, 2013. – 75 с.

Дані методичні рекомендації щодо самостійного опрацювання матеріалу з дисципліни «Моделювання систем ЕРС на ЕОМ» призначений для студентів денної і заочної форм навчання освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» за напрямом підготовки 6.050702 «Електромеханіка». В методичних рекомендаціях щодо самостійного опрацювання матеріалу наведені основні поняття, терміни та роль моделювання в дослідженні процесів та побудові систем автоматичного керування. Викладені етапи створення та порядок побудови математичних моделей, розглянуто методи розробки регресійних математичних моделей та моделей динамічних систем,що зводяться до диференційних рівнянь. Приведена попередня інформація про статистичне, структурне та імітаційне моделювання.

Методичні рекомендації щодо самостійного опрацювання матеріалу призначені для студентів університету спеціальності «Електричний транспорт» усіх форм навчання та відповідає робочій програмі курсу «Моделювання систем ЕРС на ЕОМ».

Розглянуті та затверджені до друку на засіданні кафедри ТРСЗ (протокол № 4 від 30.11.12).

Укладач: доц., канд. техн. наук **Ю. Ф. Дубравін**

Рецензенти: доктор техн. наук, професор **В. Г. Гришко**;
начальник бюро промислової електроніки ВАТ «Київський ЕВРЗ» ***Є. Д. Попович***

ЗМІСТ

ВСТУП

Дисципліна «Моделювання систем ЕРС на ЕОМ» розглядає принципи і методи побудови моделей систем електроприводу електрорухомого складу. У ній вивчаються методологія і технологія машинного моделювання систем, формалізація і алгоритмізація процесів функціонування систем електропривода, обробки інформації, організація статистичного моделювання на ЕОМ, інструментальні засоби моделювання. Значна увага приділяється питанням імітаційного моделювання елементів та систем електроприводів на базі систем Mathcad та MATLAB. Моделювання допомагає досліджувати електромеханічні процеси, що протікають в системах та сприяє їх більш поглибленому вивченню. За допомогою моделювання можна вивчати роботу систем управління електроприводом та аналізувати їх динамічні характеристики. Математичні моделі служать основою при проектуванні систем ЕРС та дають можливість виконувати перевірку якості їх функціонування. На цьому етапі виконується аналіз динамічних властивостей електропривода з точки зору відповідності технологічним вимогам, уточнюється структура системи керування, типи регуляторів, їх параметри. При моделюванні можна досліджувати поведінку системи в різних режимах роботи, включаючи також аварійні режими, що дає можливість підвищити надійність їх роботи. Математичне моделювання на ЕОМ зводиться до розв'язання системи диференційних або різницевих рівнянь, що описують динамічні властивості досліджуваного об'єкта, в результаті чого отримують графіки перехідних процесів об'єкта в характерних режимах його роботи.

У зв'язку з цим, моделювання в останні роки посідає важливе місце в технічній галузі як універсальний і потужний засіб вирішення найскладніших задач. Перехідні процеси можна розраховувати як за допомогою програм, написаних будь-якою алгоритмічною мовою, що потребує від дослідника досить високої кваліфікації в галузі програмування та обчислювальної математики, так і за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, що дозволяє користувачу задавати моделі у вигляді математичних рівнянь або у вигляді структурних схем, обирати методи розв'язання диференційних рівнянь та їх параметри в діалоговому режимі та отримувати результати у зручній формі.

Методичні рекомендації щодо самостійного вивчення курсу

Дисципліна містить два змістовних модулі:

модуль 1— загальні принципи та характеристика проблеми моделювання систем;

модуль 2— моделі динамічних систем, що зводяться до лінійних та диференційних рівнянь.

Максимальна кількість балів за теоретичну частину модуля 1— 30 балів, які можна одержати при відповіді на всі питання по темі та виконанні тестів.

За успішне засвоєння теоретичної частини модуля 2 студент одержує 30 балів.

Модуль 1 включає в себе такі теми:

1. Загальні принципи моделювання.
2. Порядок побудови математичних моделей .
3. Регресійні моделі

В першій темі «Загальні принципи моделювання» розглядається:

- визначення терміна моделювання, моделі та особливості моделей, вимоги до моделей та їх функції;
- необхідність застосування моделей;
- циклічний характер процесу проектування моделей та точність моделей;
- призначення та області застосування моделювання;
- класифікація моделей;
- етапи створення моделі;
- структурні елементи, з яких складаються моделі;
- задачі моделювання компонентів моделі.

Запитання до першої теми для самовивчення:

1. Що означає термін моделювання?
2. Призначення моделювання.
3. Які основні особливості моделі?
4. Що означає адекватність математичної моделі?
5. Яке призначення моделей?
6. Назвати області застосування моделювання.
7. Як класифікують моделі?
8. Назвати етапи створення моделі.
9. З яких структурних елементів складається модель?
10. Що означає термін « цільова функція»?

Вивчення питань, що увійшли в першу тему, бажано здійснювати в тій послідовності, в якій вони описані в підрозділах 1.1 - 1.9.

1. Загальні принципи моделювання

1.1. Завдання курсу. Визначення поняття моделі. Співвідношення між моделлю й об'єктом

Моделювання – прикладна інженерна наука класу технологічних. Моделювання – дисципліна, яка має за мету побудову моделей та їхнє дослідження за допомогою власних універсальних методів, а також специфічних методів суміжних з нею наук (математика, дослідження операцій, програмування). Моделювання – це один із методів дослідження і рішення прикладних технічних задач. Останнє десятиріччя характеризується різким підйомом в розвитку науки про математичне моделювання різних процесів. Математичне моделювання торкнулося не тільки звичайних областей наукових досліджень, таких як математика, електроніка, механіка та інші, а також законів соціального розвитку. Моделювання – це потужний засіб наукового пізнання процесів, явищ природи.

Моделювання вивчає способи рішення завдань, тобто є інженерною наукою та є універсальним інструментом, що гарантує рішення будь-яких завдань, незалежно від предметної області. Побудова моделі дисциплінує мислення, модель сприяє системному і осмисленому підходу у науковому пізнанні, дозволяє зрозуміти явище, структуру досліджуваного об’єкта. Не побудувавши модель, навряд чи вдасться зрозуміти логіку дії системи. Це означає, що модель дозволяє розкласти систему на елементи, зв’язки, механізми, вимагає пояснити дію системи, визначити причини явищ, характер взаємодії складових частин. Слово «модель» походить від латинського modus (копія, образ, обриси). ***Модель*** – це фізичний (матеріальний) або ідеальний об’єкт, аналізом і дослідженням якого пізнають істотні риси іншого досліджуваного об’єкта. Характерною особливістю моделі є те, що вона не відображає повною мірою всі особливості і характеристики досліджуваної системи, а тільки найістотніші для вирішення поставленої задачі.

Моделюванням називається дослідження об’єкта (явища, процесу або системи) шляхом створення його моделі і використання її з метою одержання корисної інформації про об'єкт.

В науці і техніці основною метою моделювання є вивчення оригінала при допомозі більш простої його моделі.

Для використання математичних методів з метою аналізу процесів необхідно мати математичний опис цих процесів, який називається **математичною моделлю.**

Розвиток обчислювальної техніки дозволив різко збільшити складність математичних моделей і прискорити процес одержання їх рішення. Застосовування чисельних методів на ЕОМ потребує аналізу отриманих рішень і обґрунтування вибору чисельного методу рішення, а розв’язання математичних моделей на ЕОМ має низку особливостей. Найкращі результати мають місце, коли розробник моделі володіє необхідними знаннями як математика, так і фахівця. Цим обумовлена поява в курсі для технічних спеціальностей дисципліни «Математичні моделі в розрахунках на ЕОМ».

Значно розширюються можливості моделювання і зростає їх ефективність завдяки математичній матричній лабораторії MATLAB. До складу MATLAB входить пакет Control System, який призначений для моделювання, аналізу і проектування САУ та САР як дискретних, так і аналогових.

1.2. Вимоги до моделі. Функції моделі

Моделювання використовується при проектуванні і створенні різноманітних систем. За допомогою моделювання аналізують як роботу окремих елементів об’єкта, так і процес взаємодії цілого об’єкта з іншими системами. Чим більше модель враховує різноманітні фактори впливу, тим більш складними рівняннями вона описується. Функціональні математичні моделі являють собою системи рівнянь, що зв'язують фазові змінні, внутрішні, зовнішні й вихідні параметри.

Якщо об'єкт моделювання розглядається як окрема система, то треба ввести **принцип селективності**, який забезпечує вибір необхідних зв'язків із зовнішнім середовищем. Принцип селективності дає можливість знехтувати рядом зв'язків, проте вносить в систему помилку, тобто різницю в поведінці моделі і об'єкта моделювання.

Наступний важливий фактор моделювання – принцип причинності. Кінцева мета створення математичної моделі (ММ) – встановлення функціональних залежностей між змінними. Рівняння, що лежать в основі ММ – це основні закономірності явища, записані на мові цифр і символів.

До математичних моделей висуваються вимоги універсальності, точності, адекватності й економічності.

Міра універсальності ММ характеризує повноту відображення в моделі властивостей реального об'єкта. Під час моделювання необхідно, щоб модель досить точно відображала тільки *досліджувану сторону функціонування об'єкта.*

Більшість математичних моделей, що використовуються при функціональному проектуванні, призначені для відображення процесів фізичних або інформаційних, що протікають в об'єкті, при цьому не потрібно, щоб математична модель описувала такі властивості об'єкта, як геометрична форма складових його елементів. Наприклад, математична модель резистора у вигляді рівняння закону Ома характеризує властивості резистора пропускати електричний струм, але не відображає, такі деталі, як габарити резистора, його колір, механічну міцність, вартість і тощо.

Точність математичної моделі оцінюється ступенем збігу значень параметрів реального об'єкта й значень тих самих параметрів, розрахованих за допомогою оцінюваної математичної моделі. Адекватність математичної моделі – здатність відображати задані властивості об'єкта з погрішністю не вище заданої. Економічність математичної моделі характеризується витратами обчислювальних ресурсів (витратами машинних часу і пам'яті) на її реалізацію.

Модель замість реального об'єкта використовується у разі, коли експеримент небезпечний, дорогий, відбувається в незручному масштабі простору й часу (довгостроковий, занадто короткочасний, довготривалий…), неможливий, неповторний, не наочний і т.д. Проілюструємо це таким чином:

- «експеримент небезпечний» – при діяльності в агресивному або небезпечному середовищі замість людини краще використовувати його макет; прикладом може бути місяцехід – перевірка системи при екстремальних параметрах;
- «дорогий» – перш ніж використовувати ідею в реальній економіці країни, краще випробувати її на математичній або імітаційній моделі економіки, прорахувавши на ній всі «за» і «проти» та одержати уявлення про можливі наслідки;

- «довгостроковий» – старіння ізоляції електричної машини – процес, що відбувається десятиліття, - вигідніше й швидше дослідити на моделі;
- «короткочасний» – вивчати деталі протікання процесу пробою ізоляції краще на моделі, оскільки такий процес швидкоплинний у часі;
- «довготривалий у просторі» – для вивчення космогонічних процесів зручні ММ, оскільки реальні польоти до віддалених зірок (покищо) неможливі;
- «мікроскопічний» – для вивчення взаємодії атомів зручно скористатися їхньою моделлю;
- «неможливий» – часто людина має справу із ситуацією, коли об'єкта немає, він ще тільки проектується. При проектуванні важливо не тільки уявити собі майбутній об'єкт, але й випробувати його віртуальний аналог до того, як дефекти проектування виявляться в оригіналі.
- «неповторний» – це досить рідкий випадок, коли експеримент повторити не можна; у такій ситуації модель – єдиний спосіб вивчення таких явищ. Приклад – історичні процеси, – адже повернути історію назад неможливо. Інший приклад – катастрофа поїзда;
- «не наочний» – модель дозволяє «зазирнути» в деталі процесу, у його проміжні стадії; при побудові моделі дослідник ніби змушений описати причинно-наслідкові зв'язки, що дозволяють зрозуміти все в єдності в цілій системі.

Процес моделювання – це процес заміщення реального об'єкта у модель за допомогою засобів формалізації. На основі одержаної моделі проектують систему, потім її випробовують, потім знову коректують модель і знову випробовують, і так доти, доки проект не стане задовольняти висунутим до нього вимогам. Процес «проектування - моделювання» циклічний. При цьому цикл має вигляд спіралі – з кожним повтором проект стає усе краще, тому що модель стає усе більш детальною, а рівень опису точнішим. Оскільки моделювання – спосіб заміщення реального об'єкта його аналогом, то виникає питання: наскільки аналог повинен відповідати вихідному об'єкту? При відповідності – 100%, очевидно, що точність рішення в цьому випадку максимальна, а збиток від застосування моделі мінімальний. Але витрати на побудову такої моделі нескінченно великі, тому що об'єкт повторюється у всіх своїх деталях; фактично, створюється точно такий же самий об'єкт шляхом копіювання всіх його частин.

Якщо відповідність – 0%, модель зовсім не схожа на реальний об'єкт. Очевидно, що точність рішення мінімальна, а збиток від застосування моделі максимальний, нескінченний. Але витрати на побудову такої моделі нульові.

Звичайно, розглянуті варіанти – це крайності. Насправді модель створюється з міркувань компромісу між витратами на її побудову й збитком від неточності її застосування. Тобто, моделюючи, варто мати на увазі, що дослідник повинен прагнути до оптимуму сумарних витрат, що включають збиток від застосування й витрати на виготовлення моделі (рис. 1.1). Сума двох кривих витрат дає криву загальних витрат. Оптимум на сумарній кривій лежить між цими крайніми варіантами. Видно, що неточні моделі не потрібні, але й абсолютна точність теж не потрібна, та й неможлива.

Модель включає тільки істотні аспекти, що представляють об'єкт, і відкидаються *всі інші* (нескінченна більшість).

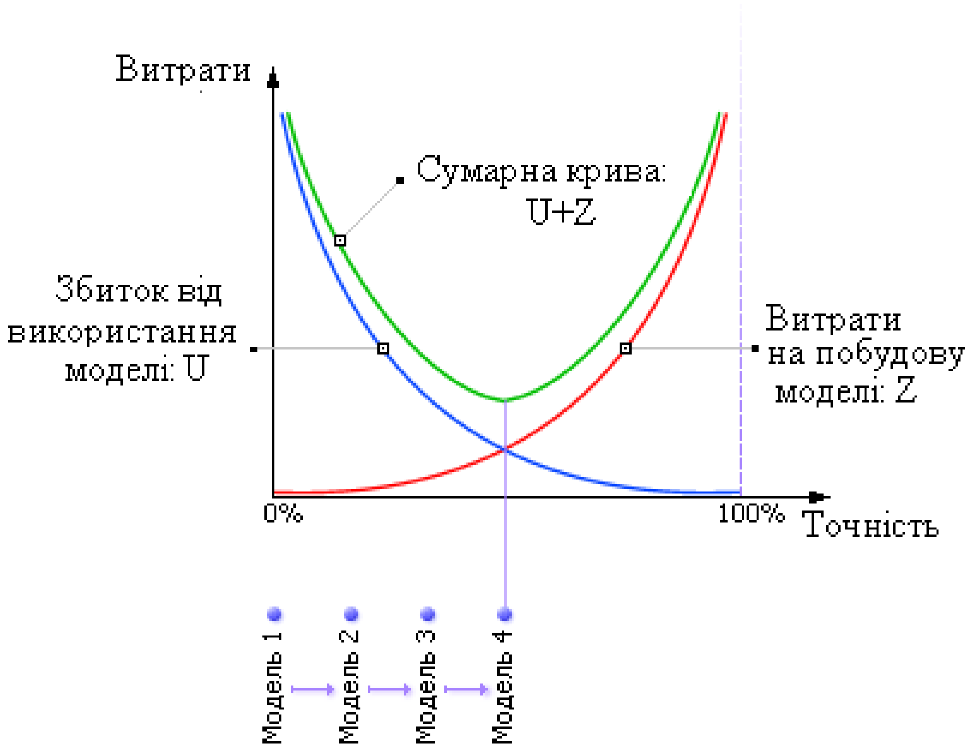

*Рис. 1.1***. Співвідношення сумарних витрат і точності для різних варіантів деталізації прикладної моделі**

Істотний або несуттєвий аспект опису визначають відповідно до мети дослідження. Тобто кожна модель складається з якоюсь метою. Починаючи моделювання, дослідник повинен визначити мету, відокремивши її від всіх можливих інших цілей, кількість яких, очевидно, нескінченна. Зазначена на рис. 1.1 крива до початку моделювання побудована бути не може. Тому на практиці діють у такий спосіб: рухаються по шкалі точності праворуч від нуля, тобто від простих моделей («Модель 1», «Модель 2»…) до усе більш складних («Модель 3», «Модель 4»…). При цьому процес моделювання має циклічний, спіралеподібний характер: якщо побудована модель не задовольняє вимогам точності, то її деталізують, допрацьовують на наступному циклі (рис.1.2).

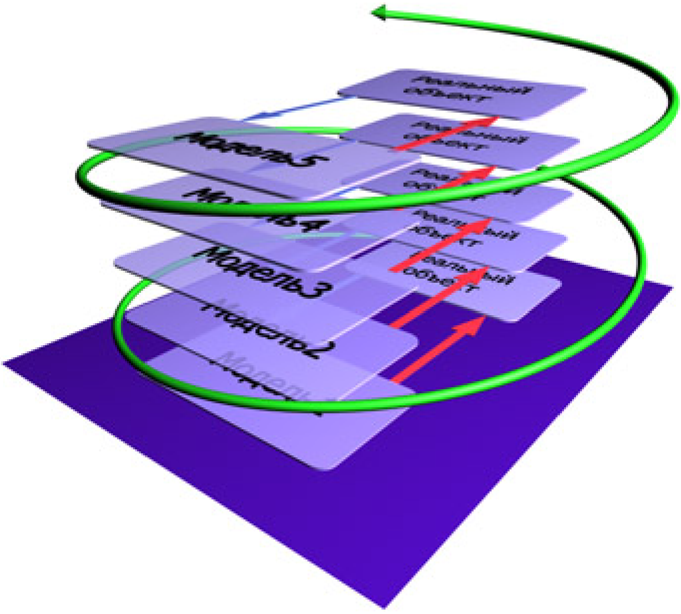

Рис. 1.2. **Спіралеподібний характер процесу**

Основні функції моделі:

1. Пізнавальна роль моделі. Моделі допомагають нам упорядкувати нечіткі або суперечливі поняття, краще пізнати явище або об'єкт, модель якого побудована. Модель дозволяє з'ясувати взаємні залежності, характер зміни параметрів й інше.
2. Усі мови, в основі яких лежить слово, будуть неточними, коли справа доходить до складних понять і описів. Правильно побудовані моделі дозволяють усунути ці неточності, надаючи в наше розпорядження більш успішні способи спілкування. Перевага моделі перед словесними описами – у стислості і точності уявлення заданої ситуації.
3. Моделі часто застосовуються як чудовий засіб навчання осіб, які повинні вміти справлятися з усілякими випадками поводження систем, включаючи виникнення критичних ситуацій (моделі космічних кораблів, тренажери для навчання водіїв і тощо.). Одним із важливих застосувань моделей є прогнозування поводження об'єктів, що моделюються. Наприклад, будувати транспорт з магнітним підвішуванням для проведення експериментів економічно недоцільно, а для дослідження його тягових характеристик використовують засоби моделювання.
4. Змінюючи модель і випробовуючи її можна виконувати багатоваріантне проектування систем, їх порівняння та вибір оптимального рішення, поліпшення об'єкта, (проектна роль моделі).
5. Моделі дозволяють управляти об'єктом, відбираючи найкращі впливи шляхом випробування їх на моделі (керуюча роль), робити контрольовані експерименти в ситуаціях, де експериментування на реальних об'єктах економічно недоцільне або практично неможливе. Звичайно, варіюють кілька параметрів

системи, підтримуючи інші незмінними, і спостерігають результати експерименту. Часто, моделюючи систему, можна довідатися значно більше про її внутрішні взаємозв’язки, ніж оперуючи з реальною системою.
6. Моделі дозволяють одержувати навички по керуванню об’єктом шляхом використання моделі як тренажера.
7. Прогнозувати властивості і поведінку об’єкта як у середині області, у якій побудована модель, так і за її межами (прогнозуюча роль моделі). Це стає можливим, тому що ми можемо контролювати поведінку моделі, легко змінювати її структуру та параметри. Таким чином, модель може служити для кращого розуміння об’єкта і дозволяє передбачити характеристики об'єкта, що визначають її поведінку.

1.3. Призначення моделей

Модель може бути призначена:
1) для вивчення характеристик оригінала – такі моделі носять назву **дослідницьких моделей;**
2) для безпосереднього використання моделей в системах – такі системи мають назву **робочих моделей** (автомашиніст, автопілот, САУ).

1.4. Області застосування моделювання

1. Розробка складних технічних систем.

Складність сучасних систем вимагає, щоб моделювання було необхідним етапом на одній або декількох стадіях від початку розробки до виготовлення. Типові сфери застосування моделювання при цьому такі:
- оціночна перевірка характеристик макета системи (підсистеми);
- взаємодія окремих складових частин;
- оцінка варіантів розробок, вибір оптимального варіанта;
- виявлення недоліків і кінцеве відпрацювання системи;
- оцінка вартості варіантів систем, зниження загальної вартості розробок.

2. Розробка систем управління локомотивів, літаків, космічних систем, робототехнічних пристроїв.

3. Гіпотетичні випробовування.

Моделювання при цих випробовуваннях дає можливість здійснити такі експерименти, які важко чи неможливо провести на реальній фізичній системі.

1.5. Класифікація моделей

Класифікація математичних моделей відбувається за кількома принципами залежно від характеру відображуваних властивостей об’єкта, способів одержання функціональних математичних моделей, виду рівнянь та інше.

Статичні моделі служить для опису поведінки об’єкта в певний момент часу без розвитку.

Динамічні моделі простежують поведінку системи в часі, тому використовують у своєму записі, наприклад, диференціальні рівняння, похідні від часу.

Дискретні й безперервні моделі. Дискретні моделі змінюють стан змінних стрибком. Прикладом можуть бути електронні пристрої цифрової автоматики, у яких можна застосовувати дискретне подання таких фазових змінних, як напруга й струм. Безперервні моделі більш точні, містять у собі інформацію про деталі переходу.

Детерміновані й стохастичні моделі. Якщо наслідок точно визначений причиною, то модель представляє процес детерміновано. Якщо через невивченість деталей немає можливості описати точно зв'язок причин і наслідків, то модель будується з використанням поняття ймовірності.

Фізичні моделі часто називають натурними, тому що зовні вони нагадують досліджувану систему. Вони можуть бути в зменшеному масштабі (модель тягового електропривода) або в збільшеному (модель атома), тоді вони мають назву масштабуючих моделей. Відповідно фізичне моделювання – це дослідження характеристик на реальному об'єкті, його частинах або на установках, подібних об'єкту при заданих впливах зовнішнього середовища. Прикладом може бути моделювання польоту літаків, руху автомобілів, швидкісних локомотивів шляхом продувки потоку повітря в аеродинамічних трубах.

Аналогові моделі – це моделі, у яких властивість реального об'єкта представлена іншою властивістю, аналогічною до поведінки об'єкта. В аналоговій моделі зміна напруги може відображати зміну будь-якої фізичної величини у обраному масштабі.

Віртуальні моделі. Програмова система Simulink, що інтегрована з системою MATLAB, забезпечує широкі можливості для створення віртуальних моделей. Користувач практично не має справи із звичайним програмуванням. Програма автоматично генерується в процесі введення блоків компонентів, їх з'єднанні та заданні параметрів. MATLAB з Simulink дає можливість моделювати блочно-задані динамічні системи і пристрої. Simulink базується на принципах візуально-орієнтованого програмування і дає можливість моделювати складні системи з високим ступенем достовірності і зручними засобами показу інформації. Засоби Simulink дають можливість створювати віртуальні фізичні лабораторії з наглядним показом результатів моделювання.

Математичні моделі. До математичних моделей належать ті, у яких для опису процесу використовують символи, а не фізичні властивості. Математичні моделі - сукупність математичних об'єктів і відношень між ними, що адекватно відображає ті властивості модельованого технічного об'єкта, що цікавлять інженера-проектувальника.

Математичне моделювання – процес розробки математичної моделі, що відповідає даному об'єкту. Математичне моделювання поділяється на:

- аналітичне;
- імітаційне;
- алгоритмічне.

Аналітичне моделювання. Процеси функціонування елементів системи записують математичними способами у вигляді функціональних співвідношень (алгебраїчних, інтегро-диференційних рівнянь або логічних умов). Аналітична модель може бути досліджена такими методами:

- аналітичним, коли прагнуть одержати в загальному вигляді явні залежності для досліджуваних характеристик;
- чисельними, коли неможливо одержати залежність в загальному вигляді. При цьому одержують чисельні результати при конкретних початкових умовах;
- якісними, коли при неможливості одержати рішення в явному вигляді, знаходять деякі властивості рішення, наприклад − оцінка сталості САР за допомогою критеріїв стійкості.

Імітаційне моделювання – реалізується на ЕОМ у вигляді моделюючих алгоритмів (програм), які надають можливість обчислювати значення вихідних змінних і визначити стан, в який переходить модель при заданих значеннях вхідних змінних, параметрів і початкового стану моделі. Цей вид моделювання дає можливість одержувати дані про стан процесу в певні моменти часу роботи складної системи. При імітаційному способі рішення обов’язковим є наявність лічильника, що дозволяє моделювати процес по кроках або по деталях процесу. Повторюючи по кроках розрахунок у циклі, на кожному етапі роботи алгоритму імітують плин процесу (рис. 1.2). При цьому процес береться не в цілому, а ніби в деталях, по кроках. Змінна t є координатою, що відслідковується лічильником із кроком h.

Алгоритмічне моделювання – являє собою ланцюжок обчислень від початкових даних до виходу, де результат попереднього обчислення використовується в подальшому обчисленні.

Залежності від характеру подання параметрів методи моделювання поділяють на аналогові, цифрові і комбіновані. Аналогове моделювання характеризується використанням безперервних сигналів і елементів. Аналогове моделювання може бути як фізичним, так і математичним. Аналогове математичне моделювання полягає в розробці системи рівнянь, які вирішують за допомогою блоків аналогових обчислювальних машин (АВМ).

Цифрове моделювання також може бути як фізичним так і математичним. Цифрове моделювання реалізують на цифрових ЕОМ.

1.6. Етапи створення моделі

Процес моделювання складається із трьох основних стадій: формалізації (перехід від реального об’єкта до моделі), моделювання (дослідження й перетворення моделі), інтерпретації (переклад результатів моделювання в область реальності). На рис. 1.3 представлені етапи побудови моделі. Спіраль, що була розглянута на рис. 1.2, представлена на рис. 1.3 як виток. Але зверніть увагу на можливість повернення з кожного етапу на більш ранній (або більше ранні) при виявленні помилки. Спіраль має досить складний вид, прошита додатковими зв’язками. Етап розробки математичної моделі об’єкта є найскладнішими, трудомістким і відповідальним. На підставі теоретичних знань, емпіричних та інтуїтивних підходів складаються математичні рівняння, що враховують найважливіші й істотні, з точки зору дослідника, властивості об’єкта. При розробці математичної моделі необхідно уникати невиправданого ускладнення моделі, відкидаючи несуттєві взаємозв’язки між характеристиками об’єкта. Об’єкт може бути поданий у вигляді аналітичної або імітаційної моделі. Аналітичне подання підходить лише для дуже простих і дуже ідеалізованих задач і об’єктів, які, як правило, мають мало загального з реальною (складною) дійсністю, але мають високу спільність. Аналітичні моделі зазвичай застосовують для опису фундаментальних властивостей об’єктів (тому ними так широко користується теоретична фізика), тому що фундамент простий по своїй суті. Складні об’єкти рідко вдається описати аналітично.

Імітаційне моделювання дозволяє розкладати складну модель на частини (об’єкти, «шматочки»), якими можна оперувати окремо, створюючи інші, більш прості або, навпаки, більш складні моделі. Таким чином, імітаційне моделювання тяжіє до об’єктно-орієнтованого подання, що природно описує об’єкти, їхній стан, поводження, а також взаємодію між ними.

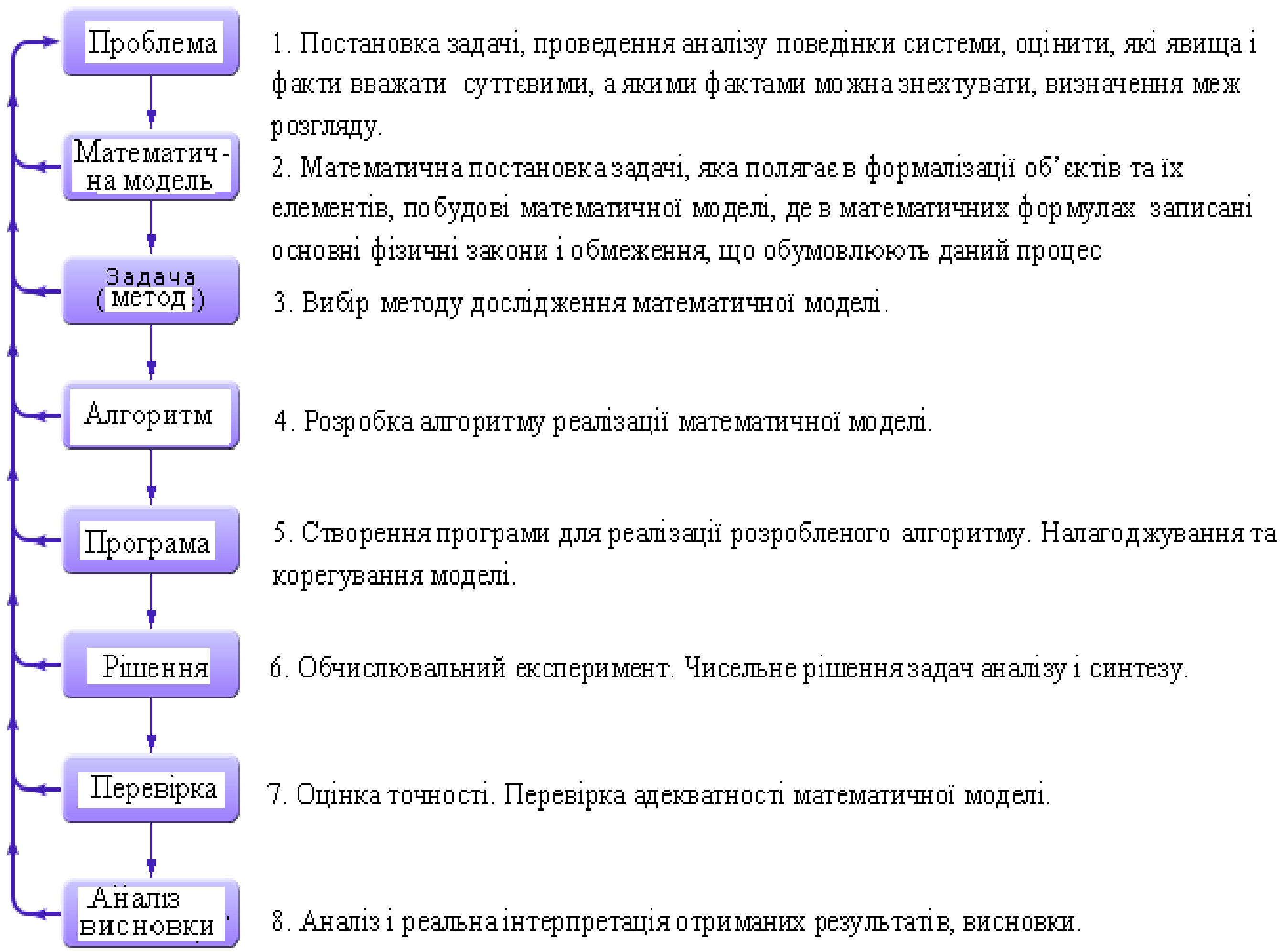

Рис.1.3. **Етапи створення моделі**

Імітаційну модель можна поступово ускладнювати й ускладнювати. Аналітичний спосіб цього не допускає або допускає, але з більшими обмеженнями.

У задачі даного курсу входить вивчення прийомів і способів, необхідних для формалізації, вивчення й інтерпретації систем.

Як приклад розглянемо математичну модель асинхронного двигуна (АД). Рівняння механічної характеристики АД за паспортними даними визначається формулою Клосса

$$M = \frac{2M_{max}}{\frac{s_{кр}}{s}+\frac{s}{s_{кр}}},$$

де M_{max} – максимальний обертальний момент;

s – ковзання (відставання ротора від обертового поля);

$s_{кр}$– критичне ковзання.

Це рівняння є математичною моделлю АД, тому що дає на практиці задовільні результати залежності між моментом і ковзанням у сталому режимі роботи АД в діапазоні малих ковзань $0 \leq s \leq s_{кр}$. Однак дана модель може виявитися недостатньо точною при підвищених значеннях ковзання і, отже, частоти, тому що вона не враховує таких явищ, як насичення сталі і витіснення струму в провідниках ротора до поверхні його осердя. Це призводить до ефекту самовільного збільшення опору R_2 обмотки ротора.

Таким чином, при розробці математичної моделі необхідно прийняти допущення й обмеження на діапазон застосування моделі.

На етапі рішення математичної моделі, попередньо задавшись значеннями параметрів рівнянь, які є математичною моделлю, знаходять їхні рішення в аналітичному або чисельному вигляді. Для складних моделей рішення відшукують на ЕОМ.

Сучасні ЕОМ зробили моделювання потужним інструментом для проведення досліджень і аналізу явищ. ЕОМ дають можливість здійснювати обчислювальний експеримент, який відіграє важливу роль при розробці нових систем, а також у випадках, коли натуральний експеримент небезпечний, дорогий, або взагалі неможливий.

Обчислювальний експеримент – це моделювання об’єкта на ЕОМ, можливість дослідити зміну його параметрів за допомогою рішення на ЕОМ рівнянь, що являють собою математичну модель об’єкта, в різних, в тому числі і експериментальних умовах, вибрати вигідні і зручні параметри. Постановка експерименту може бути представлена таким алгоритмом:

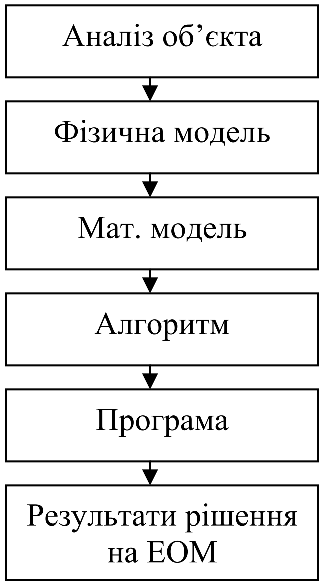

Рис. 1.4. **Алгоритм обчислювального експерименту**

На етапі перевірки і оцінки точності отриманих результатів треба оцінити їх з точки зору відповідності основним фізичним законам та іншими обмеженнями. Основним показником придатності математичної моделі є адекватність моделі, тобто відповідність або коректність моделі, що характеризує співпадіння із заданою точністю її вихідних параметрів, отриманих при тестових впливах, з реальними характеристиками об’єктів.

Оскільки модель є вираженням тільки найважливіших для конкретного дослідження аспектів сутності, то вона не може бути абсолютно ідентичною модельованому об’єкту. Крім цього, реальний об’єкт нескінченний для пізнання. Тому нема рації прагнути до нескінченної точності при побудові моделі. Для з’ясування необхідного ступеня адекватності будують ряд моделей, починаючи із грубих, простих моделей і рухаючись до усе більше складних і точних. Як тільки витрати на побудову чергової моделі починають перевищувати плановану віддачу від моделі, то уточнення моделі припиняють.

1.7. Структура моделей

Перед тим, як розпочати розробку моделі, треба зрозуміти, що являють собою структурні елементи, з яких вона складається. Хоча математичні і фізичні моделі можуть бути дуже складні, основи її побудови завжди прості. У загальному вигляді структуру моделі можна подати в математичному вигляді таким способом:

$$M=f(X_i,Y_i),$$

де f – функціональна залежність між X_i , Y_i, що визначає змінну M;
M – результат дії системи;
X_i – змінні і параметри, якими можемо управляти;
Y_i – змінні і параметри, якими не можна управляти.

Модель являє собою комбінацію таких складових: компонентів, параметрів, змінних, функціональних залежностей, обмежень і цільових функцій.

Компоненти – це складові частини, що при відповідному об'єднанні утворюють систему. Компонентами можуть бути як елементи системи, так і її частини (підсистеми). Система визначається як група або сукупність об'єктів, об'єднаних деякою формою регулярного впливу. Компоненти в цьому випадку можуть розглядатися як об'єкти.

Параметри – це величини, що можуть вибиратися довільно, на відміну від *змінних*, що можуть набувати значень, обумовлених виглядом даної функції. Параметри після того, як вони встановлені, є постійними величинами.

У моделі є два види змінних: вхідні і змінні стану.

Вхідні – утворюються поза системою або є результатом впливу зовнішніх причин.

Змінні стану – виникають у системі в результаті впливу внутрішніх причин. Деякі з них можуть бути вихідними змінними.

Функціональні залежності описують поведінку змінних і параметрів у межах компонентів або виражають співвідношення між компонентами системи. Ці співвідношення можуть бути стохастичними або детермінованими. Детерміновані – це тотожності або визначення, що встановлюють залежності між певними параметрами і змінними у випадках, коли процес на виході системи однозначно визначений.

Стохастичні ж при даній вхідній інформації дають випадковий результат.

Обмеження встановлюють границі зміни значень змінних або умови розподілу тих або інших засобів. Вони можуть вводитися або розроблювачем (штучні обмеження), або самою системою внаслідок властивих їй ознак (природні обмеження).

Цільова функція (функція критерію) – відображення цілей і задач системи та необхідних правил оцінки їхнього виконання. Критерій – це показник, відносно якого висловлюють тільки побажання. Наприклад, критерій вартості («витрати повинні бути мінімальні»), критерій надійності («ймовірність відмов не повинна бути вище зазначеного числа»).

1.8. Задачі моделювання компонентів

При моделюванні окремих компонентів електромеханічних систем ми зустрічаємося з задачами кількох типів. Розглянемо загальну схему функціонування системи (рис. 1.4).

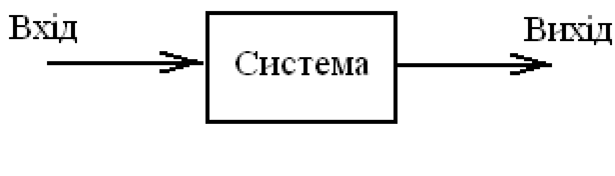

Рис. 1.5. **Схема функціонування системи**

Тут три основних елементи: вхід, власне сама система, і відгук (вихід). Щоб моделювати роботу системи, необхідно знати два з цих трьох об'єктів. Існує три види задач при вивченні систем:

1. Знаючи рівняння, що описують функціонування або структуру системи, можна визначити відгук на вхідний сигнал. Цю задачу просто моделювати. Рівняння можна вивести в процесі проектування системи або на підставі дослідження подібних систем.

2. Зворотна задача: по відгуку і математичному опису системи знайти вхідний сигнал. Ця задача належить до класу задач керування.

3. Набагато складніша задача, якщо відомі вхідні і вихідні сигнали системи, а необхідно знайти математичний опис функціонування самої системи. Це задача ідентифікації.

До складу системи можуть входити три види компонентів (рис. 1.6.):

- елементи перетворення – де один або кілька вхідних сигналів перетворюються в один або кілька вихідних сигналів;

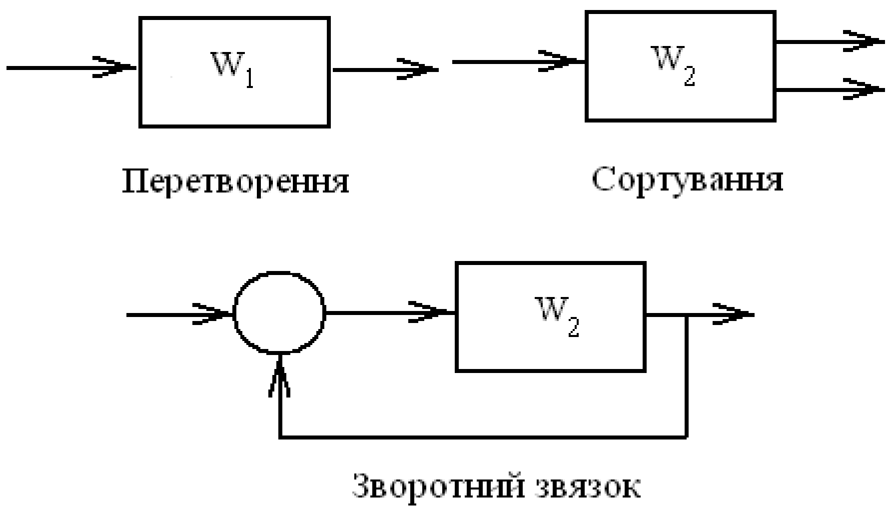

Рис. 1.6. **Елементи перетворення**

- елементи сортування – один або кілька вхідних сигналів розподіляються (сортуються) по двох або декількох різних виходах;
- елементи зворотного зв'язку – вхідний сигнал деяким чином змінюється залежно від вихідного сигналу.

Запитання для самоконтролю

1. Навести приклад дослідницької моделі.
2. Навести приклад робочої моделі.
3. В чому полягає різниця між фізичною та математичною моделями тягового електродвигуна електровоза?
4. Виконати аналіз структури математичної моделі тягового двигуна, що описує залежність частоти обертання якоря від прикладеної напруги.

Критерії оцінки знань при виконанні тестів.

Максимальна кількість балів – 5 надається при виконанні всіх чотирьох тестів. При цьому тести 1, 2, 3 оцінюються в 1 бал, а тест 4 – в 2 бали. Мінімальна кількість балів – 1 надається, якщо допущені помилки при виконанні трьох тестів.

При виконанні всіх тестів та відповіді на питання по першій темі зараховується 10 балів.

2. Порядок побудови математичних моделей

В другій темі «Порядок побудови математичних моделей» розглянуто такі питання:

а) особливості математичних моделей та методи їх створення;

б) види математичних моделей в залежності від характеру процесів**;**

в) адекватність моделі.

Запитання до другої теми для самовивчення

1. Що являє собою математична модель?
2. В чому полягає особливість математичних моделей?
3. Як записати математичну модель?
4. Види математичних моделей.
5. Що означає термін «адекватність моделі»?

Вивчення питань, що увійшли до другої теми, бажано здійснювати в тій послідовності, в якій вони описані в підрозділах 2.1 – 2.3.

2.1. Особливості математичних моделей та методи їх створення

При проектуванні моделі необхідно визначити перелік припущень, на яких базується модель. Так, одним із поширених припущень у механіці, є припущення про відсутність у системі люфтів, зон нечутливості, використання поняття матеріальної точки, абсолютно твердого тіла та ін.;

В електромеханічних системах – поняття ідеального джерела живлення, припущення про відсутність опору у відкритому напівпровідниковому елементі, про миттєву комутацію діодів та тиристорів та ін.

Математична модель являє собою математичний опис реального процесу за допомогою формул, що базуються на основних фізичних законах. Існують спеціальні науки про отримання систем математичних рівнянь, що описують неперервні фізичні процеси.

При моделюванні механічних систем часто використовується закон Ньютона $F=mdv/dt$ і співвідношення діючих на вільні тіла сил.

Рівняння Лагранжа призводять до системи диференціальних рівнянь другого порядку, що описують динаміку систем:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial_{q_i}}\right)-\frac{\partial E}{\partial_{q_i}}=F_i,$$

де q_i – узагальнені координати;
E – кінетична енергія системи;
F_i – зовнішні сили.

Основне рівняння динаміки $J\frac{d\omega}{dt} = M_м - M_о$ характеризує співвідношення між обертальним моментом і моментом опору на валу електродвигуна.

Електромеханічні процеси описуються законами Кірхгофа, законами Ома, законами електромагнітної індукції та ін.

2.2. Види математичних моделей залежно від характеру процесів

Математичні моделі описують поведінку систем, які залежно від характеру процесів мають такі особливості:

- *статичні системи*, в яких значення вихідної величини у який би момент часу ми його не вимірювали, при однаковому значенні вхідного сигналу має той самий результат;
- *динамічні системи*, якщо щоразу значення на виході, при тому самому вхідному значенні, різне, тобто залежить від того, у якій послідовності подавалися вхідні значення;
- у механіці закони Ньютона ($F=mdv/dt$) і, співвідношення діючих на вільні тіла сил, рівняння Лагранжа призводять до системи диференціальних рівнянь другого порядку, що описують динаміку систем ($\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E}{\partial_{q_i}}\right) - \frac{\partial E}{\partial_{q_i}} = F_i$, де q_i – узагальнені координати; E – кінетична енергія системи; F_i – зовнішні сили); основне рівняння динаміки $J\frac{d\omega}{dt} = M_м - M_о$;
- електромеханічні процеси описуються законами Кірхгофа, законами Ома, законами електромагнітної індукції, законом Ампера та ін.

Статичні системи описуються математичною моделлю, що являє собою систему лінійних рівнянь.

Моделі динамічних систем можуть бути:
- у вигляді диференційних рівнянь;
- у вигляді передавальних функцій;
- у вигляді зображення Фур’є.

Лінійні регресійні моделі – це моделі, в яких дослідник, розглядаючи експериментально отримані дані, вносить гіпотезу про лінійну залежність між входом X і виходом Y, тобто гіпотеза має вигляд $Y = A_1X + A_0$.

Нелінійні регресійні моделі – це моделі, в яких дослідник вносить гіпотезу про нелінійну залежність між входом і виходом.

Статистичні моделі використовують метод моделювання, що полягає в тому, що модель випробовується множиною випадкових сигналів із заданою щільністю ймовірності. Метою моделювання є статистичне визначення вихідних результатів. В основі статистичного моделювання лежить *метод Монте-Карло*. Даний метод оснований на імітації поведінки вихідного параметра, його використовують тоді, коли інші методи застосувати неможливо.

При дослідженні прикладних задач типовими є такі математичні задачі:

– розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
– розв’язання систем нелінійних або трансцендентних рівнянь;
– розв’язання задач на власні значення;
– розв’язання звичайних диференціальних рівнянь;
– розв’язання диференціальних рівнянь у часткових похідних;
– розв’язання задач оптимізації;
– обробка масивів числових даних.

2.3. Адекватність моделі

Оскільки модель є вираженням тільки найважливіших для конкретного дослідження аспектів сутності, то вона не може бути абсолютно ідентичною модельованому об’єкту. Крім цього, реальний об’єкт нескінченний для пізнання. Тому нема рації прагнути до нескінченної точності при побудові моделі. Для з’ясування необхідного ступеня адекватності будують ряд моделей, починаючи із грубих, простих моделей і рухаючись до усе більш складних і точних. Як тільки витрати на побудову чергової моделі починають перевищувати плановану віддачу від моделі, то уточнення моделі припиняють. Перші кроки виробляються в якому-небудь існуючому універсальному моделюючому пакеті. Після схвалення моделі під неї пишеться спеціалізований пакет.

Тести з теми.

1. Математична модель, що описує створення обертового моменту електродвигуна, має вигляд $F = C_M I \Phi(I)$. Необхідно вказати:

а) який закон використано при створенні моделі;

б) вид математичної моделі.

2. Математичну модель поїзда характеризує вираз $\frac{dv}{dt} = \frac{F_k - W_k}{M(1+\gamma)}$,

де $\frac{dv}{dt}$ – прискорення;

F_k, W_k – відповідно сили тяги та опору руху поїзда;

М – маса поїзда.

Необхідно вказати:

а) який закон використано при створенні моделі;

б) вид математичної моделі.

Критерії оцінки знань при виконанні тестів.

Максимальна кількість балів – 5 надається при виконанні всіх тестів. Мінімальна кількість балів – 2 надається, якщо допущені помилки при виконанні тестів. При виконанні всіх тестів та відповіді на питання по темі зараховується 10 балів.

3. Регресійні моделі

В третій темі «Регресійні моделі» розглянуто питання:

- порядок створення математичної моделі;

- перевірка відповідності прийнятої гіпотези.

Запитання до третьої теми для самовивчення

1. Як створити регресійну модель?
2. Види регресійних моделей.
3. Як визначаються коефіцієнти регресійної моделі?
4. Як перевірити відповідність прийнятої гіпотези?

Вивчення питань, що увійшли до третьої теми, бажано здійснювати в тій послідовності, в якій вони описані в підрозділах 3.1 – 3.2.

З метою досліджень часто буває зручно представити досліджуваний об'єкт у вигляді «ящика», що має входи й виходи, не розглядаючи детально його внутрішньої структури. Звичайно, перетворення в об'єкті відбуваються (сигнали проходять по зв'язках і елементах, змінюють свою форму й тощо), але при такому поданні вони відбуваються приховано від спостерігача.

За ступенем інформованості дослідника про об'єкт існує розподіл об'єктів на три типи «ящиків»:

- «білий ящик»: про об'єкт відомо все;
- «сірий ящик»: відома структура об'єкта, невідомі кількісні значення параметрів;
- «чорний ящик»: про об'єкт невідомо нічого.

Умовне зображення чорного ящика подано на мал. 3.1.

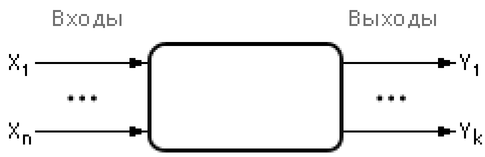

Рис. 3.1. **Позначення чорного ящика на схемах**

Значення на входах і виходах чорного ящика можна спостерігати й вимірювати. Уміст ящика невідомий. Завдання полягає в тому, щоб, знаючи безліч значень на входах і виходах, побудувати модель, тобто визначити функцію об'єкта, по якій вхід перетвориться у вихід. Таке завдання називається завданням регресійного аналізу. Залежно від того, доступні входи дослідникові для керування або тільки для спостереження, можна говорити про активний або пасивний експеримент із об'єктом.

Наприклад, перед нами стоїть завдання визначити, як залежить виконана парком електровозів робота з перевезення поїздів від кількості спожитої електроенергії. Результати спостережень зазначимо на графіку залежності Y від X (рис. 3.2). Усього на графіку *n* експериментальних точок, які відповідають n спостереженням.

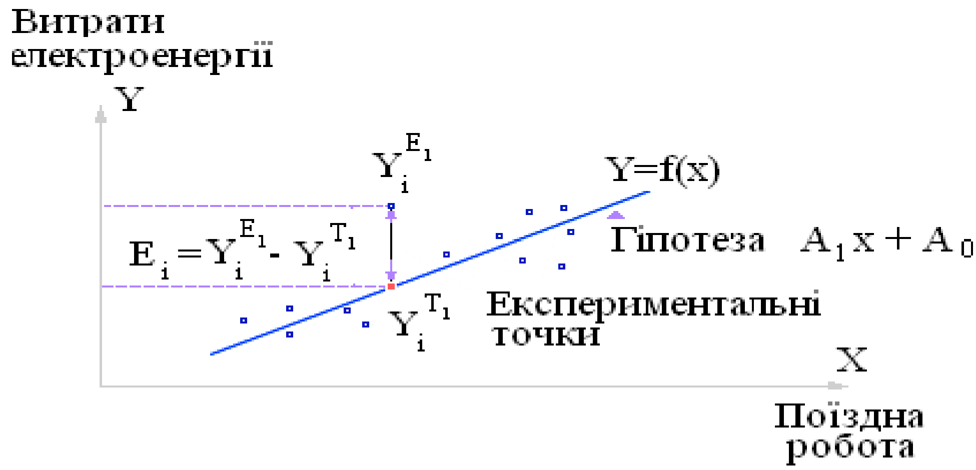

Рис. 3.2. **Графічний вид подання результатів спостереження над чорним ящиком**

У даному випадку ми маємо справу із об’єктом, що має один вхід і один вихід. Експериментальні точки на графіку дають деякий «розкид», тобто виявляють випадкові відхилення від видимої загальної закономірності. Ці відхилення пов’язані з неминучими при будь–якому досліді помилками вимірювання. Виникає питання, як по цих експериментальних даних найкращим чином відтворити залежність Y від X? Виникає типова для практики задача згладжування експериментальної залежності. Бажано обробити експериментальні дані так, щоб по можливості точно відобразити загальну тенденцію залежності Y від X, але разом з тим згладити незакономірні, випадкові відхилення, пов’язані з неминучими погрішностями самого спостереження.

Допустимо, для спрощення, що залежність між входом і виходом лінійна або майже лінійна. Тоді дана модель буде називатися лінійною одномірною регресійною моделлю.

3.1. Порядок створення математичної моделі

1) Дослідник вносить гіпотезу про структуру об’єкта. Розглядаючи експериментально отримані дані, припустимо, що вони відповідають лінійній гіпотезі, тобто вихід Y залежить від входу X лінійно, тобто гіпотеза має вигляд: $Y = A_1X + A_0$ (рис. 3.2).

2) Визначення невідомих коефіцієнтів A_0 і A_1 моделі Лінійна одномірна модель (рис. 3.3).

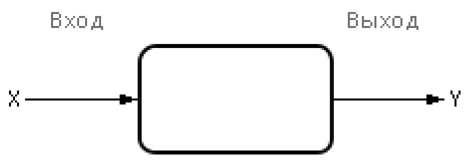

Рис. 3.3. **Одномірна модель чорного ящика**

Для кожної з n знятих експериментально точок обчислимо помилку (E_i) між експериментальним значенням ($Y_i^{\text{Эксп.}}$) і теоретичним значенням ($Y_i^{\text{Теор.}}$), що лежить на гіпотетичній прямій $A_1X + A_0$ (див. рис. 2.2):

$$E_i = (Y_i^{\text{Єксп.}} - Y_i^{\text{Теор.}}),\ i = 1,\ \ldots,\ n;$$

$$E_i = Y_i - A_0 - A_1 \cdot X_i,\ i = 1,\ \ldots,\ n.....$$

Помилки E_i для всіх n точок необхідно скласти. Щоб позитивні помилки не компенсували в сумі негативні, кожну з помилок підносять до квадрата й складають їхні значення в сумарну помилку F уже одного знака:

$$E_i^2 = (Y_i - A_0 - A_1 \cdot X_i)^2,\ i = 1,\ \ldots,\ n...$$

$$F(A_0, A_1) = \sum_{i=1}^{n} E^2{}_i$$

Мета методу – мінімізація сумарної помилки F за рахунок підбору коефіцієнтів A_0, A_1. Інакше кажучи, це означає, що необхідно знайти такі коефіцієнти A_0, A_1 лінійної функції $Y = A_1X + A_0$, щоб її графік проходив якнайближче одночасно до всіх експериментальних точок. Тому даний метод називається методом найменших квадратів.

$$F(A_0, A_1) = \sum_{i=1}^{n} E^2{}_i = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - A_0 - A_1X_i)^2 \Rightarrow \min_{A_0, A_1}$$

Сумарна помилка F є функцією двох змінних A_0 і A_1, тобто $F(A_0, A_1)$, змінюючи які, можна впливати на величину сумарної помилки (див. рис. 3.4).

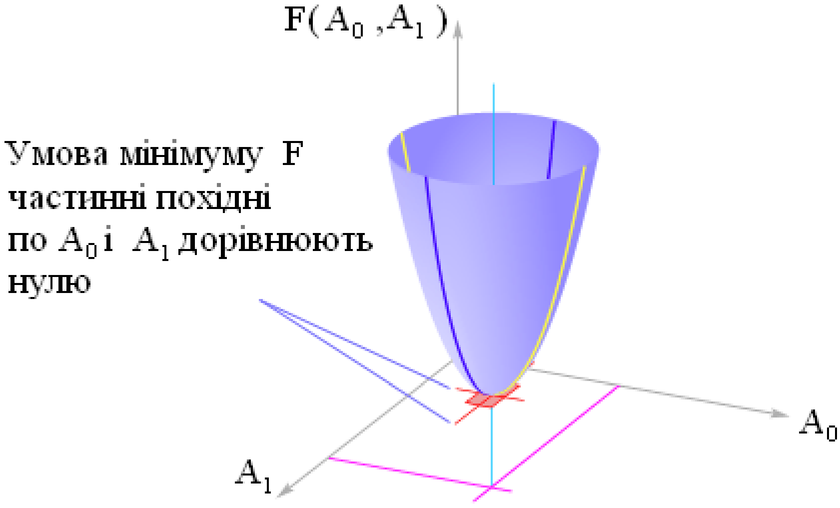

Рис. 3.4. **Приблизний вид функції помилки**

Щоб сумарну помилку мінімізувати, знайдемо частинні похідні від функції F по кожній змінній і прирівняємо їх до нуля (умова екстремума):

$$\frac{\partial F}{\partial A_0} = -2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - A_0 - A_1 X_i) = 0;$$

$$\frac{\partial F}{\partial A_0} = -2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - A_0 - A_1 X_i)X_i = 0.$$

Після розкриття дужок одержимо систему із двох лінійних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^{n} A_0 + A_1 \sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

$$A_0 \sum_{i=1}^{n} X_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$$

Для знаходження коефіцієнтів A_0 і A_1 методом Крамера представимо систему в матричній формі:

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} X_i \\ \sum_{i=1}^{n} X_i & \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \end{pmatrix}$$

Розв'язок має вигляд:

$$A_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \sum_{i=1}^{n} X_i}{n\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - (\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}$$

$$A_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} Y_i \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - \sum_{i=1}^{n} Y_i \sum_{i=1}^{n} X_i}{n\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - (\sum_{i=1}^{n} X_i)^2}$$

Обчислюємо значення A_0 і A_1.

3.2. Перевірка відповідності прийнятої гіпотези

Випадкова величина Y розподілена згідно з нормальним законом, який характеризується щільністю вірогідності розподілу:

$$f(y)=\frac{1}{\sigma*\sqrt{2\pi}}*e^{-\frac{(y_i-m_y)^2}{2\sigma^2}},$$

де m_y і σ – відповідно математичне очікування і середнє квадратичне відхилення вихідної величини Y. Щоб визначити, чи приймається гіпотеза, потрібно, по-перше, розрахувати помилку між точками заданої експериментальної й отриманої теоретичної залежності й сумарну помилку:

$$E_i = (Y_i^{\text{Експ.}} - Y_i^{\text{Теор.}}),\ i = 1, \dots, n$$

$$F(A_0, A_1) = \sum_{i=1}^{n} E^2{}_i$$

По-друге, необхідно знайти значення середнього квадратичного відхилення σ по формулі $\sigma=\sqrt{\frac{F}{n}}$, де F – сумарна помилка, n – загальна кількість експериментальних точок.

Якщо в смугу, обмежену лініями $Y^{\text{Теор.}} - \sigma$ і $Y^{\text{Теор.}} + \sigma$ (рис. 3.5), потрапляє 68,26% і більше експериментальних точок $Y_i^{\text{Експ.}}$, то висунута нами гіпотеза приймається. У іншому разі, вибирають більш складну гіпотезу або перевіряють вихідні дані. Якщо потрібна більша впевненість у результаті, то використовують додаткову умову: в смугу, обмежену лініями $Y^{\text{Теор.}} - 2\sigma$ і $Y^{\text{Теор.}} + 2\sigma$, повинні потрапити 95,44% і більше експериментальних точок $Y_i^{\text{Експ.}}$.

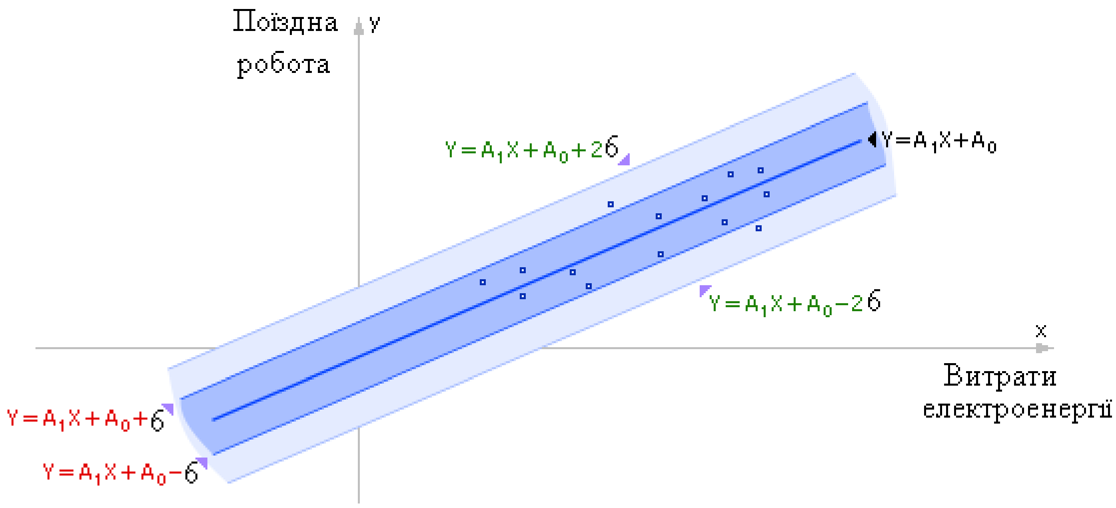

Рис. 3.5. **Дослідження допустимості прийняття гіпотези**

Умову прийняття гіпотези виведено з нормального закону розподілу випадкових помилок (див. рис. 3.7). P – імовірність розподілу нормальної помилки.

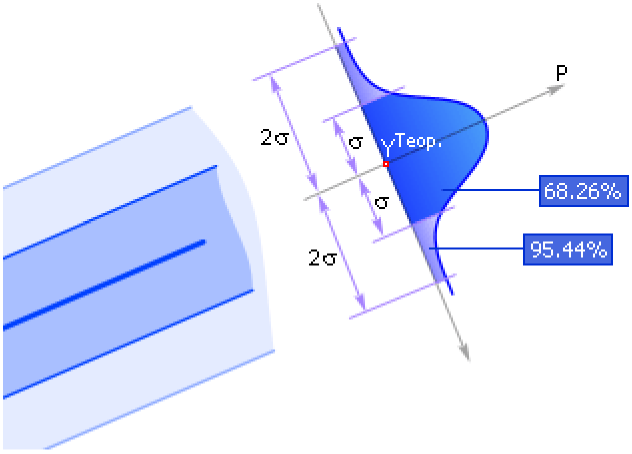

Рис. 3.6. **Ілюстрація закону нормального розподілу помилок**

Для нормального закону розподілу випадкових величин згідно з правилом «3-х σ» все розсіювання вкладається на ділянці m±3σ з ймовірністю 100%, на ділянці m±σ – з ймовірністю 68,26%, а на ділянці m±2σ – з ймовірністю 95,44%.

В розглянутому прикладі була прийнята гіпотеза про прямолінійну залежність виду y=ax+b. Вид залежності y=f(x) вибирають, зважаючи на зовнішній вид експериментальної залежності або із теоретичних міркувань. У більшості задач мають місце нелінійні залежності y=f(x), які можуть бути подані поліномом другої степені $y= ax^2 +bx+c$ або нелінійної функції, що залежить тільки від одного параметра $y=e^{-ax^2}$ або $y=\sin\alpha x$.Такі задачі відносяться до типу нелінійних регресій. Загально прийнятим при рішенні подібних задач також є метод найменших квадратів, при якому визначаються параметри $a,b,c….$, що забезпечують мінімальне відхилення прийнятої теоретичної залежності від експериментальних точок.

Запитання для самоконтролю.

1. Мета регресійного аналізу та чим відрізняється лінійні та нелінійні регресії ?
2. Маємо одержані в експерименті значення струму в колі та падіння напруги на активному опорі, які мали місце при цьому струмі. Як створити модель такого кола та які її особливості?
3. Як одержати математичний вираз залежності магнітного потоку від струму збудження двигуна постійного струму?

Критерії оцінки знань при виконанні тестів.

Максимальна кількість балів – 5 надається при виконанні всіх тестів. Мінімальна кількість балів – 2 надається, якщо допущені помилки при виконанні тестів. При виконанні всіх тестів та відповіді на питання по темі зараховується 10 балів.

Модуль 2

4. Моделі динамічних систем,що зводяться до диференційних рівнянь

Модуль 2 містить теми № 4 – 10:

4 – моделі динамічних систем, що зводяться до диференційних рівнянь;
5 – моделі, що зводяться до лінійних алгебраїчних систем;
6 – чисельні методи інтегрування диференційних рівнянь та функцій;
7 – статистичне моделювання, метод Монте-Карло;
8 – структурне та імітаційне моделювання.

В четвертій темі «Моделі динамічних систем, що зводяться до диференційних рівнянь» розглянуто питання створення математичних моделей електричного кола, що містить такі елементи, як активний опір, індуктивність та ємність при різних варіантах поєднання та різних схемах вмикання в електричне коло. В цій темі розглядається також питання створення математичної моделі механічної системи.

Питання четвертої теми для самовивчення

1. Математична модель електричного кола з активним опором і котушкою.
2. Математична модель електричного кола з послідовно з'єднаними активним опором, конденсатором і індуктивністю.
3. Математична модель електричного кола з паралельно з'єднаними активним опором, конденсатором і індуктивністю.
4. Які сили діють в механічній системі в положенні статичної рівноваги?
5. Математична модель механічної системи при відсутності збурення.
6. Математична модель механічної системи при дії збурення.

Вивчення питань, що увійшли в четверту тему бажано здійснювати в тій послідовності, як вони описані в підрозділах 4.1 – 4.5.

Вступ до четвертої теми

Диференційними називаються рівняння, що містять одну або декілька похідних. Залежно від числа незалежних змінних і від типу вхідних, диференційні рівняння поділяються на звичайні, що містять одну незалежну змінну і її похідні, та рівняння в часткових похідних, що містять декілька незалежних змінних і їхні похідні.

Велика кількість інженерних задач, пов'язаних з рухом, зміною потоків енергії у кінцевому рахунку зводяться до рішення диференційних рівнянь.

4.1. Математична модель електричного кола з активним опором

В електричне коло (рис. 4.1) увімкнута напруга u(t), під дією якої протікає струм i(t). Прийнято значення струму, напруги, ЕРС у будь-який момент часу t називати миттєвим значенням і позначається малими літерами, відповідно i (t); u(t); e(t). Якщо крива зміни періодичного струму описується синусоїдою, то струм називають синусоїдальним. Якщо крива відрізняється від синусоїди, то струм несинусоїдальний. Формальний запис синусоїдального струму:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

напруги:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u);$$

ЕРС:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e).$$

У наведених рівняннях позначено:

I_m, U_m, E_m – амплітуди струму, напруги, ЕРС; значення в дужках – фаза (повна фаза);

ψ_i, ψ_u, ψ_e – початкова фаза струму, напруги, ЕРС;

ω – циклічна частота,

$\omega = 2\pi f$;

f – частота, f = 1 / T; T – період.

Значення початкових фаз ψ_i, ψ_u, ψ_e можуть вимірюватися в радіанах або градусах. Величина ψ_i, ψ_u, ψ_e залежить від початку відліку часу t = 0. Позитивне значення відкладається вліво, негативне – вправо. Скористаємося законом Ома для миттєвих значень струму й напруги $u(t) = R\, i(t)$.

Струм в колі залежно від вхідної напруги і опору:

$$i(t)=U_m \sin(\omega t + \psi_u)/R.$$

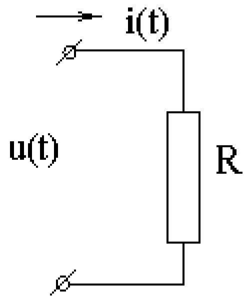

Рис. 4.1. **Електричне коло з активним опором**

4.2. Математична модель електричного кола з активним і індуктивним опорами

Якщо магнітне поле створюється кількома (w) провідниками з однаковим струмом, то використовують поняття потокозчеплення ψ, де $\psi = w*\Phi$.

Відношення потокозчеплення до струму, що його створює називають індуктивністю котушки

$$L = \psi / i . \quad (4.1)$$

При зміні в часі потокозчеплення відповідно до закону Фарадея в електричному колі (рис. 4.2) виникає ЕРС самоіндукції

$$e = - d\psi / dt. \quad (4.2)$$

З урахуванням співвідношення (4.1) для ЕРС одержуємо:

$$e = - L \cdot di / dt. \quad (4.3)$$

Ця ЕРС завжди перешкоджає зміні струму (закон Ленца). Тому, щоб через провідники увесь час протікав струм, необхідно до провідників прикладати напругу, що компенсує ЕРС:

$$u_L = -e\ . \tag{4.4}$$

Зіставляючи рівняння (4.3) і (4.4) одержуємо:

$$u_L = L \cdot di / dt. \tag{4.5}$$

Для запису математичної моделі електричного кола скористаємось другим законом Кірхгофа.

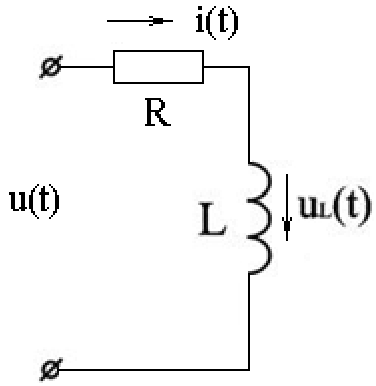

Рис. 4.2. **Електричне коло з активним опором і котушкою**

По другому закону Кірхгофа напруга, яка прикладена до кола, дорівнює сумі падінь напруги на елементах кола:

$$u(t) = R\ i(t) + u_L(t),$$

або
$$u(t) = R\ i(t) + L \cdot di / dt.$$

Одержали математичну модель кола у вигляді диференціального рівняння

$$\frac{di}{dt} = \frac{u(t) - R\,i(t)}{L}\ . \tag{4.6}$$

Одиницею виміру індуктивності є Генрі (Гн), мілігенрі та мікрогенрі

1 мГн = 10^{-3}Гн, 1 мкГн = 10^{-6}Гн.

4.3. Математична модель електричного кола з активним і ємнісним опорами

При розробці математичної моделі кола з конденсатором (рис. 4.3) зручніше відшукати спочатку не струм, а напругу на конденсаторі u, а потім з огляду на те, що

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \tag{4.7}$$

знайти струм через конденсатор. Тому запишемо рівняння по другому закону Кірхгофа у вигляді:

$$u(t) = RC\frac{dU_C}{dt} + u_C(t).$$

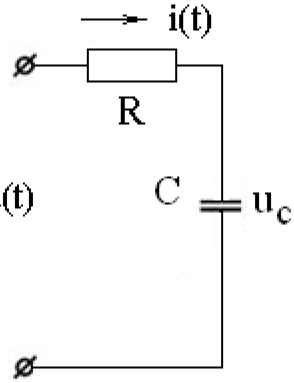

Рис. 4.3. **Електричне коло з активним опором і конденсатором**

Характеристичне рівняння в цьому випадку має вигляд:

$$RC\frac{dU_C}{dt} + u_C = 0$$

4.4. Математична модель електричного кола з активним, індуктивним і ємнісним опорами

Принципова електрична схема електричного кола приведена на рис. 4.4. За другим законом Кірхгофа для миттєвих значень струмів і напруг маємо:

$u(t) = R\,i(t) + u_C(t) + u_L(t)$, (4.8)

де $R\,i(t)$, $u_C(t)$, $u_L(t)$ – відповідно падіння напруги на активному опорі, конденсаторі і котушці індуктивності.

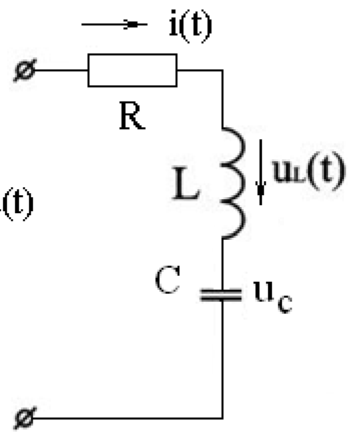

Рис. 4.4. **Електричне коло з активним опором, конденсатором і індуктивністю**

З огляду на те, що з (4.7): $du_C(t) = \frac{1}{C} \cdot i(t) \cdot dt,$

а напруга на конденсаторі $u_C(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) \cdot dt.$

Тоді

$$u(t) = R\, i(t) + \frac{1}{C} \cdot \int i(t) \cdot dt + L \cdot di / dt. \quad (4.9)$$

Якщо це рівняння продиференціювати за часом, одержимо лінійне диференціальне рівняння другого порядку для визначення струму, в якому як постійні коефіцієнти виступають параметри кола або їхні комбінації:

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = u(t)\ . \quad (4.10)$$

Якщо виходити з того, що $i = C\frac{dU_C}{dt}$, одержуємо із (4.8) диференціальне рівняння другого порядку відносно напруги:

$$LC\frac{d^2 U}{dt^2} + RC\frac{dU_C}{dt} + u_C(t) = u(t). \quad (4.11)$$

Характеристичне рівняння при цьому має вигляд:

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0.$$

4.5. Математична модель електричного кола з паралельним з’єднанням активного , індуктивного та ємнісного опорів

Принципова схема електричного кола з паралельним з’єднанням R, L, C приведена на рис. 4.5. При відключенні кола з паралельно включеними R, L, C від джерела струму i(t) ключем *K* в колі протікає перехідний процес. Рівняння вільних коливань в колі можна одержати за допомогою першого закону Кірхгофа: алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю:

$$I_R + I_L + I_C = 0 \quad (4.12)$$

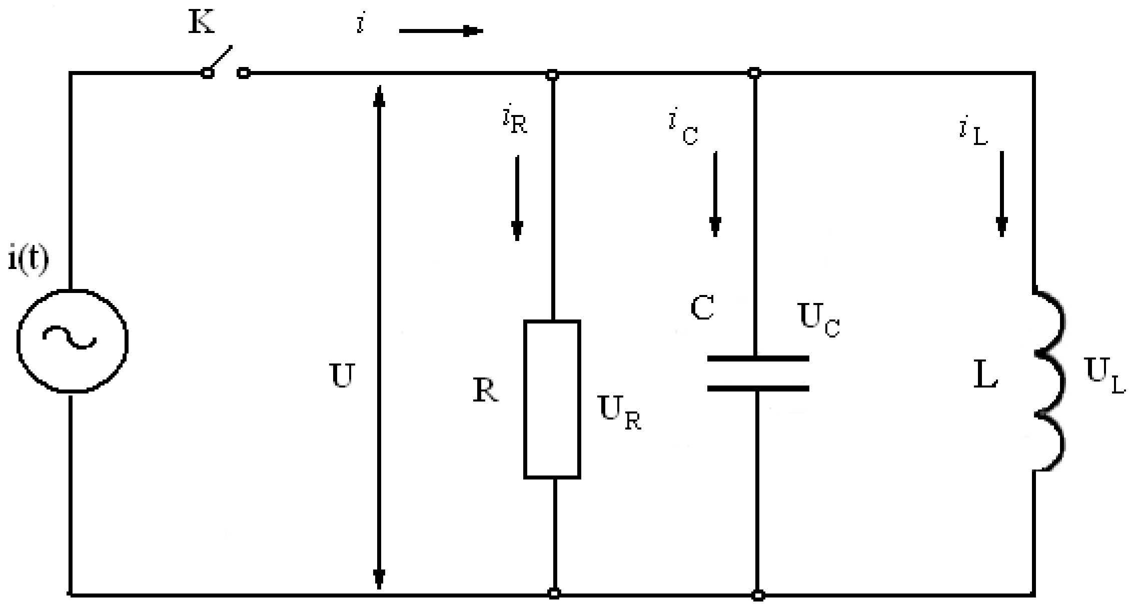

Рис. 4.5. **Електричне коло з паралельним з'єднанням активного, індуктивного та ємнісного опорів**

Струм в активному опорі згідно з законом Ома

$$I_R = U/R.$$

Струм в індуктивності знаходимо з формули:

$$U = L \cdot d\, I_L / dt;$$

$$I_L = (1/L) \int U dt .$$

Струм в ємності знайдемо, зважаючи на те, що напруга на ємності:

$$U = (1/C) \cdot \int I_C\, dt, \qquad (4.13)$$

Звідки: $I_C = C \cdot du/dt$

Підставляючи всі наведені співвідношення, отримаємо:

$$C \cdot du/dt + 1/R \cdot U + (1/L) \cdot \int U dt = 0. \qquad (4.14)$$

Продиференціювавши це рівняння, отримаємо:

$$C \cdot d^2u/dt^2 + 1/R \cdot du/dt + 1/L \cdot U = 0. \qquad (4.15)$$

Робимо висновок, що вільні коливання в колі описуються диференційним рівнянням другого порядку.

При замиканні ключа *K* до кола підключається джерело струму *i(t)*. Рівняння при цьому буде мати вигляд:

$$C \cdot d^2U \cdot dt^2 + 1/R \cdot du \cdot dt + 1/L \cdot U = i(t) \qquad (4.16)$$

4.6. Математичні моделі механічних систем

Схема заданої механічної системи зображена на рис. 4.6.

Вантаж масою m підвішений до вільного кінця пружини П. Коефіцієнт жорсткості для пружини q і пристрій, що демпфує (гальмує) коливання D. Демпфер D створює силу опору руху:

$$R = -\beta v,$$

де β – постійний коефіцієнт;
$v = dx/dt$ – швидкість руху вантажу.

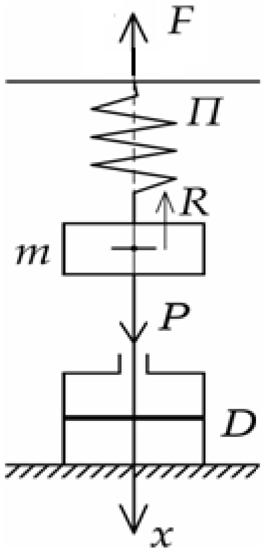

Рис. 4.6. **Схема механічної системи**

Знак мінус у рівнянні показує, що сила R спрямована в бік, протилежний швидкості.

Необхідно скласти рівняння руху вантажу.

Направимо вісь x по вертикалі униз. Візьмемо початок відліку у точці статичної рівноваги вантажу.

Під час руху пружини одержуємо подовження:

$$\Delta = \Delta_{ст} + x, \quad (4.17)$$

де $\Delta_{ст}$ – подовження пружини при статичній рівновазі ($x=0$; $dx/dt=0$);
x – переміщення вантажу.

Сила пружності визначається по формулі:

$$F = -q\,(\Delta_{ст} + x) \quad (4.18)$$

Знак «мінус» вказує, що сила спрямована вгору по вертикалі.

Сила опору руху R, спрямована убік, протилежний напрямку руху.

Вага вантажу визначається по формулі:

$$P = mg, \quad (4.19)$$

де m – маса вантажу;
q – прискорення сили ваги, q = 9,81 м/с.

Диференціальне рівняння руху центру маси вантажу під дією ваги і при існуючому опору руху згідно із законом Ньютона:

$$m \cdot dx^2/dt^2 = \sum F_{kx} \quad (4.20)$$

де F_{kx} – проекція к-ї сили, що діє на центр маси, к=1,2..N

Підставляючи в приведене рівняння силу, одержимо:

$$m\cdot dx^2/dt^2 = P + F + R \quad (4.21)$$

Підставивши вирази для діючих сил, одержимо:

$$m\cdot dx^2/dt^2 = mg - q\Delta_{ст} - qx - \beta v \quad (4.22)$$

В положенні статичної рівноваги (x=0) до вантажу прикладені сили:
1) вага вантажу P = mg, направлена по вертикалі вниз;
2) статична пружна сила пружини F:

$$F= - q\Delta_{ст},$$

направлена по вертикалі вверх.

В положенні статичної рівноваги (x=0) повинна виконуватися умова

$$mg-q\Delta_{ст}=0 \quad (4.23)$$

Рівняння (4.22) для динамічного режиму одержимо, замінивши v на x:

$$m\cdot dx^2/dt^2 = - qx - \beta dx/dt \quad (4.24)$$

Рівняння (4.24) можна записати в такому вигляді:

$$Mdx^2/dt^2 + \beta dx/dt + qx = 0 \quad (4.25)$$

Якщо на систему діє зовнішня сила збурення f(t) то рівняння (4.25) матиме вигляд:

$$mdx^2/dt^2 + \beta dx/dt + qx = f(t) \quad (4.26)$$

Запитання для самоконтролю

1. Запишіть математичний вираз для ЕРС самоіндукції в електричному колі з котушкою та вкажіть, яке співвідношення між ЕРС самоіндукції та напругою на котушці?
2. Запишіть математичні моделі, що характеризують зміну струму та напруги на конденсаторі під час його зарядки.
3. Як визначити струм в колі з послідовно з'єднаними елементами R, L, C, якщо відома напруга на L та C ?
4. Як отримати математичну модель електричного кола з паралельно з'єднаними елементами R, L, C?

Критерії оцінки знань при виконанні тестів.

Максимальна кількість балів – 5 надається при виконанні всіх тестів. Мінімальна кількість балів – 2 надається, якщо допущені помилки при виконанні тестів. При виконанні всіх тестів та відповіді на питання по темі зараховується 10 балів.

Тема 5. Моделі, що зводяться до лінійних алгебраїчних систем

Питання п'ятої теми для самовивчення

1. Мінімальна кількість рівнянь, що необхідна для запису математичної моделі.
2. Математична модель електричного кола.

До такої моделі зводиться задачі про розподіл струмів у замкнутому електричному колі. Нехай потрібно визначити розподіл струмів в електричній схемі (рис. 5.1) без амперметра. Опір ділянок R_1, R_2, R_3 і електрорушійна сила

E_1, E_2 відомі. Позитивні напрямки струму вказані на рис. 5.1 стрілками. Для визначення сили струму використовуємо відомі фізичні закономірності.

Згідно з першим законом Кірхгофа алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю:

$$\sum I_i=0$$

Другий закон Кірхгофа стверджує, що в будь-якому замкнутому контурі, алгебраїчна сума напруг на пасивних елементах дорівнює алгебраїчній сумі джерел ЕРС:

$$\sum I_i R_i = \sum E_i \text{ , } m \le n$$

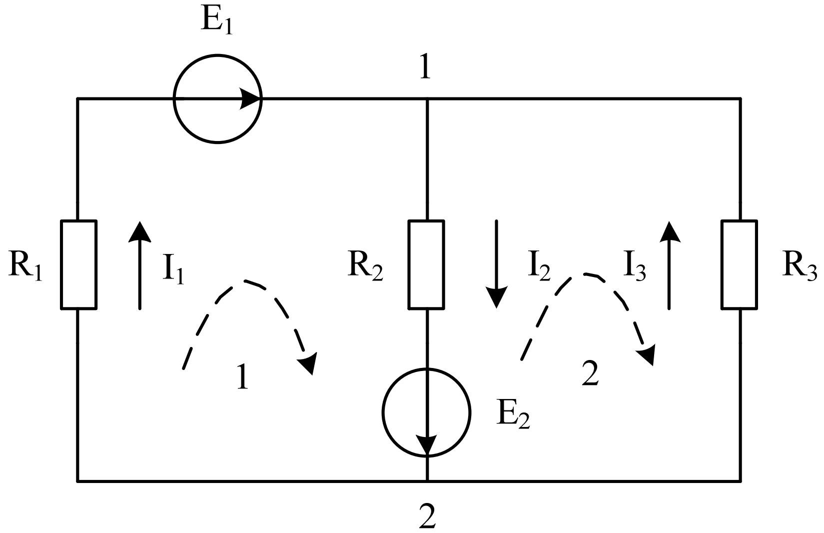

Рис. 5.1. **Схема електричного кола**

Використовуючи ці закони для кола можна записати:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_1 + E_2 \text{ ;}$$
$$I_1 + I_3 - I_2 = 0 \text{ ;}$$
$$- R_2 I_2 - I_3 R_3 = E_2.$$

Таким чином отримана система алгебраїчних рівнянь із невідомими I_1, I_2, I_3.

Для повного математичного опису електричного кола за першим законом Кірхгофа необхідна кількість рівнянь (В-1), де В – кількість вузлів. За другим законом Кірхгофа необхідно записати кількість рівнянь (Г-(В-1)), де Г – кількість гілок. Для схеми рис. 5.1 кількість вузлів і гілок В = 2 Г = 3 (3-(2-1) =2.

Послідовність розв'язання системи рівнянь така:

1. Записати систему в матричному вигляді, тобто сформувати матрицю системи А і вектор правих частин В.
2. Обчислити головний визначник Δ.
3. Сформувати допоміжні матриці.
4. Обчислити визначник Δі.
5. Знайти рішення системи за формулою.

$$X_i = \Delta_i / \Delta.$$

Питання для самоконтролю

1. Які рівняння будуть входити в математичну модель кола, що має один контур з послідовно увімкнутими ЕРС, та опором?

Максимальна кількість балів – 3 надається при правильній відповіді. При відповіді на питання по темі зараховується 5 балів.

Тема 6. Чисельні методи інтегрування диференційних рівнянь та функцій.

В шостій темі розглянуті такі питання:

1) Метод Ейлера.
2) Рішення диференціального рівняння методом Рунге-Кути.

Запитання для самовивчення шостої теми

1. Формула Тейлора.
2. Формула чисельного диференціювання методом Ейлера.
3. Формула чисельного диференціювання методом Рунге-Кути.
4. В чому суть методів чисельного інтегрування?
5. Які існують методи чисельного інтегрування?
6. Записати та пояснити формулу чисельного інтегрування методом трапецій.

Для більшості реальних задач математичні моделі, які описують динаміку систем, включають в себе диференційні рівняння або системи диференційних рівнянь. Вирішити їх аналітичними методами не можливо. Для рішення застосовують чисельні методи, що заміняють неперервні рівняння їхніми дискретними аналогами.

При рішенні диференційних рівнянь можна зустріти три типи задач:

- диференційні рівняння із заданими початковими умовами;
- крайова задача, коли відомі значення функції або її похідні в певних точках, необхідно знайти рішення між цими точками;
- задача на власні значення, коли необхідно знайти, при яких значеннях параметрів рішення диференціального рівняння задовольняє крайовим умовам.

Рішення рівняння із заданими початковими умовами здійснюється двома методами:

- методом Ейлера;
- методом Рунге-Кути.

6.1. Метод Ейлера

Заснований на розкладі функції, яку визначають, в ряд Тейлора в околицях вузлів $x = x_i (i = 0,1...)$, в якому відкидають всі члени, що містять похідні другого і більш високих порядків.

Формула Тейлора. Допускаємо, що функція $y = f(x)$ має всі похідні до $(n+1)$-го порядку включно на деякому інтервалі, що містить точку $x = a$.

Формула Тейлора дає можливість замінити функцію $y = f(x)$ багаточленом $Y = P_n(x)$ з відповідним ступенем точності, рівним значенню залишкового члена $R_n(x)$.

$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + ... + \frac{(x-a)^n}{n!} f^n(a) + R_n(x),$$

$P_n(x)$ – багаточлен порядку не вище n близький до f(x)

$R_n(x) = f(x) - P_n(x)$.

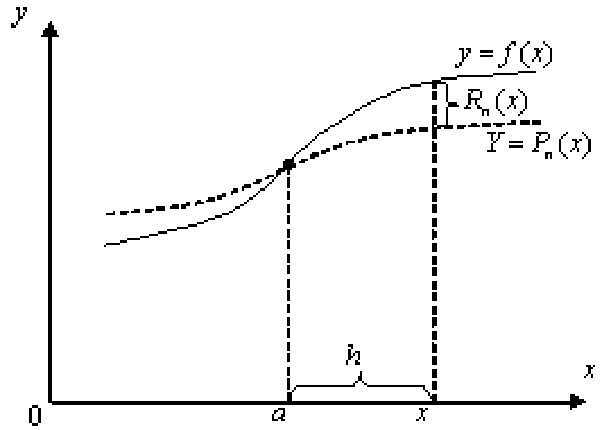

Рис. 6.1. **Графік до рішення диференціального рівняння методом Ейлера**

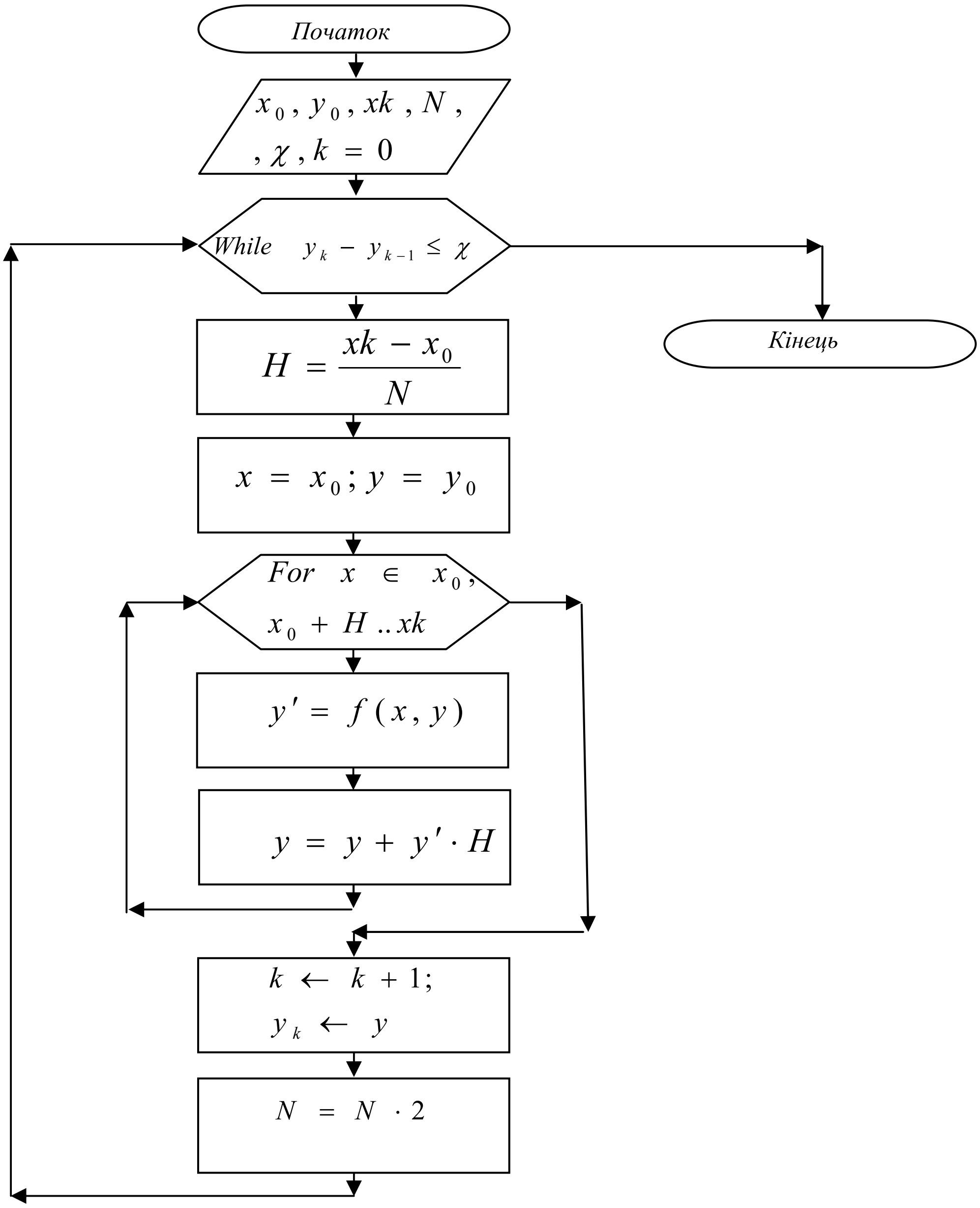

Рис. 6.2. **Блок-схема алгоритму диференціювання методом Ейлера**

Рівняння можна зобразити в загальному вигляді так:

$$Y(x_i+\Delta x_i)=Y(x)+Y(x)x+O(x).$$

Заміняємо значення функції Y у вузлах x значеннями функції y та приймаємо, що: $y(x) = y(a)+h\cdot f(x,y)$, де $Y=f(x,y)$, а $h = x - a$. При заданих початкових умовах x_0 і y_0 можна обчислити $y = y_0+h\cdot f(x_0, y_0)$.

6.2. Рішення диференціального рівняння методом Рунге-Кути

Метод Рунге-Кути аналогічний методу Ейлера, але більш точний. В методі Рунге-Кути вводяться чотири допоміжні величини K_1, K_2, K_3, K_4.

Диференціальне рівняння задається у вигляді $y' = f(x,y)$ з початковими умовами $y(x_0) = y_0$. Позначимо y_i наближене значення функції в точці x_i.

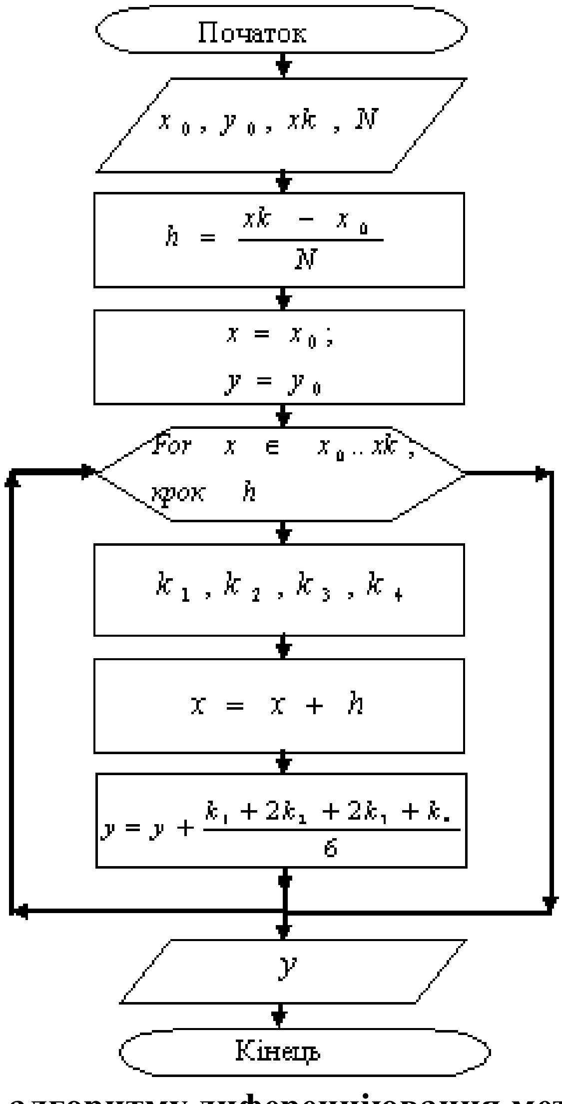

Рис. 6.3. **Блок-схема алгоритму диференціювання методом Рунге-Кути**

Обчислюємо координати наступної точки (x_{i+1},y_{i+1}), зважаючи на уже відомі координати попередньої точки, відбувається це за такою схемою:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i;\quad x_{i+1} = x_i + h_i,\ \text{де}\ \Delta y_i = \frac{(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)}{6},$$

де $$K_1 = h\cdot f(x_i, y_i);\ K_2 = h\cdot f(x_i + \tfrac{h}{2}, y_i + \tfrac{K_1}{2});$$

$$К_3 = h \cdot f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{K_2}{2});\ К_4 = h \cdot f(x_i + h, y_i + K_3)\ .$$

6.3. Чисельні методи інтегрування функцій

В деяких випадках функції неможливо інтегрувати аналітично. Тільки в деяких випадках за заданою функцією можна знайти первинну. Загальним способом інтегрування будь-яких функцій є чисельне інтегрування. Найпростішим методом чисельного інтегрування є метод прямокутників. У цьому методі використовують заміну визначеного інтегралу сумою площ елементарних прямокутників. Площу кожного елементарного прямокутника знаходять як добуток відрізка Δx_i основи на його висоту. За висоту приймають значення функції в лівій, правій чи середній точці відрізка Δx_i.

Більш точним методом чисельного інтегрування є метод трапеції, який використовує лінійну інтерполяцію. При цьому графік функції $y = f(x)$ має вигляд ломаної, яка з'єднує точки (x,y). В цьому випадку площа всієї фігури складається з площ елементарних прямолінійних трапецій. Площа кожної такої трапеції дорівнює добутку півсуми основ на висоту:

$$S_{i=} \frac{y_{i+1} + y_i}{2}\ h\ ;$$

$$\int_A^B f(x)dx = h(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i)$$

Блок-схема алгоритму інтегрування методом трапецій приведена на рис. 6.1.

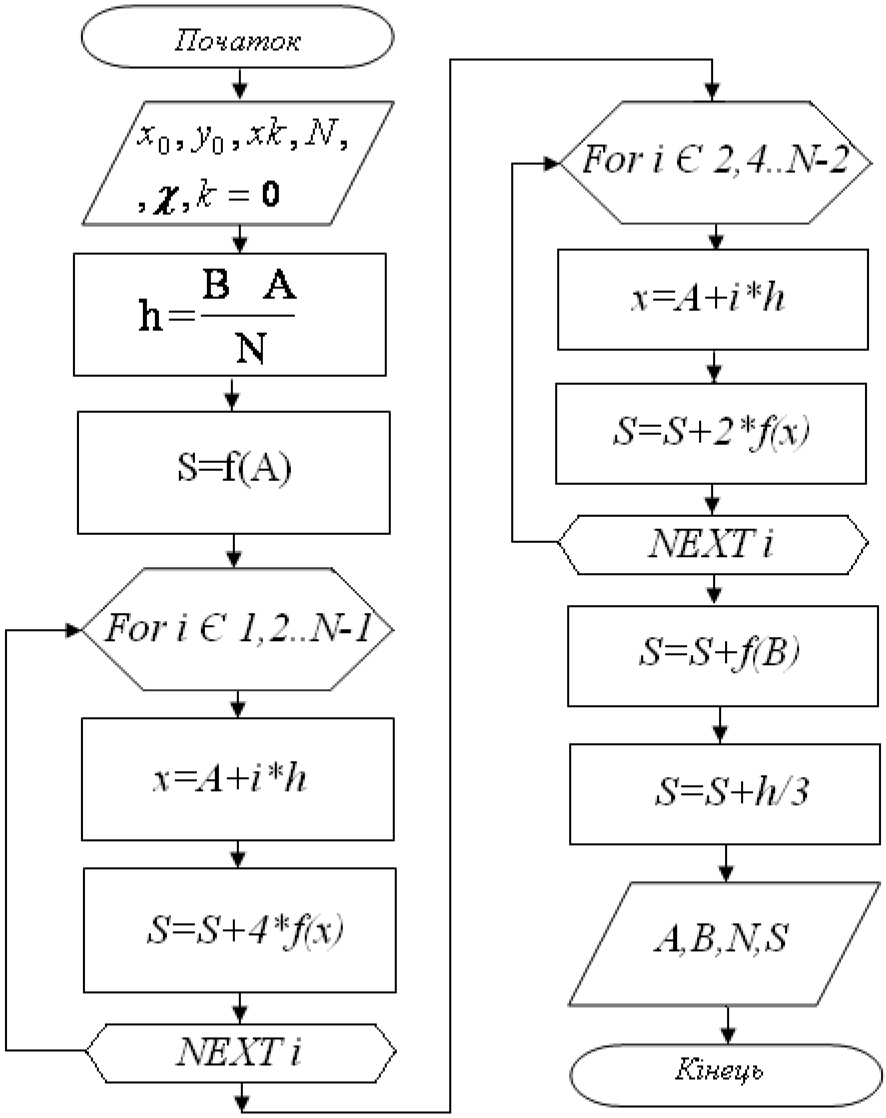

Рис. 6.1. **Алгоритм інтегрування методом трапецій**

Запитання для самоконтролю

1. Яке рівняння забезпечує реалізацію метода Ейлера та при яких умовах?
2. Навести графічну інтерпретацію метода Ейлера.

Максимальна кількість балів – 2,5 надається при відповіді на запитання. При відповіді на питання по темі зараховується 5 балів.

7. Статистичне моделювання. Метод Монте-Карло

Запитання для самовивчення сьомої теми

1. В яких випадках для створення моделі використовують статистичні методи?
2. Пояснити алгоритм методу Монте-Карло.
3. Перелік умов, необхідних для успішного використання методу Монте-Карло.
4. Схема використання методу Монте-Карло.
5. В чому полягає центральна гранична теорема?
6. Як забезпечити достовірність отриманого результату?

Одним із методів дослідження системи з використанням імітаційного моделювання є метод Монте-Карло. При цьому замість того, щоб описувати досліджуваний випадковий процес математичними співвідношеннями, складається алгоритм, який імітує цей процес. Статистичне моделювання це базовий метод моделювання, який полягає в тому, що модель випробовується безліччю випадкових сигналів із заданою щільністю ймовірності. Метою є статистичне визначення вихідних результатів. В основі статистичного моделювання лежить *метод Монте-Карло*. Нагадаємо, що імітацію використовують тоді, коли інші методи застосувати неможливо.

Розглянемо метод Монте-Карло на прикладі обчислення інтегралу, значення якого аналітичним способом знайти не вдається.

Приклад 1. Знайти значення інтегралу.

На рис. 7.1 Поданий графік функції $f(x)$. Обчислити значення інтегралу цієї функції, тобто знайти площу під цим графіком $y = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$. Обмежуємо криву зверху, праворуч і ліворуч. Довільно розподіляємо точки в прямокутнику пошуку. Позначимо через N_1 загальну кількість точок, прийнятих для випробувань (тобто тих, що потрапили у прямокутник), і через N_2 – кількість точок під кривою, тобто тих, що потрапили в зафарбовану площу під функцією (рис. 7.1).

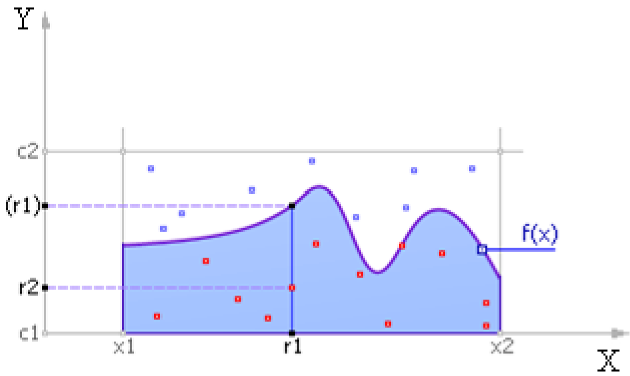

Рис. 7.1. **Визначення значення інтеграла методом Монте-Карло**

Тоді природно припустити, що відношення кількості точок, що потрапили під криву, до загального числа точок дорівнює відношенню площі під кривою (величині інтеграла) до площі випробуваного прямокутника. Математично це можна виразити так:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{y}{(x_2-x_1)(c_2-c_1)}.$$

Міркування ці, звичайно, статистичні й тим більше вірні, чим більше ми візьмемо кількість випробуваних точок. Фрагмент алгоритму методу Монте-Карло у вигляді блок-схеми виглядає так, як подано на рис. 7.2.

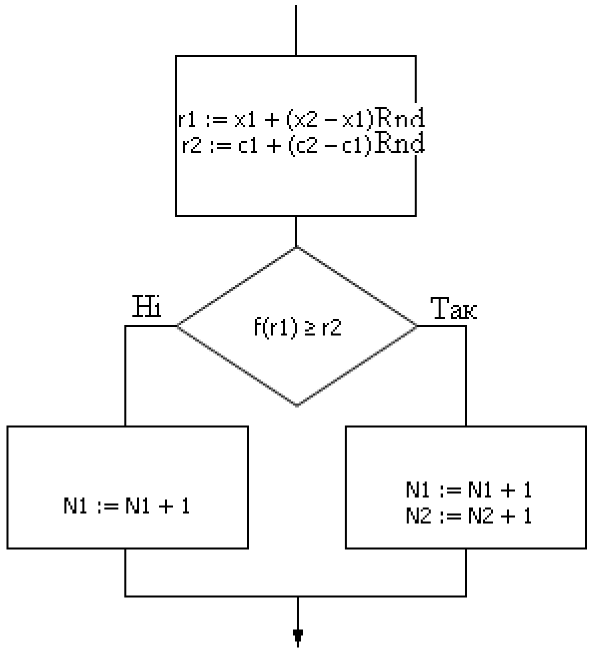

Рис. 7.2. **Фрагмент алгоритму реалізації методу Монте-Карло**

Функція *Rnd (Random*) служить для генерації випадкових чисел. Вона повертає значення в діапазоні від 0 до 1 типу Single, що містить випадкові числа, точніше, функція генерує псевдовипадкові числа (причому 1 не входить у цей діапазон, а 0 входить). Значення r_1 і r_2 на рис. 7.2 є рівномірно розподіленими випадковими числами в інтервалах (x_1; x_2) і (c_1; c_2) відповідно.

Метод Монте-Карло надзвичайно ефективний, простий, але треба створювати генератор випадкових чисел. Друга проблема застосування методу полягає у визначенні обсягу вибірки, тобто кількості точок, необхідних для забезпечення рішення із заданою точністю. Експерименти свідчать: щоб збільшити точність в 10 разів, обсяг вибірки потрібно збільшити в 100 разів; тобто точність приблизно пропорційна кореню квадратному з об'єму вибірки:

$$\text{точність} \cong \sqrt{\text{об'єм вибірки}}$$

Схема використання методу Монте-Карло при дослідженні систем з випадковими параметрами

Побудувавши модель системи з випадковими параметрами, на її вхід подають вхідні сигнали від генератора випадкових чисел (ГВЧ), як по дано на рис. 7.3. ГВЧ побудований так, що він видає рівномірно розподілені випадкові числа $r_{рр}$ із інтервалу [0; 1]. В зв'язку з тим, що одні події можуть бути більш ймовірними, інші-менш імовірними, то рівномірно розподілені випадкові числа від генератора подають на перетворювач закону випадкових чисел (ПЗВЧ), що перетворить їх у *заданий* користувачем закон розподілу ймовірності, наприклад, у нормальний або експонентний закон. Ці перетворені випадкові числа x подають на вхід моделі. Модель відпрацьовує вхідний сигнал x за деяким законом $y = \varphi(x)$ і одержує вихідний сигнал y, що також є випадковим.

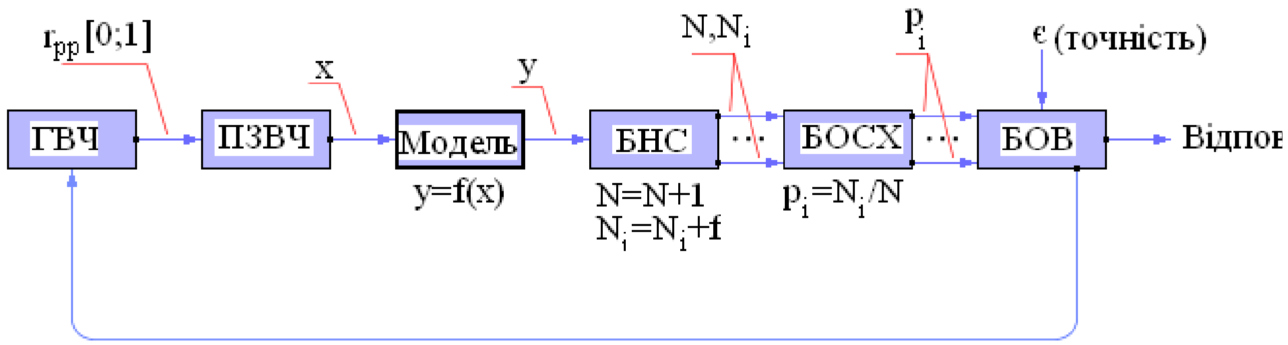

Рис. 7.3. **Загальна схема методу статистичного моделювання**

У блоці накопичення статистики (БНС) фільтри й лічильники. Фільтр визначає за значенням y, чи реалізувалося в конкретному досвіді деяка подія (виконалася умова, $f = 1$) чи ні (умова не виконалася, $f = 0$). Якщо подія реалізувалася, то лічильник події збільшується на одиницю. Якщо подія не реалізувалася, то значення лічильника не міняється. Якщо потрібно стежити за декількома різними типами подій, то для статистичного моделювання знадобиться кілька фільтрів і лічильників N_i. Завжди ведеться лічильник кількості експериментів – N. Далі відношення N_i до N, що розраховується в блоці обчислення статистичних характеристик (БОСХ) по методу Монте-Карло, дає оцінку ймовірності p_i появи події i, тобто вказує на частоту його випадання в серії з N досвідів. Це дозволяє зробити висновки про статистичні властивості об'єкта, що моделюється. Наприклад, подія А відбулася в результаті проведених 200 експериментів 50 разів. Це означає, відповідно до методу Монте-Карло, що ймовірність здійснення події дорівнює: $p = 50/200 = 0{,}25$. Імовірність того, що подія не відбудеться, дорівнює, відповідно, $1 – 0{,}25 = 0{,}75$.

Зверніть увагу! Коли мова йде про ймовірність, отриману експериментально, то її називають частістю.

Слово ймовірність вживають, коли хочуть підкреслити, що мова йде про теоретичне поняття.

При великій кількості дослідів N частота появи події, отримана експериментальним шляхом, прагне до значення теоретичної ймовірності появи події. У блоці оцінки ймовірність (БОВ) аналізують ступінь ймовірності статистичних експериментальних даних, знятих з моделі і визначають необхідну для цього кількість статистичних випробувань. Якщо коливання значень частості появи подій щодо теоретичної ймовірності менше заданої точності έ, то експериментальну частоту приймають як результат рішення, інакше генерацію випадкових вхідних впливів продовжують і процес моделювання повторюється. При малій кількості випробувань результат може виявитися недостовірним. Але чим більше випробувань, тим точніше відповідь, відповідно до центральної граничної теореми.

Приклад 1. Визначення ймовірності випадання монети «орлом» догори при падінні її з висоти випадковим чином. Почнемо підкидати монетку й фіксувати результати кожного кидка (див. табл. 7.1).

Таблиця 7.1

Результати випробувань кидання монети

Кількість досвідів N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Значення лічильника випадання «орла» N_o	0	0	1	1	2	3	4	…	…	…	…	…
Значення лічильника випадання «решки» N_p	1	2	2	3	3	3	3	…	…	…	…	…
Частість випадання «орла» $P_o = N_o/N$	0	0	0,33	0,25	0,4	0,5	0,57	…	…	…	…	…
Частість випадання «решки» $P_p = N_p/N$	1	1	0,66	0,75	0,6	0,5	0,43	…	…	…	…	…

Будемо підраховувати частість випадання «орла» як відношення кількості випадків випадання «орла» до загального числа спостережень. Згідно з табл. 7.1 у випадку для $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$ – спочатку значення частості не можна назвати достовірними. При різних експериментах будуть виходити різні таблиці й, отже, різні графіки. На рис. 7.4 подано один з варіантів.

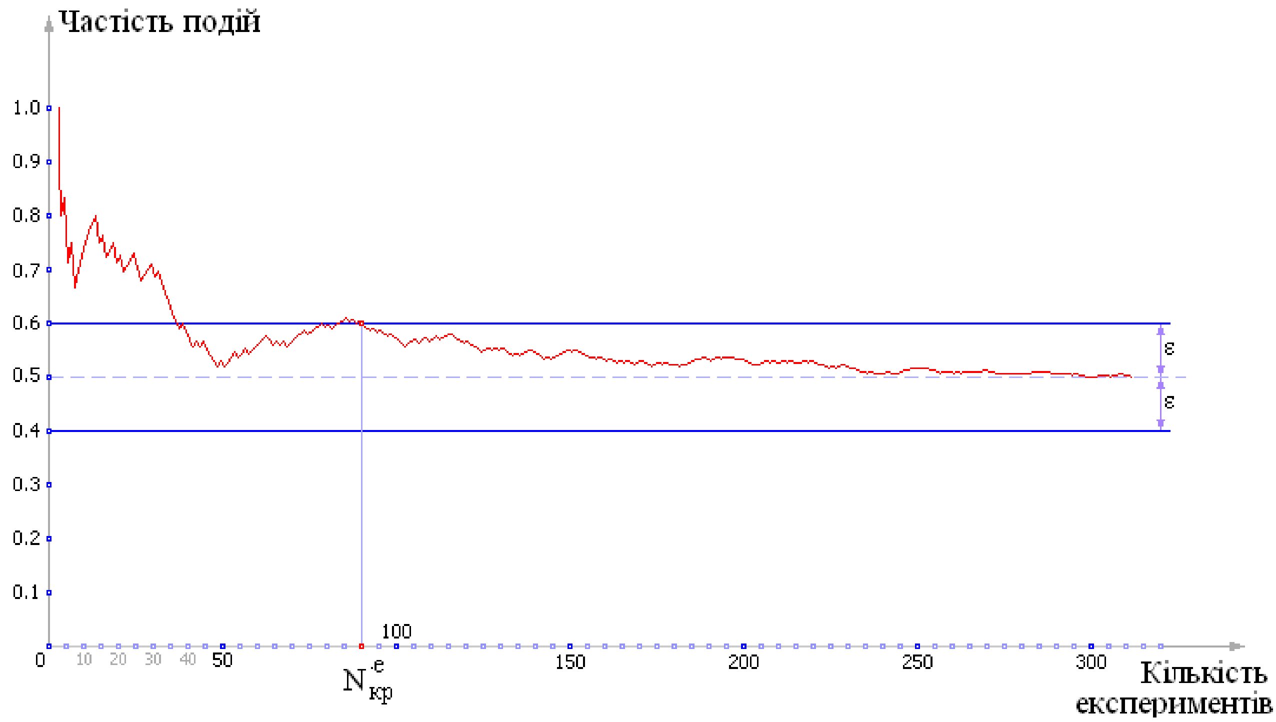

Рис. 7.4. **Експериментальна залежність частості появи випадкової події від кількості спостережень і її прагнення до теоретичної ймовірності**

Зробимо деякі висновки. Видно, що при малих значеннях N, наприклад, $N = 1$, $N = 2$, $N = 3$ результатам взагалі довіряти не можна. Наприклад, $P_о = 0$ при $N = 1$, тобто ймовірність випадання «орла» при одному кидку дорівнює нулю. Хоча всім добре відомо, що це не так. Тобто, поки що ми одержали дуже грубу відповідь. Однак, як видно із графіка, у процесі нагромадження інформації відповідь повільно, але вірно наближається до правильного. У даному конкретному випадку правильна відповідь нам відома, в ідеалі, імовірність випадання «орла» дорівнює 0,5. В інших, більш складних завданнях, відповідь нам, звичайно, буде невідома. Припустимо, що відповідь нам треба знати з точністю $\varepsilon = 0{,}1$. Проведемо дві паралельні лінії, що стоять від правильної відповіді 0,5 на відстані 0,1 (див. рис. 7.4). Ширина коридору, що утворився, буде дорівнює 0,2. Як тільки крива $P_о(N)$ увійде в цей коридор так, що вже ніколи його не покине, можна зупинитися й подивитися, для якого значення N це відбулося.

1. Це і є експериментально обчислене критичне значення необхідної кількості досвідів $N_{кр}^{э}$ для визначення відповіді з точністю $\varepsilon = 0{,}1$; ε – околиця в наших міркуваннях відіграє роль своєрідної зони точності. Зверніть увагу, що відповіді $P_о(91)$, $P_о(92)$ вже мало міняють свої значення (див. рис. 7.4).
2. Причиною такого поводження кривої є дія центральної граничної теореми (числа, що являють собою суми випадкових чисел, створюють ряд значень, який розподілений за нормальним законом, або в найпростішому варіанті «сума випадкових величин є величина невипадкова»). Ми використовували середню величину $P_о$, що несе в собі інформацію про суму досвідів, і тому поступово ця величина стає все більше достовірною.
3. Якщо проробити ще раз цей досвід спочатку, то, звичайно, його результатом буде інший вид випадкової кривої. І відповідь буде іншою, хоча приблизно такою ж самою. Проведемо цілу серію таких експериментів (див. рис. 7.5). Така серія називається ансамблем реалізацій. Якій же відповіді в результаті варто вірити? Адже вони, хоч і є близькими, все-таки відрізняються. На практиці підходять по-різному. Перший варіант – обчислити середнє значення відповідей за кілька реалізацій (див. табл. 7.2). Ми поставили кілька експериментів і визначали щораз, скільки необхідно було зробити досвідів, тобто $N_{кр}^{э}$. Було пророблено 10 експериментів, результати яких були зведені в табл. 7.2. За результатами 10-ти експериментів було обчислено середнє значення $N_{кр}^{э}$.

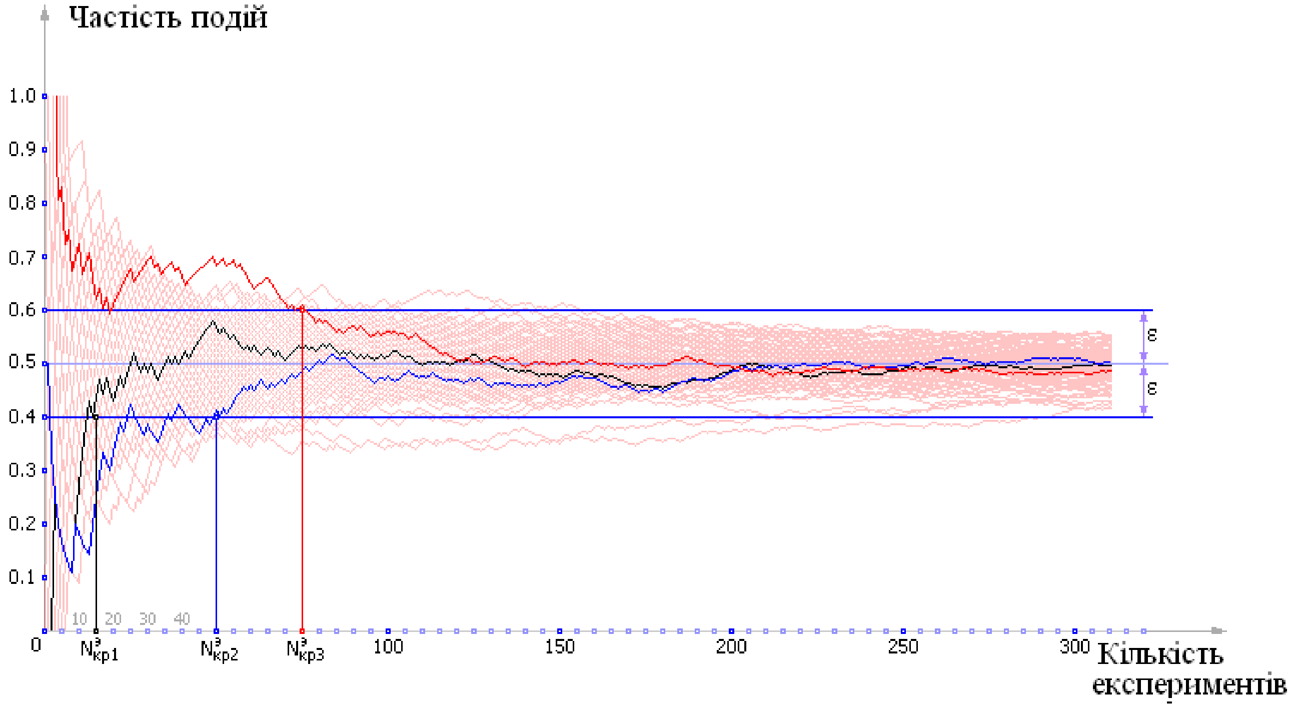

Рис. 7.5. **Експериментальна залежність частості появи випадкової події від кількості спостережень**

Таблиця 7.2.

Експериментальні дані необхідної кількості кидків монети

Досвід	**$N_{кр}^{э}$**
1	288
2	95
3	50
4	29
5	113
6	210
7	30
8	42
9	39
10	48
Середнє $N_{кр.}^{э}$	**94**

Таким чином, провівши 10 реалізацій різної довжини, ми визначили, що досить у середньому було зробити 1 реалізацію довжиною в 94 кидка монети.

Ще один важливий факт. Уважно розгляньте графік на рис. 7.5. На ньому приведено 100 реалізацій. Відзначте на ньому абсцису $N = 94$ вертикальною рискою. Є якийсь відсоток ліній, які не встигли перетнути ε-межу, тобто ($P^{\text{експ}} - \varepsilon \leq P^{\text{теор}} \leq P^{\text{експ}} + \varepsilon$), і ввійти в коридор точності до моменту $N = 94$. Зверніть увагу, таких ліній 5. Це значить, що 95 з 100, тобто 95%, ліній ймовірно ввійшли в позначений інтервал. Таким чином, провівши 100 реалізацій, ми домоглися приблизно 95% довіри до отриманої експериментально величини ймовірності випадання «орла», визначивши її з точністю 0,1. Для порівняння отриманого результату теоретичне значення необхідної кількості кидків монети $N_{\text{кр}}^{\text{т}} = k(Q_F) \cdot p \cdot (1 - p)/\varepsilon^2$ при рівні довірчої ймовірності $Q_F = 0{,}95$ та коефіцієнті Лапласа $\mathrm{k}(Q_F) = 3{,}84$. При точності $\varepsilon = 0{,}1$ та імовірності $p = 0{,}5$ необхідна кількість дослідів $N_{\text{кр}}^{\text{т}} = 96$. Як бачимо, отримана нами оцінка довжини реалізації, рівна 94 досвідам дуже близька до теоретичної, рівної 96. Деяка розбіжність пояснюється тим, що, очевидно, 10 реалізацій недостатньо для точного обчислення $N_{\text{кр}}^{\text{э}}$.

Запитання для самоконтролю

1. Які функції виконує генератор випадкових чисел та яким вимогам він повинен відповідати?
2. Визначте з графіка 7.5 відсоток довіри до експериментально отриманої величини ймовірності випадання «орла» при проведені 90 експериментів.

Максимальна кількість балів – 2,5 надається при відповіді на запитання. При відповіді на запитання по темі зараховується 5 балів.

Тема 8. Структурне та імітаційне моделювання

В темі розглянуті наступні питання:

1) Моделювання за допомогою MATLAB.
2) Пакет моделювання динамічних систем Simulink.
3) Пакет розширення SimPower Systems.
4) Операції з блоками.

Запитання для самовивчення восьмої теми

1. Призначення та основні функції MATLAB.
2. Призначення та основні функції пакета Simulink.
3. Призначення пакета розширення SimPower Systems.
4. Склад бібліотеки пакета SimPower Systems.
5. Специфіка створення *SPS*-моделей.
6. Основні операції, які здійснюють з блоками *SPS*.

Перехідні процеси можна розрахувати як за допомогою програм, написаних будь-якою алгоритмічною програмою, що потребує від дослідника достатньо високої кваліфікації в галузі програмування та обчислювальної математики, так і за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, що дозволяє користувачу задавати моделі у вигляді математичних рівнянь або у вигляді структурних схем, обирати методи розв'язання диференційних рівнянь та їх параметри в діалоговому режимі та отримувати результати у зручній формі.

Одним із найзручніших програмних засобів структурного математичного моделювання на теперішній час є додаток Simulink пакета MATLAB фірми Mathwork.

8.1. Моделювання за допомогою MATLAB

MATHLAB (Matrix Laboratory) або матрична лабораторія подається як комплекс *MATHLAB + Simulink + Toolbox + Blockset*. Розділами системи *Toolbox* і *Blockset* називаються пакети розширення для системи *MATHLAB* і *Simulink*.

MathLab має значну бібліотеку функцій, більш загальні з яких входять в ядро системи, а специфічні для конкретних областей включені в склад десятків пакетів розширення (*Toolboxes*).

Найпопулярнішими є такі пакети розширення:

Simulink – моделювання систем;

Notebook – підготовка електронних документів;

Symbolic – символьні обчислення;

Optimization – рішення задач оптимізації;

System Identification – аналіз та ідентифікація систем;

Control System – призначений для моделювання, аналізу і проектування безперервних та дискретних систем автоматичного управління;

NCD – пакет імітаційного моделювання.

При розробці математичних моделей неперервних та дискретних систем використовується, завдяки операторній формі запису, однаковий математичний апарат, що містить лінійні диференційні, матричні рівняння та матричні передавальні функції елементів. Всі вхідні, вихідні сигнали та сигнали зв'язку представлені векторами та матрицями. Векторизація дозволяє спростити записи операцій, що виконуються одночасно над усіма елементами векторів і матриць, суттєво підвищити швидкість їх виконання та точність обчислень.

Більшість команд і функцій системи реалізовано у вигляді m-файлів текстового формату і файлів на мові Сі.

8.2. Пакет моделювання динамічних систем *Simulink*

Пакет *Simulink* – це розширення системи MATLAB та повна інтеграція з MATLAB. Пакет призначений для математичного моделювання лінійних та нелінійних динамічних систем, представлених структурною блок-схемою. Simulink базується на використанні візуально-орієнтованої мови програмування на всіх етапах роботи, особливо при підготовці моделей схем. Користувач практично не має справи із звичайним програмуванням. Програма автоматично генерується в процесі введення блоків компонентів, їх з'єднанні та введені параметрів.

Основою для розробки моделей в *Simulink* є бібліотека блоків, з котрих складаються структурні схеми САР, що повинні бути дослідженими. Розрахунок перехідних процесів може бути виконаний за допомогою відповідних операцій *Simulink*-меню або в програмному режимі (з використанням функцій пакета MATLAB).

Варіанти моделювання:

– в часовому діапазоні φ(t);
– в частотному φ(t);
– з управлінням подією;
– на основі спектральних перетворень Фур'є ;
– з використанням методу Монте-Карло і т.д.

Simulink автоматизує найбільш трудомісткий етап моделювання – складає та вирішує складні системи алгебраїчних та диференційних рівнянь, що описують модель, забезпечує візуальний контроль та має зручний редактор блок-схем (засіб візуального програмування).

Simulink містить:

– значну бібліотеку компонентів;
– широкий вибір джерел сигналів;
– перетворювачі масштабні, лінійні та нелінійні;
– перетворювачі з різними передавальними функціями;
– блоки диференціювання;
– блоки інтегрування та ін.;
– набір віртуальних приладів для контролю та реєстрації сигналів.

Засоби Simulink дають можливість створювати віртуальні фізичні лабораторії з наочним показом результатів моделювання.

Команда *Parametrs* в позиції *Simulation* головного меню Simulink дає можливість встановити конкретний метод рішення диференційних рівнянь:

ode45, ode23, zk45 (метод Рунге-Кута);

ode113 (метод Адамса);

ode15siode1(метод Ейлера).

Важлива властивість пакета є можливість створення системних S-функції, Simulink має спеціальний апарат створення та використання S-функцій – вони дають можливість в ході рішення здійснювати складні функціональні перетворення та включаються в склад бібліотек Simulink.

Для розробки S-функцій Simulink має спеціальний редактор. Створивши S-функцію, користувач фактично створює блок бібліотеки, який може використовуватись по всіх правилах використання блоків. Його можна переносити за допомогою миші, редагувати, міняти зв'язки та ін.

Пакет *MatLab*, *Simulink* та *SimPower System* дають можливість створювати віртуальні моделі силової електроніки.

Вікно оглядача (браузер) бібліотеки *Simulink* містить власну бібліотеку та пакети розширення.

Віртуальне моделювання здійснюється за допомогою пакетів розширення Simulink та пакета MATLAB Power System Blockset.

Бібліотека Simulink має такі основні розділи:

- Continuous – блок аналогових елементів;
- Discontinuous – блок нелінійних елементів;
- Discrete – блок дискретних елементів;
- Math − бібліотека математичних функцій;
- Discontinuities − бібліотека нелінійних блоків;
- Sinks − бібліотека віртуальних приладів для спостереження та реєстрації процесів;
- Sources − бібліотека джерел живлення;
- User-DefinedFunction – функції, що визначаються користувачем.

Кожен з розділів складається з блоків.

Бібліотека віртуальних приладів містить:

Scope − осцилоскоп для спостереження часових залежностей;
XY Graph − графо будівельник в системі полярних координат;
Display − пристрій для виведення на екран дисплею вимірюваних величин в цифровій формі.

Пакет розширення Power System Blockset MATLAB містить сім таких розділів:

1. Electrical Sources − джерела електричної енергії;
2. Elements − бібліотека пасивних елементів;
3. Power Electronics − бібліотека силових елементів;
4. Machihnes − бібліотека електричних машин постійного та змінного струму;
5. Connectors − блоки зв’язку між входами та виходами моделей бібліотеки;
6. Measurements − блоки вимірювання;
7. Powerlib Extras − розширена бібліотека.

Блоки вимірювання мають таке призначення:

Voltage Measurements − призначений для вимірювання напруги;
Current Measurements − призначений для вимірювання струму;
Impedance Measurements − дає можливість вимірювати частотну залежність повного опору між двома точками досліджуваної схеми;
Multimeter − дає можливість вимірювати електричні змінні, які вибрані у вікні налаштування блоку Multimeter. Блок своїм виходом може бути також з’єднаний із зовнішніми вимірювачами.

Останній розділ Powerlib Extras включає шість додаткових підрозділів, серед яких:

1. Measurements − бібліотека додаткових блоків вимірювання;
2. Discrete Measurements − бібліотека блоків вимірювання дискретних струмів;
3. Control Blocks − блоки управління;

4. Three − Phase Library − бібліотека трифазних кіл.

Важливе місце при моделюванні належить розділу Math Operations (математичні операції), який містить такі блоки:

Abs – блок, що формує на вході абсолютне значення вхідного сигналу;

Sum – аналоговий суматор, що дозволяє алгебраїчно підсумувати будь-яку кількість сигналів на вході;

Product – блок, що формує на виході результат множення чи ділення двох і більше вхідних сигналів;

DotProduct – блок скалярного перемножування;

Sing – блок–реле, що реагує на знак вхідного сигналу. Значення вихідного сигналу встановлюється в полі налаштування;

Gain – аналоговий підсилювач;

MatrixGain – підсилювач, на вхід якого подається векторна змінна;

MatFunction – блок, що дозволяє вибрати одну з математичних функцій у полі налаштування і включити її в модель;

TrigonometricFunction – блок, що формує на виході тригонометричну функцію вхідного сигналу. Вибір функції забезпечується в полі налаштування;

ComplextoReal-Image – блоки обчислення дійсної і уявної частини комплексного числа;

C*omplextoMagnitudeAngle* – блок обчислення модуля і аргументу вхідного комплексного числа;

Real-ImagetoComplex – блок обчислення комплексного числа за його дійсною та уявною частинами;

Magnitude-AngletoComplex – блок обчислення комплексного числа за його модулем і аргументом;

MinMax – блок обчислює мінімальне або максимальне значення вектора залежно від завдання поля налаштування;

RoundingFunction – блок округлення вхідного сигналу, функція округлення вибирається в полі налаштування на спадному меню;

AlgebraicConstraint – блок, що дозволяє в структурну модель включати систему алгебраїчних рівнянь;

Assignment – блок присвоєння елементам масиву нових значень;

MatrixConcatenation – блок об’єднання сигналів в матрицю;

Polynomial – ступеневий багаточлен**;**

Add – суматор;

Subtract – блок обчислення різниці;

Divide – блок ділення;

SineWaveFunction – синусоїдальна функція.

8.3. Пакет розширення SimPower Systems

SimPowerSystems містить набір блоків для імітаційного моделювання електротехнічних пристроїв. Безперечною перевагою *SimPowerSystem* є те, що складні електротехнічні системи можна моделювати, поєднуючи методи функціонального, імітаційного і структурного моделювання. Наприклад, силову частину напівпровідникового перетворювача можна виконати з використанням імітаційних блоків *SimPowerSystems*, а систему керування – за допомогою звичайних блоків Simulink, що відображують тільки алгоритм її роботи без електричної схеми. Такий підхід значно спрощує саму модель і, як наслідок, підвищує швидкість і точність її роботи, можливість створювати віртуальні моделі силової електроніки.

Моделі, що створені за допомогою програм *Simulink* і *SimPowerSystems* відповідно мають назву S- і SPS моделей .

Бібліотека пакета *SimPowerSystems* включає дев’ять розділів, один з яких *Extra Library* вміщує сім підрозділів

Основні розділи:

Connectors – з’єднання;
Electrical Sources – джерела живлення;
Elements – електричні елементи (R,L,C);
Machines – електричні машини постійного та змінного струму;
Power Electronics – електронна елементна база (діоди, транзистори, тиристори);
Measurements – вимірювальні прилади (струму, напруги, одно та трифазні). Розділ містить блок *Multimeter*, який дає можливість вимірювати електричні параметри, що вибрані у вікні *Measurements* відповідних елементів.

Призначення і особливості бібліотеки SimPowerSystems

Програма *SimPowerSystems* містить набір блоків для побудови віртуальних моделей електричних ланцюгів, джерел вторинного електроживлення і пристроїв силової електроніки. Використовуючи бібліотеки *Simulink* і *SimPowerSystems* із застосуванням функцій і команд *MatLab*, користувач може не лише імітувати роботу пристроїв в часовій області, але і вивчати їх частотні властивості, оцінювати динамічні параметри і здійснювати гармонійний аналіз струмів і напруги .

Важливо зазначити, що бібліотека *SimPowerSystems* має відносно велику кількість блоків, а також дає можливість створювати нові підсистеми з блоків, наявних в бібліотеці, і використовувати функції *MatLab*. Усе це значно розширює можливості програм *SimPowerSystems* і *Simulink.*

Побудова *SPS*-моделей мало відрізняється від побудови *S*-моделей (моделей *Simulink*). Для їх створення необхідно відкрити вікно моделі і вікно бібліотеки і, застосувавши технологію «drag – and – drop», скласти модель з блоків та виконати з’єднання між ними. Разом з тим, в створенні *SPS*-моделей є своя специфіка.

1. Входи і виходи *SPS*-моделей критичні до напряму протікання струму, а сполучні лінії між блоками є аналогами електричних дротів, по яких протікає струм в напрямі стрілок.

Для з’єднання блоків слід клацнути ЛКМ на затиску якого-небудь блока і, утримуючи ЛКМ, протягнути сполучну лінію (дріт) до затиску іншого блока.

Вихід одного блока може бути сполучений з входом іншого і навпаки. Якщо з'єднання через вказані напрями неможливе, тобто випадки вхід – вхід і вихід – вихід, то для виконання з'єднання застосовують спеціальні блоки – з'єднувачі з бібліотеки «*SimPowerSystems \Connectors*».

2. Безпосереднє з'єднання між собою блоків з бібліотеки *Simulink* і блоків з бібліотеки *SimPowerSystems* неприпустимо. Передавати сигнал від S-блоку до *SPS*-блока можна через керовані джерела струму або напруги, а у зворотний бік – через вимірники струму або напруги.

3. У віртуальних моделях задаються початкові умови для струмів і напруги в реактивних елементах за допомогою спеціального блока *Powergui* або за допомогою функції powerinit.

4. При аналізі віртуальних моделей спільно з функціональними моделями доцільно використовувати такі вирішувачі диференціальних рівнянь: *ode15s, ode23s, ode23t, ode23tb*. При цьому вибір здійснюється за результатами апробації і порівняння ефективності роботи перерахованих вище вирішувачів в процесі моделювання після запуску конкретної моделі з урахуванням задовільної швидкості рішення і отримуваної картини процесів, тобто за відсутності нез'ясовних викидів або розривів на часових діаграмах. Як правило, встановлюваний за умовчанням вирішувач *ode45* використовувати для аналізу *SPS*-моделей небажано внаслідок його повільної роботи, і ця рекомендація видається самим пакетом при запуску моделі.

9. Операції з блоками

Блоки можна копіювати, переставляти за допомогою миші, змінювати параметри блоків, видаляти, від'єднувати, змінювати кутову орієнтацію через команду *Flip Block* меню *Format*, змінювати розміри блоків, змінювати і переміщувати блоки та створювати з'єднувальні лінії.

Приклад. Моделювання обмежувача сигналу за допомогою *Simulink*

Постановка задачі: моделювання обмежувача, на вхід якого подається синусоїдальна напруга $U = U_m Sinwt; U_m = 10B, f = 50 Гц$.

Основні блоки: 1) Генератор синусоїдних сигналів.
2) Нелінійність (моделює передавальну характеристику обмежувача).
3) Реєструючий прилад – осцилоскоп.

Створення моделі починаємо з активації кнопки *Simulink*. Відкривається вікно браузера бібліотеки компонентів. У вікні браузера натискаємо «New», з'явиться чисте вікно редагування моделі.

- Відкриваємо підрозділ *Sources* бібліотека *Simulink*.
- Активізуємо в ньому компонент *Sine Wave* (синусоїдне джерело) і при натиснутій лівій клавіші миші перенесемо його у вікно редагування моделі.
- Бажано відразу ж встановити необхідні параметри джерела живлення. Для цього двічі активізуємо лівою кнопкою миші введений блок. З'явиться вікно налагодження параметрів блока, в якому необхідно вказати величину амплітуди напруги, частоту та фазу. Після налагодження на-

тискаємо Apply (примінити) і Close (закрити). Параметри будуть збережені.

- Вибираємо розділ нелінійних елементів – Discontinuties. У вікні елементів вибираємо блок Saturation (обмеження) і переносимо його у вікно редагування.

  Налагодження блока – у вікнах необхідно встановити верхній поріг обмеження 5В і нижній – 5В.
- Аналогічно вводимо у вікно редагування блок осцилографа.
- З'єднуємо блоки.
- Розміщуємо у вікні редагування необхідні пояснюючі надписи.
- Задаємо параметри моделювання, для цього відкриваємо пункти меню *Simulation* та *Parameters* та задаємо:

  початок та кінець моделювання;

  метод зміни аргумента;

  метод рішення диференційних рівнянь;

  погрішності обчислень.
- Запускаємо процес моделювання (команда *Start* в позиції *Simulation* головного меню, або знак « »▶
- Налаштування екрану осцилографа:

  Знак «бінокль» – автоматичне налаштування, кнопка Properties – для «ручного» налаштування (масштаб, друк та ін.).

Запитання для самоконтролю

1. Як встановити параметри процесу моделювання та запустити процес моделювання?
2. Як здійснюється встановлення параметрів компонентів моделі?
3. Призначення та порядок створення М-файлів.

Максимальна кількість балів – 3 надається при виконанні всіх тестів. При виконанні тестів та відповіді на всі питання по темі зараховується 5 балів.

Література

Основна література

1. *А. В. Башарин, Ю. В. Постников*. Примеры расчета автоматизированного электропривода на ЭВМ: Учебное пособие для ВУЗов. 3-є изд. – Л.: энергоатомиздат. Ленингр. Отд – е, 1990. – 512с.

2. *Бусленко Н. П.* Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978. – 400 с.

3. *Советов Б. Я., Яковлев С. А.* Моделирование систем: Учебник для ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1985. – 320 с

4. Кирьянов Д. В. Самоучитель MATHCAD 11 – СПб.: БХВ – Петербург, 2003.

5. *Дьяконов В. Л.* Matlab 6/6.1/6.5 Simulink 4/5 в математике и моделировании – М.: Солом – Пресс, 2003.

6. *Герман-Галкин С. Г.* Силовая електроника: Лабораторные работы на ПК. – СПб.: Учитель и ученик, КОРОНА принт, 2002. – 304

Додаткова література

7. *Краскевич В. Е. Зеленский К. Х.* Численные методы в инженерных исследованиях. – Киев.: Вища школа, 1986.

8. Математическое моделирование: Методы, описания и исследования сложных систем / Под ред. А.А. Самарского. – М.: Наука, 1989.

9. *В. Н. Егоров, О.В. Корженевский-Яковлев*. Цифровоє моделирование систем електропривода – Ленинград.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-е , 1986.

10. *Черных И. В.* Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystem и Simulink. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с.

11. Методичний посібник до самостійної роботи з дисципліни «Моделювання електромеханічних систем» (для студентів спеціальності 7.0922.08 «Електромеханічні системи автоматизації і електропривод» очно-заочної форми навчання). / Укл.: О. І. Толочко, Г. С. Чекавський, О. В. Песковатська, П. І. Розкаряка. – Донецьк: ДонНТУ, 2006. – 96 с.

Навчально-методичне видання

Дубравін Юрій Федорович

Моделювання систем ЕРС на ЕОМ

Методичні рекомендації щодо самостійного опрацювання матеріалу
для студентів спеціальності «Електричний транспорт»
усіх форм навчання

Відповідальний за випуск Ю. Ф. Дубравін

Редактор Н. В. Щербак

Макет і верстка В.О. Андрієнка

Підписано до друку 06.03.13
Формат – 60х84/16. Папір – офсетний.
Спосіб друку – ризографія
Зам. № 8/13 . прим. 40

Надруковано у редакційно – видавничому центрі ДЕТУТ
Свідоцтво про реєстрацію від 27.12.2007 р. Серія ДК №3079
03049, Київ – 49, вул. Миколи Лукашевича, 19