МІНІСТЕРСТВО ТРАНСПОРТУ ТА ЗВ'ЯЗКУ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОНОМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТУ
Кафедра телекомунікаційних технологій та автоматики

Теорія автоматичного керування

Методичні вказівки
для проведення лабораторних, практичних занять
і самостійного опрацювання матеріалу,
для студентів спеціальності 7.092507
«Автоматика та автоматизація на транспорті»
денної та безвідривної форми навчання

Київ – 2010

УДК. 62.50

Теорія автоматичного керування. Методичні вказівки для проведення лабораторних, практичних занять і самостійного опрацювання матеріалу для студентів денної та заочної форм навчання вищ. навч. закл. залізн. трансп. / С. М. Білан. – К.: ДЕТУТ, 2010. – 56 с.

Методичні вказівки містять теоретичний матеріал для виконання кожної лабораторної роботи, порядок виконання лабораторних робіт, контрольні питання, а також список рекомендованої літератури.

Призначені для студентів спеціальності 7.092507 – «Автоматика та автоматизація на транспорті» денної та безвідривної форми навчання і відповідної програми дисципліни «Теорія автоматичного керування».

Методичні вказівки розглянуті та затверджені на засіданні кафедри (протокол № 2 від 21 жовтня 2009 р.)

Укладач: С. М. Білан, кандидат технічних наук, доцент кафедри ТТА

Рецензенти: О. І. Стасюк, доктор технічних наук, професор кафедри ІСТ;
Чаповський М. З., кандидат технічних наук, доцент кафедри радіотехнологій Державного університету інформаційно-комунікаційних технологій

Зміст

Вступ

Управління об’єктом за допомогою технічних засобів без участі людини називається автоматичним управлінням. Теорія автоматичного керування (ТАК) – це наука, яка вивчає процеси управління і проектування систем автоматичного управління. Сукупність об’єкта управління і засобів автоматичного управління називається системою автоматичного керування (САК). Основною задачею автоматичного управління є підтримка певного закону зміни однієї або декількох фізичних величин у об’єкті управління.

Основні задачі теорії автоматичного управління:

• аналіз стійкості, властивостей, динамічних показників якості і точності САК;

• синтез алгоритмів (аналітичних виразів), що описують САК і забезпечують оптимальну якість управління;

• моделювання САК з використанням комп’ютерів і універсальних або спеціалізованих (наочно-орієнтованих) прикладних програм;

• проектування САК з використанням апаратних засобів обчислювальної техніки і їх програмного забезпечення.

Проектування, упровадження і експлуатація сучасних САК – це тісна взаємодія фахівців різних профілів, що знають особливості керованих процесів, а так само фахівців з автоматичного управління, які забезпечують розробку САК, і фахівців із засобів автоматизації програмування.

Мета методичних вказівок полягає у вивченні принципів автоматичного управління, типів систем автоматичного управління, використовуваних у техніці, математичного апарата дослідження лінійних САК, основних елементів і характеристик САК, методів аналізу САК на стійкість і якість управління, способів коректування властивостей САК.

Даний курс призначений для студентів, що навчаються за фахом «Автоматика та автоматизація на транспорті», для яких ТАК є профілюючим предметом.

Порядок роботи в лабораторії

При підготовці до роботи необхідно:

– за конспектами лекцій і рекомендованою літературою вивчити теоретичний матеріал, що стосується лабораторної роботи;

– вивчити обладнання та комп'ютерні програми, які використовуються для проведення лабораторної роботи;

– ознайомитися з описом роботи, що виконується і продумати відповіді на контрольні запитання.

Виконання робіт у лабораторії

Лабораторні роботи проводяться бригадами з виконанням усіх поставлених вимог.

Робота в лабораторії вважається закінченою тільки після перегляду і затвердження отриманих результатів викладачем.

По закінченні роботи студент зобов'язаний привести робоче місце в порядок.

Техніка безпеки при виконанні робіт

У зв'язку з тим, що електроживлення комп'ютерів і обладнання здійснюється від мережі змінного струму напругою 220 В частотою 50 Гц, у процесі виконання лабораторних робіт може виникнути ураження електричним струмом чи пожежа. Тому студенти допускаються до виконання лабораторних робіт тільки після проведення інструктажу щодо техніки безпеки. Інструктаж проводиться викладачем і підтверджується власним підписом студента в спеціальному журналі.

Особи, що не виконують правила техніки безпеки або порушують їх, від роботи усуваються і притягуються до відповідальності.

При виконанні лабораторних робіт забороняється:

– виконувати роботи без інструктажу з техніки безпеки;

– виконувати роботи без викладача або лаборанта;

– самостійно включати та виключати комп'ютер;

– залишати без догляду включений комп'ютер;

– здійснювати будь-які дії, що можуть призвести до псування обладнання, яке використовується для проведення лабораторної роботи, а також псування комп'ютера чи пошкодження встановлених програм і файлів;

– копіювати інформацію, що міститься в комп'ютерах, на будь-які види власних носіїв.

При порушенні ізоляції з'єднувальних кабелів комп'ютера чи його «зависанні» потрібно негайно припинити роботу і повідомити лаборанта чи викладача.

Якщо стався нещасний випадок, необхідно терміново:

– вимкнути сітку змінного струму;

– повідомити викладача або лаборанта;

– надати першу медичну допомогу потерпілому;

– при необхідності викликати швидку допомогу за телефоном 103.

Оформлення звіту і захист роботи

Звіт про оформлення роботи повинен бути підготовлений індивідуально в електронному вигляді і зберігатися в персональній папці на «жорсткому» диску комп'ютера дисплейного класу.

Захист із лабораторної роботи студент отримує після надання звіту і успішної відповіді на поставленні запитання викладача, які пов'язані з тематикою лабораторної роботи.

Рекомендована література

1. Попович М. Г., Ковальчук О. Г. Теорія автоматичного керування. – К.: Либідь, 1997. – 544 с.
2. Зайцев Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования. – К.: Вища школа, 1975. – 422 с.
3. Шалягин Д. В., Цибуля Н. А., Боровков Ю. Г. Автоматика, телемеханика и связь. Автоматика и телемеханика. Ч.1. Учебное пособие. – М.: РГОТУРС, 2004. – 599 с.
4. Петров В. А. Автоматические системы транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1974. – 336 с.
5. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы: Учебное пособие для вузов. – СПб.: Питер, 2005. – 336 с.
6. Повзнер Л. Д. Теория систем управления: Учебное пособие для вузов. – М.: Изд. МГТУ, 2002. – 472 с.
7. Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
8. Поляк Д. Г., Есеновский-Лушков Ю. К. Электроника автомобильных систем управления. – М.: Машиностроение, 1987. – 200 с.
9. Клюев А. С. Автоматическое регулирование. – М.: Высшая школа, 1986. – 352 с.
10. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. – Л.: Энергия, 1975. – 416 с.
11. Егоров К. В. Основы теории автоматического регулирования / Учебное пособие для вузов, изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: «Энергия», 1967. – 648с., ил.
12. Куропаткин П. В. Теория автоматического управления. Учеб. пособие для электротехн. спец. вузов. – М.: «Высшая школа», 1973. – 528с., ил.
13. Основы линейной теории автоматического управления в задачах электроэнергетики: Учебное пособие к компьютерным лабораторным практикума АОС-ТАУ/ В. Ф. Коротков. – Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 1994. – 392с.
14. Теория автоматического управления. В 2-х частях. Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления / Под. ред. А. А. Воронова. – М.: Вища школа, 1986. – 367 с.
15. Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1978.

16. Солодовников В. В. и др. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
17. Андриевских Б. Р., Фрадков А. Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке МАТЛАВ. – СПб.: Наука, 1999. – 467 с.
18. Попов Е. П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. Учебное пособие. – М.: Наука, 1988. – 256 с.
19. Справочник по теории автоматического управления / Под. ред. А. А. Красовского. – М.: Наука, 1987. – 712 с.
20. Ципкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования. – М.: Гос. изд. технико-теоретичной лит. – 456 с.
21. Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. – Київ: Техніка, 1970. – 340 с.
22. Теория автоматического управления. Учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханіка». В 2-х ч. / Н. А. Бабаков, А. А. Воронов и др. / Под ред. А. А. Воронова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1986. – 367с., ил.

Лабораторна робота № 1
ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЛАНОК САУ

Мета роботи. Дослідити динамічні характеристики, основні властивості типових ланок систем автоматичного управління (САУ).

Теоретичні положення

Усю різноманітність лінійних САУ можна, при певних допущеннях, представити у вигляді комбінації досить простих (елементарних) ланок. Їхні диференціальні рівняння (основна динамічна характеристика) мають невисокий порядок, легко аналізуються і дозволяють знайти всі інші часто використовувані характеристики: перехідну функцію $h(t)$, імпульсну перехідну функцію $g(t)$, передавальну функцію $W(p)$, частотні характеристики.

У лабораторній роботі пропонується досліджувати такі елементарні ланки:

1) Безінерційна (пропорційна, підсилювальна) ланка

Це ланка, для якої у будь-який момент часу вихідна величина пропорційна вхідній.

Її рівняння: $y(t) = k \cdot u(t)$.

Передавальна функція: $W(p) = k$.

Перехідна характеристика: $h(t) = k \cdot 1(t)$.

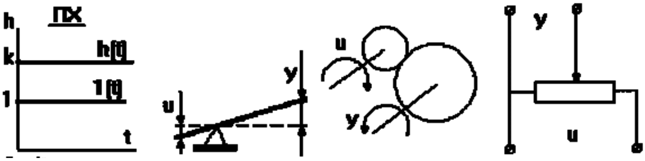


Рис. 1. Основні характеристики та приклади безінерційних ланок

У відповідь на одиничну ступінчасту дію сигнал на виході миттєво досягає величини в *к* раз більшої, ніж на вході і зберігає це значення (рис. 1). При *к = 1* ланка ніяк себе не проявляє, а при *к= –1* – інвертує вхідний сигнал.

Будь-яка реальна ланка володіє інерційністю, але з певною точністю деякі реальні ланки можуть розглядатися як безінерційні, наприклад, жорсткий механічний важіль, редуктор, потенціометр, електронний підсилювач і т. п.

2) Інтегруюча (астатична) ланка

Її рівняння $y(t) = k\int_0^t u(t)dt$, або $\frac{dy}{dt} = ku$, або $py = ku$.

Передавальна функція: $W(p) = k/p$.

Перехідна характеристика: $h(t) = k\int_0^t 1(t)dt = k \cdot t$ (рис. 2),

де y – вихідна координата ланки; u – вхідна дія; k – коефіцієнт передачі.

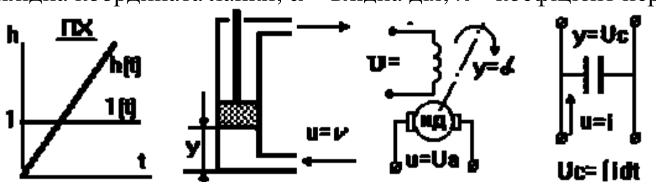


Рис. 2. Основні характеристики та приклади інтегруючих ланок

При *к=1* ланка є «чистим» інтегратором *W(p)=1/p*. Інтегруюча ланка необмежено «накопичує» вхідну дію. Приклади інтегруючих ланок: електродвигун, поршневий гідравлічний двигун, місткість і т. п. Введення його в САК перетворює систему на астатичну, тобто ліквідовує статичну помилку.

Імпульсна перехідна функція (ІПФ) є похідною ПХ ланки:

$$g(t)=k\cdot 1(t).$$

Частотні характеристики можна одержати, замінивши в передавальній функції p на $j\omega$:

$$W(j\omega) – АФХ; \qquad A(\omega)= \sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)} – АЧХ;$$

$$P(\omega)= Re[W(j\omega)] – ВЧХ; \quad Q(\omega)=Im[W(j\omega)] – МЧХ;$$

$$\varphi(\omega) = arctg[Q(\omega)/P(\omega)] – ФЧХ.$$

Аналогічним чином указані характеристики можуть бути одержані і для інших ланок;

3) Інерційна ланка першого порядку (аперіодична)

Рівняння динаміки: $T\frac{dy}{dt}+y=ku$, або $Tpy + y = ku$.

Передавальна функція: $W(p)=\frac{K}{Tp+1}$.

Перехідна характеристика може бути одержана за допомогою формули Хевісайда:

$$h(t)=\frac{K(0)}{D(0)}+\frac{K(p_1)\cdot e^{p_1 t}}{p_1\cdot D'(p_1)}=\frac{K}{T\cdot 0+1}+\frac{k\cdot e^{-t/T}}{-(1/T)\cdot T}=k\left(1-e^{-t/T}\right),$$

де $p_1 = -1/T$ – корінь рівняння $D(p) = Tp + 1 = 0$; $D'(p_1) = T$,
де T – постійна часу, k – коефіцієнт передачі.

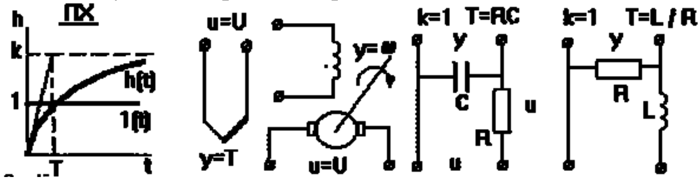


Рис. 3. Характеристики інерційних ланок та приклади їх застосування

Перехідна характеристика має вид експоненти (рис. 3), по якій можна визначити передавальний коефіцієнт $к$, рівний сталому значенню $h(t)$, і постійну часу T за часом t, відповідному точці перетину дотичної до кривої на початку координат з її асимптотою. При достатньо великих T ланка на початковій ділянці може розглядатися як інтегруюча, при малих T ланку приблизно можна розглядати як безінерційну. Приклади аперіодичної ланки: термопара, електродвигун, чотириполюсник з опору і місткості або опору і індуктивності.

4) коливальна ланка (інерційні ланки другого порядку)

Диференціальне рівняння $T^2\ddot{y}+2dT\dot{y}+y=ku$, або $T_1^2p^2y + T_2py + y = ku$.

де d – коефіцієнт демпфування.

Передавальна функція: $W(p)=\frac{K}{T_1^2p^2+T_2p+1}$.

Рішення рівняння залежить від співвідношення постійних часу T_1 і T_2, яке визначає коефіцієнт загасання $r=\frac{T_2}{2T_1}$. Можна записати $W(p)=\frac{K}{T_1^2p^2+T_2p+1}$,

де $T = T_1$.

Якщо $r\geq 1$, то знаменник $W(p)$ має два речовинні корені p_1 і p_2 і розкладається на два співмножники: $T_2p^2 + 2rTp + 1 = T^2\cdot(p - p_1).(p- p_2)$.

Таку ланку можна розкласти на дві аперіодичні ланки першого порядку, тому вона не є елементарною.

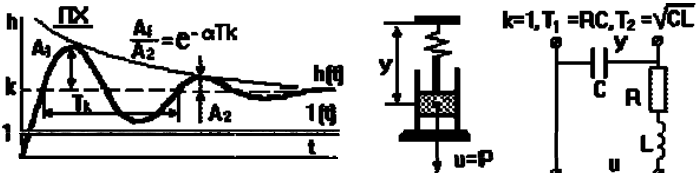


Рис. 4. Характеристики та приклади інерційних ланок другого порядку

При *r<1* корені полінома знаменника *W(p)* комплексно зв'язані:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\omega.$$

Перехідна характеристика є виразом, що характеризує загасаючий коливальний процес із загасанням α_i частотою ω (рис. 4). Така ланка називається *коливальною*. При *r=0* коливання носять незгасаючий характер. Така ланка є окремим випадком коливальної ланки і називається *консервативною*. Прикладами коливальної ланки може бути пружина, що має заспокійливий пристрій, електричний коливальний контур з активним опором і т. п. Знаючи характеристики реального пристрою, можна визначити його параметри як коливальної ланки. Передавальний коефіцієнт *к* рівний сталому значенню перехідної функції.

5) Диференціююча ланка

Диференціальне рівняння реальної диференціюючої ланки має такий вигляд: $\mu\ \dot{y} + y = k\,u$,

а передавальна функція: $W(p) = y(p) / u(p) = k\,p /(\mu p+1)$.

Перехідну характеристику можна вивести за допомогою формули Хевісайда:

$$h(t) = \frac{K(0)}{D(0)} + \frac{K(p_1)\cdot e^{p_1 t}}{p_1 \cdot D'(p_1)} = 0 + \frac{-(k/T)\cdot e^{-t/T}}{-(1/T)\cdot T} = ke^{-t/T},$$

тут $p_1 = -1/T$ – корінь характеристичного рівняння $D(p)=Tp+1=0$; крім того, $D'(p_1) = T$.

При подачі на вхід одиничної ступінчастої дії вихідна величина буде обмежена за величиною і розтягнута в часі (рис. 5). За перехідною характеристикою, що має вид експоненти, можна визначити передавальний коефіцієнт *к* і постійну часу *T*. Прикладами таких ланок можуть бути чотириполюсник з опору й конденсатора або опору й індуктивності, демпфер і т.п. Диференціюючі ланки є головним засобом, що вживається для поліпшення динамічних властивостей САУ.

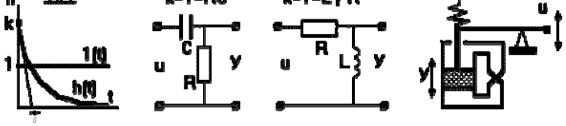


Рис. 5. Характеристики диференціюючої ланки та її приклади

Окрім розглянутих, є ще ряд ланок, до яких можна віднести ідеальну форсуючу ланку ($W(p)= Tp + 1$, практично не реалізовуване), реальна форсуюча ланка ($W(p)=\frac{T_1 p+1}{T_2 p+1}$, при $T_1 >> T_2$), ланка, що запізнюється ($W(p)= e^{-I\ pT}$), відтворююча вхідна дія із запізнюванням за часом і інші.

Методичні вказівки

Імпульсну перехідну характеристику ланок можна одержати, подаючи на вхід «короткий» імпульс великої амплітуди, площа якого рівна одиниці (наближення δ-функції), за нульових початкових умов.

У випадку, якщо пакет прикладних програм не дає можливості розрахунку частотної характеристики, можна одержати її, подаючи на вхід ланки синусоїдальну дію заданої амплітуди і фіксуючи амплітуду і фазу вихідного сигналу ланки в сталому режимі (рис. 6).

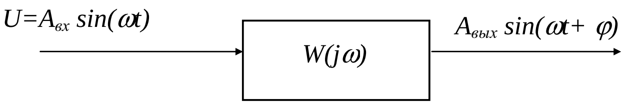


Рис. 6. Схема експерименту по дослідженню частотних характеристик елементарних ланок

АЧХ будується по крапках при фіксованих значеннях частот ω_i:

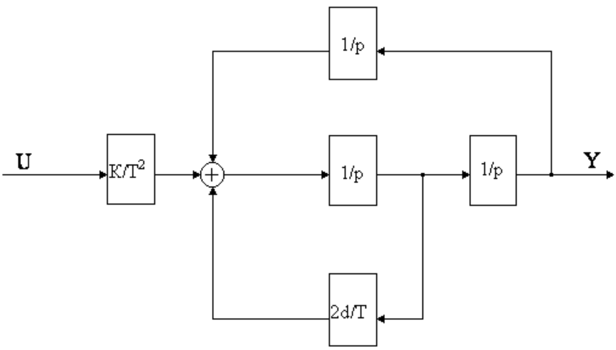
$$A(\omega_i)= A_{вых}(\omega_i)/ A_{вх}(\omega_i),$$

а фазочастотна – як різниця фаз вихідного і вхідного синусоїдальних сигналів.

При дослідженні впливу коефіцієнта μ реальної диференціюючої ланки на точність відтворення похідної необхідно побудувати коливальну ланку на інтеграторах (рис. 7) і при різних μ фіксувати вихідний сигнал реальної диференціюючої ланки і першого інтегратора коливальної ланки.

Порядок виконання роботи

1. Використовуючи один із пакетів прикладних програм для дослідження САК (COMPAS, SIMNON, MATLAB), проаналізувати властивості моделі інтегруючої ланки, параметри якого необхідно вибрати з табл. 1. Одержати графік перехідної функції, імпульсної перехідної функції.



2. Х s ФЧХ).

Таблиця 1

Параметр	Номер варіанта								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K	2,50	2,00	4,00	1,50	5,00	0,80	3,00	0,50	6,00
T	0,20	0,40	4,00	0,80	2,00	1,50	0,50	1,00	3,00
d	0,40	0,50	0,10	0,30	0,60	0,80	0,30	0,40	0,00
μ	0,05	0,10	0,50	0,15	0,30	0,20	0,08	0,60	0,40

3. Збільшуючи і зменшуючи κ інтегруючої ланки в два рази оцінити його вплив на ПХ і ІПФ.

4. Повторити експерименти п. 1 для аперіодичної ланки.

5. Змінюючи послідовно κ і T аперіодичної ланки, оцінити їхній вплив на ПХ.

6. Провести експерименти для коливальної ланки аналогічно п. 1.

7. Змінюючи послідовно κ, T, d, оцінити їхній вплив на перехідну характеристику коливальної ланки.

8. Досліджувати характеристики реальної диференціюючої ланки аналогічно п. 1.

9. На вхід реальної диференціюючої ланки подати вихідний сигнал коливальної ланки і порівняти точне значення похідної його вихідного сигналу з вихідним сигналом реальної диференціюючої ланки. Оцінити вплив μ на точність відтворення похідної.

Зміст звіту

1. Диференціальні рівняння, передавальні функції, схеми моделювання досліджуваних ланок.

2. Експериментально одержані дані згідно із завданням.

3. Експериментально одержані частотні характеристики інтегруючої ланки.

4. Висновки.

Контрольні запитання

1. Побудувати ВЧХ, МЧХ, АЧХ, АФХ коливальної ланки, дослідженої в роботі.
2. Як впливають величини κ, T, d реальної диференціюючої ланки на його ЛАЧХ?
3. Записати вираз для перехідної характеристики аперіодичної ланки і проаналізувати вплив κ і T на параметри перехідного процесу.
4. Записати передавальні функції інтегратора й аперіодичної ланки, охоплених одиничним негативним зворотним зв’язком.
5. Що називається і які ви знаєте типові вхідні дії? Для чого вони потрібні?
6. Що називається перехідною характеристикою?
7. Що називається імпульсною перехідною характеристикою?
8. Що називається часовими характеристиками?
9. Для чого служить формула Хевісайда?

10. Як одержати криву перехідного процесу при складній формі вхідної дії, якщо відома перехідна характеристика ланки?
11. Що називається безінерційною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?
12. Що називається інтегруючою ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?
13. Що називається аперіодичною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?
14. Що називається коливальною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?
15. Що називається консервативною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?
16. Чому не є елементарними інерційні ланки другого порядку з коефіцієнтом загасання великим або рівним одиниці?
17. Що називається ідеальною диференціюючою ланкою? Чому її не можна реалізувати?
18. Що називається реальною диференціюючою ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?

Лабораторна робота № 2
ДОСЛІДЖЕННЯ ПРИНЦИПІВ УПРАВЛІННЯ І ЗВОРОТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ У СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ

Мета роботи. Ознайомитися із фундаментальними принципами управління і впливом зворотних зв'язків у системах управління.

Прийнято розрізняти три фундаментальні принципи управління: *принцип розімкненого управління, принцип компенсації, принцип зворотного зв'язку*.

Принцип розімкненого управління

Суть полягає у тому, що програма управління жорстко задана задаючим пристроєм; управління не враховує впливу збурень на параметри процесу. Прикладами систем, що працюють за принципом розімкненого управління, є годинник, магнітофон, комп'ютер і т.п. Реалізуйте модель системи (рис. 8).

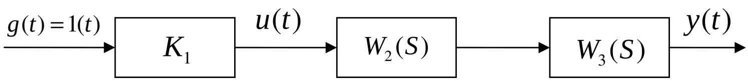


Рис. 8. Модель системи розімкненого управління

$$W_2(S)=\frac{K_2}{1+T_2S};\quad W_3(S)=\frac{K_3}{1+T_3S}$$

Близькість *y(t)* до *g(t)* забезпечується тільки конструкцією і підбором фізичних закономірностей, діючих у всіх елементах. У моделі це параметри K_2, K_3, T_2, T_3, а також параметр управляючого пристрою (регулятора) – K_1.

При заданих значеннях: $K_2=2;$ $K_3=4;$ $T_2=0,04;$ $T_3=0,5$ визначте K_1 при якому $y_{cm}=2$.

Швидкість і характер перехідного процесу *y(t)* забезпечується вибором постійних часу T_2 і T_3. Поспостерігайте за цим. Чи можливе в цій схемі перерегулювання? Вибором T_2 і T_3 забезпечте мінімальний час перехідного процесу.

Принцип компенсації

Якщо збурюючий чинник спотворює вихідну величину до неприпустимих меж, то застосовують *принцип компенсації*.

Перевага принципу компенсації: швидкість реакції на збурення. Він більш точний, ніж принцип розімкненого управління. *Недолік*: неможливість обліку так само всіх можливих збурень.

Структурна схема САУ в цьому випадку має вигляд (рис. 9):

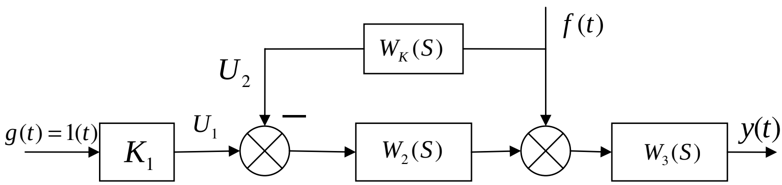


Рис. 9. Структура САУ, що використовує принцип компенсації

Порядок виконання роботи

Зафіксуйте *y(t)* за відсутності і наявності компенсатора і наявності сигналів *g(t)=1(t)* і *f(t)=0,5·1(t)*.

1. У САР за відсутності компенсатора вихідний сигнал визначається за формулою: $y(t)=1(t)\cdot K_1\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)+0{,}5\cdot 1(t)\cdot W_3(p)$.
2. У САР із компенсатором вихідний сигнал можна знайти за формулою: $y(t)=1(t)\cdot K_1\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)+0{,}5\cdot 1(t)\cdot W_3(p)-0{,}5\cdot 1(t)\cdot W_K(p)\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)$.

Повна компенсація *f(t)* може бути досягнута, якщо буде виконана умова $f(t)\cdot W_3(p)=f(t)\cdot W_K(p)\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)$, звідки $W_K(p)=\frac{1}{W_2(p)}$. Для даного прикладу $W_K(S)=\frac{1+T_2S}{K_2}$. При реалізації схеми в ППП необхідно реалізувати ПХ: $W_K(S)=\frac{1+T_2S}{K_2(1+0.0001S)}$.

При реалізації принципу компенсації існують дві основні проблеми:

1) Необхідно вимірювати збурення *f(t)*;

2) Необхідно вводити похідні від збурення.

Принцип зворотного зв’язку. Регулювання відхилення

Найбільше поширення в техніці набув *принцип зворотного зв’язку* (рис. 10). Тут управляюча дія коректується залежно від вихідної величини *y(t)*. І вже не важливо, які збурення діють на ОУ. Якщо значення *y(t)* відхиляється від того, що вимагається, то відбувається коректування сигналу *u(t)* з метою зменшення даного відхилення. Зв'язок виходу ОУ з його входом називається *головним зворотним зв'язком* (ЗЗ).

Структурна схема САУ в цьому випадку виглядає так:

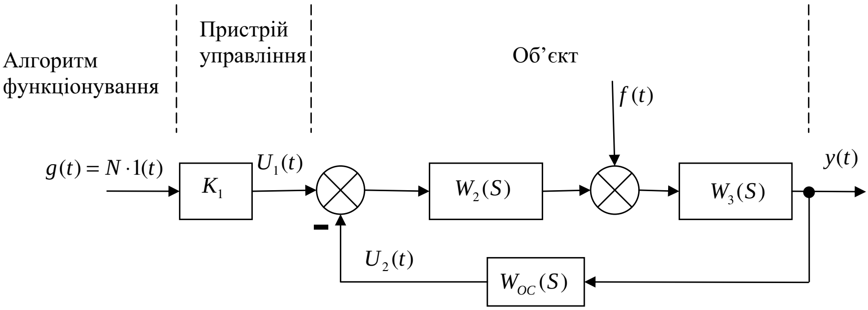


Рис. 10. САУ за принципом зворотного зв'язку

У схемі на рис. 10 корективи в алгоритм управління вносяться за фактичним значенням координат у системі. Для цього вводяться елементи для вимірювання *y(t)* і вироблення коректуючих дій $U_2(t)$ на керуючий пристрій (ланцюг зворотного зв'язку).

Порядок виконання роботи

Промоделювати системи і зафіксувати графіки *y(t)*:

1. Без зворотного зв'язку:
   $y(t) = g(t) * K_1 * W_2(p) * W_3(p) + f(t) * W_3(p);\quad g(t) = 1(t);\quad f(t) = 0{,}5 * 1(t);$
   $W_2(s) = \dfrac{K_2}{T_2 s + 1}$.
2. Із зворотним зв'язком:
   $y(t) = g(t) * K_1 * W_2(p) * W_3(p) + f(t) * W_3(p) - y(t) * W_{OC}(p) * W_2(p) * W_3(p)$
   звідки:
   $$y(t) = g(t) * K_1 * \frac{W_2(p) * W_3(p)}{1 + W_{OC}(p) * W_2(p) * W_3(p)} + f(t) * \frac{W_3(p)}{1 + W_{OC}(p) * W_2(p) * W_3(p)}.$$

Як видно з останнього виразу, збільшення, наприклад, коефіцієнта зворотного зв'язку $K_{зз}$ зменшує вплив збурення на *y(t),* проте, і зменшує дію керуючого сигналу $U_1 = g(t) * K_1$.

Варіанти дослідження:

№	K_1	K_2	K_3	T_2	T_3	$W_{зз}(s)=K_{зз}$
1	4	1,25	2	0,05	0,3	0
2	4	1,25	2	0,05	0,3	0,6

Широко поширені замкнуті системи з керуванням (регулюванням) по відхиленню координат *y(t)* від заданих алгоритмом функціонування *g(t).* Структурна схема САР у цьому випадку має вигляд (рис. 11):

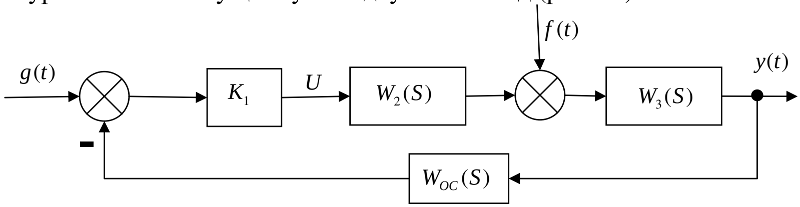


Рис. 11. САУ з управлінням по відхиленню координат

У цьому випадку:

$$y(t) = g(t) * \frac{K_1 * W_2(p) * W_3(p)}{1 + W_{OC}(p) * K_1 * W_2(p) * W_3(p)} + f(t) * \frac{W_3(p)}{1 + W_{OC}(p) * K_1 * W_2(p) * W_3(p)}.$$

З чисельними значеннями варіанта 2 зафіксуйте перехідний процес *y(t)* і стале значення $y_{уст}$. Виконайте цей експеримент ще і з $W_{OC}(s) = K_{OC} = 1$. Порівняйте два попередні варіанти.

У структурній схемі (мал. 11) замініть ланку $W_2(s)$ на $W_2(s) = \frac{K_2}{s}$.

Якщо K_{oc}=1, то $y_{уст}$ = $g_{уст}$ =1. Така САР називається астатичною, тобто в ній повністю компенсується вплив збурення *f(t).*

Управління з сумісним використовуванням принципу регулювання відхилення і принципу компенсації

Структурна схема такої САР має вигляд (рис. 12):

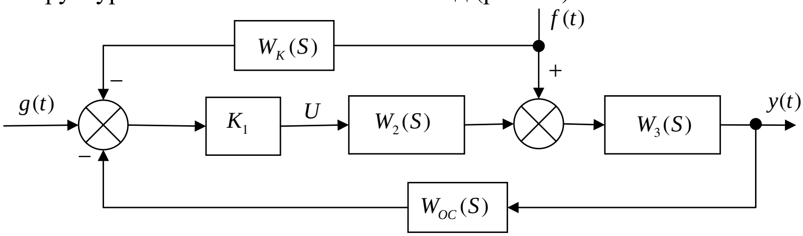


Рис. 12. САР з сумісним принципом регулювання відхилення і принципом компенсації

Задані значення:

$$K_1=4; \quad K_2=1,25; \quad K_3=2; \quad T_2=0,1 \quad T_3=0,5; \quad W_{OC}(S)=K_{OC}=1;$$

$$W_2(S) = \frac{K_2}{T_2 S + 1}; \qquad W_3(S) = \frac{K_3}{T_3 S + 1};$$

$$g(t) = 1(t); \qquad f(t) = 0,5 \cdot 1(t).$$

У САР вихідний сигнал визначається згідно з принципом суперпозиції за наявності двох дій *g(t)* і *f(t)* за формулою:

$$y(t)=g(t)*\frac{K_1\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)}{1+K_1\cdot K_{OC}\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)}+f(t)*\frac{W_3(p)}{1+K_1\cdot K_{OC}\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)}-$$

$$-f(t)*\frac{W_K(p)\cdot K_1\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)}{1+K_1\cdot K_{OC}\cdot W_2(p)\cdot W_3(p)}.$$

1. У формулі за відсутності компенсатора враховуються перші два доданки.

2. З введенням компенсуючого пристрою з передавальною функцією $W_K(S)$ додається третій доданок.

Умова повної компенсації збурення в другому випадку:

$$W_3(S)=W_K(S)\cdot K_1\cdot W_2(S)\cdot W_3(S),\quad \text{звідки } W_K(S)=\frac{1}{K_1\cdot W_2(S)}.$$

Для даного прикладу: $W_K(S)=\dfrac{T_2S+1}{K_1\cdot K_2}$.

Порядок виконання роботи

Зафіксуйте процес *y(t)* на виході моделі САУ:

а) за відсутності компенсуючого пристрою;

б) при введенні компенсуючого пристрою.

Порівняйте результати.

Зміст звіту

1. Опис лабораторної роботи.
2. За кожним принципом управління представте, відповідно до завдань, графіки перехідних процесів із вказівкою масштабів m_t, m_y і сталі значення $y_{уст}$.
3. Укажіть виявлені особливості перехідних процесів і сталих значень вихідної величини *y(t)* на вивчених моделях САУ.

Контрольні запитання

1. Що називається управлінням?
2. Що називається автоматичним управлінням?
3. Що називається системою автоматичного управління?
4. Що є основною задачею автоматичного управління?
5. Що називається об’єктом управління?
6. Що називається керованою величиною?
7. Що називається керованим органом?
8. Що називається чутливим елементом?
9. Що таке вхідна і вихідна величини?
10. Що називається керованою дією?
11. Що називається збуренням?
12. Що називається відхиленням від заданої величини?
13. Що називається керованим пристроєм?
14. Що називається задавальним пристроєм?

15. Що називається функціональною схемою і з чого вона полягає?
16. У чому відмінність сигналу від фізичної величини?
17. У чому суть принципу розімкненого управління?
18. У чому суть принципу компенсації?
19. У чому суть принципу зворотного зв'язку?
20. Перерахуйте достоїнства і недоліки принципів управління.
21. Який окремий випадок управління називається регулюванням?
22. У чому відмінність систем прямого і непрямого регулювання?

Лабораторна робота № 3

ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗІМКНЕНИХ І ЗАМКНУТИХ САУ

Мета роботи. Ознайомлення з методикою визначення АЧХ і ФЧХ динамічних ланок, а також ланок, охоплених негативним зворотним зв'язком.

Теоретичні положення.

Якщо подати на вхід системи з передавальною функцією *W(p)* гармонійний сигнал

$$u(t) = U_m e^{j\omega t} = U_m(\cos\omega t + j\cdot\sin\omega t),$$

то після завершення перехідного процесу на виході встановиться гармонійне коливання

$$y(t) = Y_m e^{j(\omega t+\varphi)} = Y_m e^{j\omega t}\cdot e^{j\omega},$$

з тією ж частотою ω, але іншими амплітудою і фазою, залежними від частоти ω збурюючої дії. По них можна судити про динамічні властивості системи. Залежності, що зв'язують амплітуду і фазу вихідного сигналу з частотою вхідного сигналу, називаються *частотними характеристиками* (ЧХ). Аналіз ЧХ системи з метою дослідження її динамічних властивостей називається *частотним аналізом*.

Підставимо вирази для *u(t)* і *y(t)* у рівняння динаміки

$$(a_o p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \ldots + a_n)y = (b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_m)u.$$

Урахуємо, що

$$p\cdot u = p\cdot U_m\cdot e^{j\omega t} = U_m j\omega\cdot e^{j\omega t} = j\omega u,$$

а значить

$$p^n u = p^n U_m e^{jwt} = U_m (jw)^n e^{jwt} = (jw)^n u.$$

Аналогічні співвідношення можна записати і для лівої частини рівняння.

За аналогією з передавальною функцією можна записати:

$$y = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \ldots + b_m}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_n}u = W(j\omega)\cdot u.$$

W(jω) рівна відношенню вихідного сигналу до вхідного при зміні вхідного сигналу за гармонійним законом, називається *частотною передавальною функцією*. Легко помітити, що вона може бути одержана шляхом простої заміни *p* на *j*ω у виразі *W(p)*.

W(jω) є комплексна функція, тому:

$$A(\omega)=\frac{U_m}{Y_m}=\sqrt{P^2(\omega)+Q^2(\omega)},$$

$$W(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}=P(\omega)+jQ(\omega),$$

де *P(ω)* – дійсна ЧХ (ДЧХ); *Q(ω)* – уявна ЧХ (УЧХ); *A(ω)* – амплітудна ЧХ (АЧХ): φ(ω) – фазова ЧХ (ФЧХ). АЧХ дає відношення амплітуд вихідного і вхідного сигналів, ФЧХ – зрушення по фазі вихідної величини щодо вхідної:

$$\varphi(\omega)=arctg\frac{P(\omega)}{Q(\omega)}.$$

Якщо *W(jω)* зобразити вектором на комплексній площині, то при зміні ω від 0 до + ∞ його кінець викреслюватиме криву, звану *годографом вектора W(jω),* або *амплітудно-фазову частотну характеристику (АФЧХ)* (рис. 13). Гілку ФЧХ при зміні ω від – ∞ до 0 можна одержати дзеркальним відображенням даної кривої щодо дійсної осі.

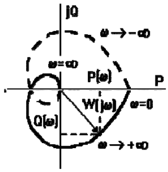


Рис. 13. Частотна крива, що викреслюється вектором на комплексній площині

У ТАУ широко використовуються *логарифмічні частотні характеристики (ЛЧХ) (рис. 14): логарифмічна амплітудна ЧХ* (ЛАЧХ) *L(ω) і логарифмічна фазова ЧХ* (ЛФЧХ) *φ(ω).* Вони виходять шляхом логарифмування передавальної функції:

$$\ln[W(j\omega)]=\ln\left[A(\omega)\cdot e^{j\varphi(\omega)}\right]=\ln[A(\omega)]+\ln\left[e^{j\varphi(\omega)}\right]=\ln[A(\omega)]+\varphi(\omega).$$

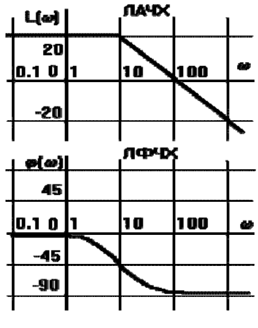


Рис. 14. ЛАЧХ та ЛФЧХ

ЛАЧХ одержують із першого доданку, який з міркувань масштабування множиться на 20, і використовують не натуральний логарифм, а десятковий, тобто *L(ω)=20lgA(ω)*. Величина *L(ω)* відкладається по осі ординат у *децибелах*. Зміна рівня сигналу на 10 дб відповідає зміні його потужності в 10 разів.

Оскільки потужність гармонійного сигналу Р пропорційна квадрату його амплітуди *A*, то зміні сигналу в 10 разів відповідає зміна його рівня на 20 дб, так як

$$\lg\left(p_2 / p_1 \right) = \lg\left(A_2^{\,2} / A_1^{\,2} \right) = 20\lg\left(A_2 / A_1 \right).$$

По осі абсцис відкладається частота ω в логарифмічному масштабі. Тобто одиничним проміжкам по осі абсцис відповідає зміна ω в 10 разів. Такий інтервал називається *декадою*. Оскільки $lg(0) = -\infty$, то вісь ординат проводять довільно.

ЛФЧХ, одержувана з другого доданку, відрізняється від ФЧХ тільки масштабом по осі ω. Величина $\varphi(\omega)$ відкладається по осі ординат у градусах або радіанах. Для елементарних ланок вона не виходить за межі: $-\pi \le \varphi \le + \pi$.

ЧХ є вичерпними характеристиками системи. Знаючи ЧХ системи можна відновити її передавальну функцію і визначити параметри.

Досліджувані системи

На рисунку 15 подані досліджувані системи.

а) розімкнена: б) замкнена:

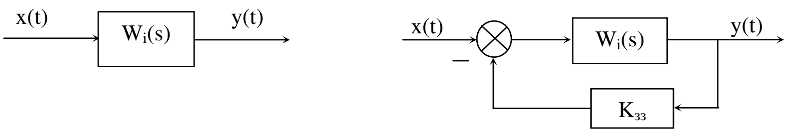


Рис. 15. Досліджувані САУ

Передавальна функція замкненої системи:

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{1 + K_{зз} \cdot W(s)}.$$

Схема лабораторного обладнання (рис. 16) виглядає так:

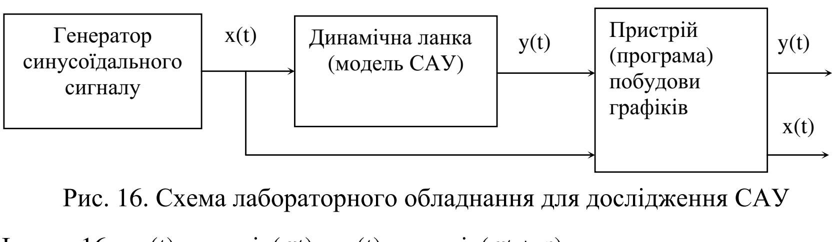


Рис. 16. Схема лабораторного обладнання для дослідження САУ

На рис. 16 $x(t) = x_m \cdot \sin(\omega t)$, $y(t) = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$.

Задаємося x_m=const. Змінюючи частоту ω від ω_{min} до ω_{max}, фіксуємо $Y_m(\omega_i)$ і $\varphi(\omega_i)$ за графіками. Далі будуються залежності $A(\omega) = \frac{Y_m}{X_m}(\omega)$ і $\varphi(\omega)$, а також $W(j\omega)$, як показано на рис. 13.

Побудова ЛАЧХ і ЛФЧХ за допомогою аналітичних виразів

Приклад:

1. Задана ланка $W(s) = \dfrac{K_1 \cdot K_2}{(1+T_1 S)(1+T_2 S)}$;

Вирази для частотних характеристик:

А) $A_1(\omega) = \dfrac{K_1 \cdot K_2}{\sqrt{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}}; \varphi_1(\omega) = -arctg\,\omega T_1 - arctg\,\omega T_2$;

Б) $A_2(\omega)_{замк.} = \dfrac{K_1 \cdot K_2}{\sqrt{(1+K_1\cdot K_2\cdot K_{oc} - T_1\cdot T_2\cdot\omega^2)^2 + ((T_1+T_2)\omega)^2}}$;

$\varphi_2(\omega)_{замк.} = -arctg\dfrac{(T_1+T_2)\omega}{1+K_1\cdot K_2\cdot K_{oc} - T_1\cdot T_2\omega^2}$, якщо $\omega \le \sqrt{\dfrac{1+K_1\cdot K_2\cdot K_{oc}}{T_1\cdot T_2}}$,

інакше $\varphi_2(\omega)_{замк.} = -\pi - arctg\dfrac{(T_1+T_2)\omega}{1+K_1\cdot K_2\cdot K_{зз} - T_1\cdot T_2\omega^2}$.

ЛАЧХ розімкненої САУ:

$$20\lg A_1(\omega)K_{oc} = 20\lg|W(j\omega)K_{oc}| = 20\lg K_1\cdot K_2\cdot K_{oc} - 20\lg\sqrt{1+\omega^2T_1^{\,2}} - 20\lg\sqrt{1+\omega^2T_2^2}.$$

ЛАЧХ замкненої САУ може бути визначена приблизно так:

$$20\lg|\Phi(j\omega)| = 20\lg\left|\frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)\cdot K_{зз}}\right|,$$

а) коли $|W(j\omega)\cdot K_{зз}| >> 1$, тоді $20\lg|\Phi(j\omega)| \approx 20\lg\left|\dfrac{1}{K_{зз}}\right|$;

б) коли $|W(j\omega)\cdot K_{зз}| << 1$, тоді $20\lg|\Phi(j\omega)| \approx 20\lg|W(j\omega)|$.

2. Задана ланка (коливальна):

$$W_2(s) = \frac{K_8}{T_8^2 s^2 + 2\xi T_8 s + 1}.$$

Вирази для частотних характеристик:

а) $A_1(\omega) = \dfrac{K_8}{\sqrt{(1-\omega^2T_8^2)^2 + (2\xi T_8\omega)^2}}$,

$\varphi_1(\omega) = -arctg\dfrac{2\xi T_8\omega}{1-\omega^2T_8^2}$, якщо $\omega \le \dfrac{1}{T_8}$,

$\varphi_1(\omega) = -3.14 - arctg\dfrac{2\xi T_8\omega}{1-\omega^2T_8^2}$, якщо $\omega > \dfrac{1}{T_8}$.

б) $A_2(\omega)_{замк} = \dfrac{K_8}{\sqrt{(1+K_8K_{зз} - \omega^2T_8^2)^2 + (2\xi\omega T_8)^2}}$,

$\varphi_2(\omega)_{замк} = -arctg\dfrac{2\xi\omega T_8}{1+K_8K_{OC} - \omega^2T_8^2}$, якщо $\omega \le \sqrt{\dfrac{1+K_8K_{зз}}{T_8^2}}$,

$\varphi_2(\omega)_{замк} = -3.14 - arctg\dfrac{2\xi\omega T_8}{1+K_8K_{зз} - \omega^2T_8^2}$, якщо $\omega > \sqrt{\dfrac{1+K_8K_{зз}}{T_8^2}}$.

Побудуйте частотні характеристики із значеннями коефіцієнтів: $K_8 = 20$, $T_8 = 0{,}05$, $\xi = 0{,}2$, $K_{зз} = 1$.

3. Інтегруюча ланка з уповільненням: $W_5(s) = \dfrac{K_5}{s(T_5 s+1)}$.

Вирази для частотних характеристик:

а) $A_1(\omega)=\dfrac{K_5}{\omega\sqrt{1+(\omega T_5)^2}}$, $\varphi_1(\omega)=-\dfrac{\pi}{2}-arctg\,\omega T_5$;

б) $A_2(\omega)_{замк}=\dfrac{K_5}{\sqrt{(K_5K_{зз}-T_5\omega^2)^2+\omega^2}}$,

$\varphi_2(\omega)_{замк}=-arctg\dfrac{\omega}{K_5K_{зз}-\omega^2T_5}$, якщо $\omega\le\sqrt{\dfrac{K_5K_{зз}}{T_5}}$,

$\varphi_2(\omega)_{замк}=-3.14-arctg\dfrac{\omega}{K_5K_{зз}-\omega^2T_5}$, якщо $\omega>\sqrt{\dfrac{K_5K_{зз}}{T_5}}$.

Побудуйте частотні характеристики із значеннями коефіцієнтів: $K_5=10$, $T_5=0.5$, $K_{зз}=1$.

4. Задане з'єднання інтегруючої і коливальної ланок:

$W_3(s)=\dfrac{K_6K_7}{s(1+2\xi T_7s+T_7^2s^2)}$.

Для обчислення АФЧХ використовуються наступні вирази:

а) $A_1(\omega)=\dfrac{K_6K_7}{\omega\sqrt{(1-\omega^2T_7^2)^2+(2\xi\omega T_7)^2}}$;

$\varphi_1(\omega)=-1{,}57-arctg\dfrac{2\xi T_7\omega}{1-\omega^2T_7^2}$, якщо $\omega\le\dfrac{1}{T_7}$;

$\varphi_1(\omega)=-3{,}14-1{,}57-arctg\dfrac{2\xi T_7\omega}{1-\omega^2T_7^2}$, якщо $\omega>\dfrac{1}{T_7},\omega\ne\dfrac{1}{T_7}$.

б) $A_2(\omega)_{замк}=\dfrac{K_6K_7}{\sqrt{(K_6K_7K_{зз}-2\xi T_7\omega^2)^2+(\omega-T_7^2\omega^3)^2}}$;

$\varphi_2(\omega)_{замк}\approx-3arctg(\dfrac{\omega}{\omega_{ср}})$ (при $K_{зз}=1$);

Частота $\omega_{ср_1}$ є частота, при якій $A_1(\omega_{ср_1})=1$.

На рис. 17 надані ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкненої і замкненої систем із коефіцієнтами зворотного зв'язку $K_{зз_1}=1$ і $K_{зз_2}=0{,}3$. Визначені наближені значення аргументів замкнених систем $\varphi_1(\omega)_{замк}$ і $\varphi_2(\omega)_{замк}$ і частоти зрізу систем $\omega_{ср_1}$ і $\omega_{ср_2}$.

$$W_3(s)=\frac{2*5}{s\left[0{,}2^2s^2+2\xi*0{,}2s+1\right]}$$

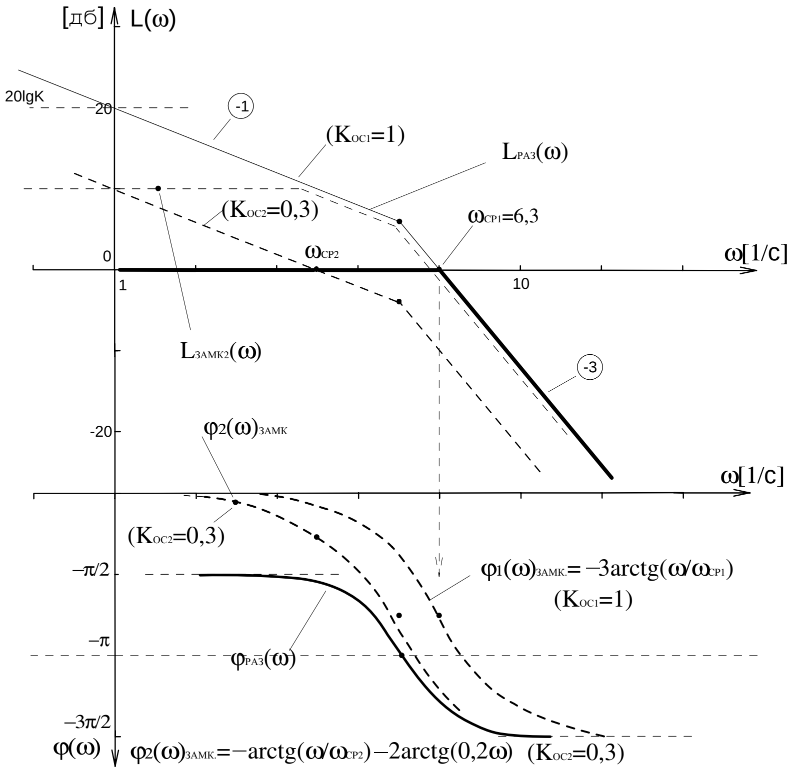


Рис. 17. ЛАЧХ і ЛФЧХ ланки $W_3(s)$ і визначення аргументів для замкненої САУ

Порядок виконання роботи

1. Зняти і побудувати *A(ω)* і *φ(ω)*, скориставшись схемою рис. 16, динамічних ланок: $W_4(s) = \dfrac{K_4}{1 + T_4 \cdot S}$; $W_5 = \dfrac{K_5}{S \cdot (1 + T_5 \cdot S)}$; $K_4=2$, $T_4=0,3$; $K_5=4$; $T_5=0,5$;

2. Для розімкненої і замкненої САУ записати вирази частотних характеристик $A_1(\omega)$, $\varphi_1(\omega)$, $A_2(\omega)$, $\varphi_2(\omega)$; $20\lg A_1(\omega)$, $20\lg|\Phi(j\omega)|$ і побудувати їх, скориставшись можливостями ППП, наступних динамічних ланок:

$W_3(s) = \dfrac{K_1 \cdot K_2}{(1 + T_1 \cdot S)(1 + T_2 \cdot S)}$; $K_1=3$; $K_2=5$; $T_1=0,08$ с; $T_2=0,4$ с; $K_{зз1}=1$; $K_{зз2}=0,5$;

$W_1(s) = \dfrac{K_6 \cdot K_7}{S(1 + 2\xi T_7 \cdot S + T_7^2 S^2)}$; $K_6=2$; $K_7=5$; $T_7=0,1$; $\xi=0,4$; $K_{зз2}=1$; $K_{зз1}=2$;

$W_2(s) = \dfrac{K_8}{1 + 2\xi T_8 \cdot S + T_8^2 S^2}$; $K_8=20$; $T_8=0,05$; $\xi=0.2$; $K_{зз1}=1$.

3. У звіті представити всі графіки з указівкою значень параметрів ланок.

Контрольні питання

1. Що називається частотними характеристиками?
2. Як одержати частотні характеристики дослідним шляхом?
3. Як одержати частотні характеристики теоретичним шляхом за відомою передавальною функцією ланки?
4. Що таке і як одержати АФЧХ?
5. Що таке і як одержати ВЧХ?
6. Що таке і як одержати МЧХ?
7. Що таке і як одержати АЧХ?
8. Що таке і як одержати ФЧХ?
9. Що таке і як одержати ЛАЧХ?
10. Що таке і як одержати ЛФЧХ?
11. Як побудувати годограф АФЧХ?
12. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ безінерційної ланки.
13. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ інтегруючої ланки.
14. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ аперіодичної ланки.
15. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ коливальної ланки.
16. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ консервативної ланки.
17. Побудуйте ЛАЧХ і ЛФЧХ ідеальної диференціюючої ланки.
18. Побудуйте ЛАЧХ і ЛФЧХ ідеальної форсуючої ланки.
19. Як зміняться ЛАЧХ і ЛФЧХ ланки, якщо коефіцієнт посилення зросте в 100 разів?
20. Для чого служить правило дзеркала?

Лабораторна робота № 4
ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ЛІНІЙНИХ САУ

Мета роботи. Дослідження впливу параметрів лінійної системи (рис. 18) на її стійкість.

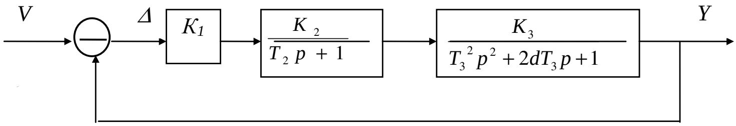


Рис. 18. Структурна схема досліджуваної системи

Теоретичні положення

Передавальна функція лінійної системи в загальному випадку має вигляд

$$W(p)=\frac{y}{v}=\frac{B(p)}{A(p)}=\frac{b_m p^m+...+b_1 p+b_0}{a_n p^n+...+a_1 p+a_0},n\ge m\cdot$$

Критерій алгебри стійкості Гурвіца припускає дослідження матриці, складеної з коефіцієнтів характеристичного рівняння:

$$\Delta_{\Gamma} = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & ... & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & ... & a_2 & a_0 \end{bmatrix}.$$

Система стійка, якщо весь діагональний мінор матриці Гурвіца позитивний. Аналіз стійкості за критерієм Михайлова припускає побудову на комплексній площині годографа

$$A(j\omega) = a_n(j\omega)^n + ... + a_1(j\omega) + a_0,$$

при зміні ω від 0 до ∞. Система буде стійка, якщо годограф, починаючись на позитивній речовинній напівосі при $\omega=0$, проходить послідовно n квадрантів проти годинникової стрілки, спрямовуючись у n-му до ∞.

Критерій Найквіста дозволяє судити про стійкість замкненої системи за частотною характеристикою розімкненої системи. Якщо розімкнена система стійка, то замкнена система також буде стійкою у тому випадку, коли АФХ розімкненої системи $W_p(j\omega)$ не охоплює крапку $(-1, j0)$ при зміні ω від 0 до ∞.

Методичні вказівки

Робота виконується за допомогою пакета прикладних програм MATCAD та COMPAS.

Для експериментального визначення критичного значення досліджуваного параметра його необхідно змінити у декілька разів порівняно з початковим і проаналізувати одержані перехідні процеси. Якщо при одному параметрі система була стійка, а при іншому – нестійка, то критичне значення – усередині виділеного інтервалу, і знайти його можна, наприклад, методом половинного розподілу.

Наявність незгасаючих коливань постійної амплітуди на виході свідчить про положення системи на межі стійкості.

Порядок виконання роботи

1. Побудувати модель досліджуваної системи, параметри якої приведені в таблиці 2. Номер варіанта відповідає порядковому номеру бригади.
2. Подаючи на вхід одиничну стрибкоподібну дію, замалювати перехідні процеси в системі при заданих параметрах. На екран графічного монітора виводити вхідний, вихідний сигнали і помилку (Δ).

Таблиця 2

Номер варіанта	k_1	k_2	T_2	k_3	T_3	d
1	1	1,5	0,4	4	1,2	1,2
2	5	0,8	0,2	3	1	1
3	2	1	0,1	2	0,8	0,8

Продовження табл. 2

4	3	2	0,3	2	1,5	1,5
5	1,5	4	0,5	1	0,9	0,9
6	2,5	1,5	0,2	2	1	1
7	4	0,6	0,2	2	0,7	0,7
8	2	1	0,5	1	0,6	0,6

3. Експериментально визначити критичне значення коефіцієнта передачі k_1, тобто такі значення, при яких система перебуває на межі стійкості. Порівняти їх із розрахунковими значеннями, знайденими за допомогою критерію Найквіста.

4. Побудувати перехідний процес при $k_1=0,8\ k_{1кр}$, проаналізувати результати.

5. Збільшити коефіцієнт d у два рази в порівнянні з початковим значенням і визначити $k_{1кр}$. Потім зменшити d у два рази і знайти $k_{1кр}$. Побудувати залежність $k_{1кр}= k_{1кр}(d)$.

6. Знайти експериментальне критичне значення $d_{кр}$. Порівняти з $d_{кр}$, розрахованим за допомогою критерію Гурвіца.

7. Скориставшись критерієм Михайлова, знайти $T_{2кр}$. Визначити критичні значення $T_{2кр}$ експериментально і проаналізувати результати.

Зміст звіту

1. Мета роботи.
2. Структурна схема досліджуваної системи і чисельні значення параметрів.
3. Розраховані й експериментально знайдені критичні значення параметрів.
4. Графік перехідного процесу досліджуваної системи при табличних значеннях параметрів.
5. Графік перехідних процесів при $k_1 = k_{1кр}$ і $k_1 = 0,8\ k_{1кр}$.
6. Графік залежності $k_{1кр}(d)$.

Контрольні запитання

1. Що розуміють під стійкістю САК в малому й у великому?
2. Який вигляд має рішення рівняння динаміки САК?
3. Як знайти вимушену складову рішення рівняння динаміки САК?
4. Який вигляд має вільна складова рішення рівняння динаміки САК?
5. Що таке характеристичне рівняння?
6. Який вигляд мають корені характеристичного рівняння?
7. Чим відрізняються праві й ліві корені характеристичного рівняння?
8. Сформулюйте умову стійкості систем по Ляпунову.
9. Що таке межа стійкості?
10. Що таке критерії стійкості?

11. Сформулюйте необхідну умову стійкості САК.
12. Сформулюйте критерій Рауса.
13. Сформулюйте критерій Гурвіца.
14. У чому достоїнства і недоліки критеріїв алгебри стійкості?
15. Що називається частотними критеріями стійкості САК?
16. У чому перевага частотних критеріїв стійкості перед алгеброю?
17. Сформулюйте принцип аргументу.
18. Сформулюйте критерій стійкості Михайлова.
19. Поясніть кожний з годографів на рис. 69. Ваше судження про стійкість відповідних САК.
20. Які з годографів на рис. 69 відповідають САК, що знаходиться на межі стійкості?
21. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста.
22. Поясніть, чи є стійкими САК, АФЧХ яких у розімкненому стані представлені на рис. 71. Чому?
23. У чому особливість використання критерію Найквіста для астатичних САК?

Лабораторна робота № 5
ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ЛІНІЙНИХ САК ЗА ДОПОМОГОЮ ЧАСТОТНОГО КРИТЕРІЮ НАЙКВІСТА

Мета роботи. Одержати практичні навики дослідження стійкості лінійних САК з невідомими характеристиками.

Теоретичні відомості

Стійкість – це властивість САК, що гарантує обмежений по амплітуді відгук (значення регульованої величини) при будь-якому обмеженому по амплітуді вхідному (керуючому) впливі.

Для лінійних САК (рис. 18, а) необхідною і достатньою умовою стійкості є геометричне розташування всіх коренів знаменника функції передачі замкненої системи в лівій частині комплексної напівплощини (рис. 18, б)

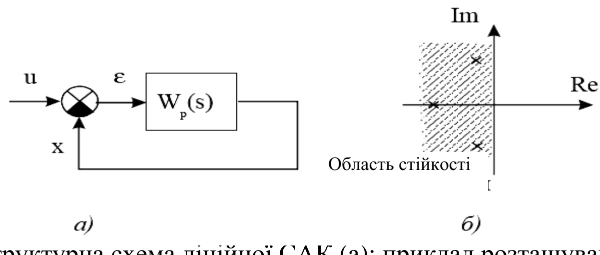


Рис. 18. Структурна схема лінійної САК (а); приклад розташування полюсів функції передаточі на комплексній площині для стійкої САК (б).

Для оцінки стійкості лінійних САК існують алгебраїчні і частотні критерії. Одним із широко використовуваних критеріїв стійкості лінійних САК є критерій Найквіста.

При використанні критерію Найквіста, про стійкість замкненої САК судять по амплітудно-фазочастотній характеристиці (АФЧХ) розімкненої САК. Для побудови АФЧХ розімкненої САК (годографа Найквіста) необхідне знання передатної характеристики системи $W_p(s)$ (рис. 18, а), одержуваної безпосередньо за схемою САК або в результаті експериментальних досліджень.

Побудову годографа Найквіста здійснюють шляхом зміни частоти ω від $-\infty$ до $+\infty$ і нанесення на комплексну площину значення модуля й аргументу (кута) АФЧХ $W_p(jw)$ (рис. 19).

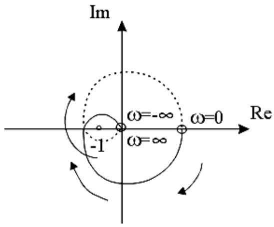


Рис. 19. Приклад годографа Найквіста

Частина годографа, що відповідає зміні від $-\infty$ до 0 (показана пунктиром), симетрична щодо осі абсцис іншої його частини, що відповідає зміні ω від 0 до $+\infty$ (показано суцільною лінією). Тому на практиці досить побудувати тільки одну половину годографа Найквіста, наприклад, змінюючи ω від 0 до $+\infty$.

Відомі два формулювання критерію стійкості Найквіста – «критерій стійкості» і «критерій нестійкості». *Критерій стійкості Найквіста.* Якщо розімкнена САК стійка, то замкнута САК буде стійка, якщо АФЧХ розімкненої системи $W_p(jw)$ при зміні ω від $-\infty$ до $+\infty$ не охоплює крапку $(-1, j0)$ у напрямі «за годинниковою стрілкою».

Порядок виконання роботи

1. Зібрати лабораторну установку відповідно до рис. 20.

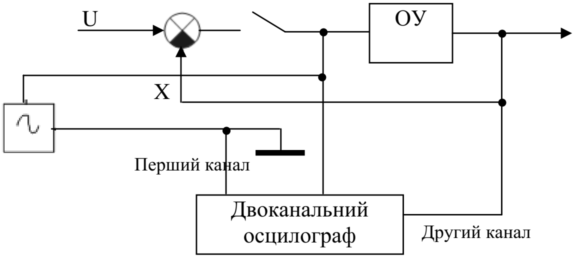


Рис. 20. Схема включення лабораторної установки

2. Перевести перемикач у положення «Розімкнено», що відповідає розімкненій САК. Змінюючи частоту генератора від 100 Гц до 100 кГц експериментально зняти АФЧХ розімкненої САК. При цьому модуль АФЧХ визначати як відношення амплітуд сигналу на виході САК (канал 2 осцилографа) до амплітуди сигналу генератора. Відповідно, зсув фаз визначати за осцилографом, вимірюючи зсув між сигналом із генератора і сигналом із виходу САК. Результати вимірів занести в табл. 3.

3. За даними табл. 3 побудувати годограф Найквіста і зробити висновок про стійкість замкненої САУ.

4. Відключити генератор синусоїдального сигналу. Перевести перемикач у положення «Замкнено», що відповідає замкненій САК. Спостерігаючи на осцилографі сигнал регульованої величини (канал 2), перевірити висновок п. 3 про стійкість САК.

5. За даними табл. 3 побудувати логарифмічні АЧХ і ФЧХ (експериментальні). Визначити частоти, що сполучають, і побудувати на цьому ж графіку асимптотичні логарифмічні АЧХ і ФЧХ. По асимптотичних характеристиках записати передатну функцію розімкненої САК $W_p(s)$.

Таблиця 3

№	f, Гц	ω, рад/с	Амплітуда сигнала генератора, мВ	Амплітуда сигнала на виході САК, В	|W(jω)|	20lg|W(jω)|, дБ	Зсув фаз (кут) у градусах

Контрольні запитання

1. Що називається частотними критеріями стійкості САК?
2. У чому перевага частотних критеріїв стійкості перед алгеброю?
3. Чим відрізняється поводження стійкої САК від поводження нестійкої САК? Як це узгоджується з визначенням стійкості?
3. Проведіть аналогії між аналізом стійкості лінійної САК за годографом Найквіста і за логарифмічними АЧХ і ФЧХ?
4. Чому годограф Найквіста симетричний щодо дійсної осі?

Методичні рекомендації щодо виконання практичних занять

Практичне заняття 1

ЕКВІВАЛЕНТНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ СТРУКТУРНИХ СХЕМ

Мета заняття. Оволодіти навичками перетворення структурних схем САК та отримання еквівалентної передавальної функції

Теоретичні відомості

Рівняння динаміки можна записати також у вигляді:

$$y = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n} u = \frac{K(p)}{D(p)} u = W(p) \cdot u \cdot$$

Диференціального оператора *W(p)* називають *функцією передачі*. Вона визначає відношення вихідної величини ланки до вхідної в кожен момент часу:

$W(p)=y(t)/u(t)$, тому її ще називають *динамічним коефіцієнтом посилення*. У сталому режимі $d/dt=0$, тобто $p=0$, тому функція передачі перетворюється на коефіцієнт передачі ланки $K=b_m/a_n$. Знаменник функції передачі $D(p)=a_o p^n+a_1 p^{n-1}+a_2 p^{n-2}+ ...+ a_n$ називають *характеристичним поліномом*. Його корені, тобто значення p, при яких знаменник $D(p)$ звертається в нуль, а $W(p)$ прагне до нескінченності, називаються *полюсами функції передачі*.

Чисельник $K(p)=b_o p^m+b_1 p^{m-1}+ ...+ b_m$ називають *операторним коефіцієнтом передачі*. Його коріння, при яких $K(p)=0$ і $W(p)=0$, називаються *нулями ї функції передачі*.

Ланка САК з відомою функцією передачі називається *динамічною ланкою*. Вона зображується прямокутником, усередині якого записується вираз функції передачі. Тобто, це звичайна функціональна ланка, функція якої задана математичною залежністю вихідної величини від вхідної в динамічному режимі. Для ланки з двома входами і одним виходом повинні бути записані дві передавальні функції по кожному із входів. Функція передачі є основною характеристикою ланки в динамічному режимі, з якої можна одержати всю решту характеристик. Вона визначається тільки параметрами системи і не залежить від вхідних і вихідних величин.

Структурна схема САК в простому випадку будується з елементарних динамічних ланок. Але декілька елементарних ланок можуть бути замінені однією ланкою зі складною функцією передачі. Для цього існують правила еквівалентного перетворення структурних схем. Розглянемо можливі способи перетворень.

1. *Послідовне з'єднання* (рис. 21) – вихідна величина попередньої ланки подається на вхід подальшої. При цьому можна записати:

$$y_1 = W_1 \cdot y_o;\ y_2 = W_2 \cdot y_1;\ ...;\ y_n = W_n \cdot y_{n-1} => y_n = W_1 \cdot W_2 .....W_n \cdot y_o = W_{экв} \cdot y_o,$$

де $W_{екв} = \prod_{i=1}^{n} W_i$.

Рис. 21. Перетворення при послідовному з'єднанні

Тобто, ланцюжок послідовно сполучених ланок перетвориться в еквівалентну ланку з передавальною функцією, рівною добутку передавальних функцій окремих ланок.

2. *Паралельно-узгоджене з'єднання* (рис. 22) – на вхід кожної ланки подається один і той же сигнал, а вихідні сигнали складаються. Тоді:

$$y = y_1 + y_2 + ... + y_n = (W_1 + W_2 + ... + W3)y_o = W_{экв} \cdot y_o,$$

де $W_{екв} = \sum_{i=1}^{n} W_i$.

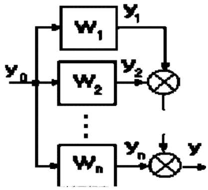


Рис. 22. Перетворення при паралельно-узгодженому з’єднанні

Тобто, ланцюжок ланок, сполучених паралельно-узгоджено, перетвориться в ланку з передавальною функцією, що дорівнює сумі передавальних функцій окремих ланок.

3. *Паралельно-зустрічне з’єднання* (рис. 23, а) – ланка, охоплена позитивним або негативним зворотним зв’язком. Ділянка ланцюга, по якому сигнал іде в протилежному напрямі по відношенню до системи в цілому (тобто з виходу на вхід) називається *ланцюгом зворотного зв’язку* з передавальною функцією $\mathbf{W_{зз}}$. При цьому для негативного ЗЗ:

$$y = W_n u;\ y_1 = W_{зз} y;\ u = y_o - y_1,$$

отже,

$$y = W_n y_o - W_n y_1 = W_n y_o - W_n W_{зз} y = > y(1 + W_n W_{oc}) = W_n y_o = > y = W_{екв} y_o,$$

де $W_{екв} = \dfrac{W_k}{1 + W_k W_{зз}}$.

Аналогічно: $W_{екв} = \dfrac{W_k}{1 + W_k W_{зз}}$ – для позитивного ЗЗ.

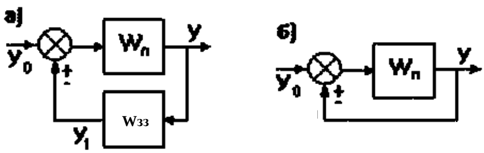


Рис. 23. Перетворення при паралельно-зустрічному з’єднанні

Якщо $W_{зз}=1$, то зворотний зв’язок називається одиничним (рис. 23, б), тоді $W_{екв} = W_n /(1 \pm W_n)$.

5. При перенесенні суматора через ланку за рухом сигналу необхідно додати ланку з передавальною функцією тієї ланки, через яку переноситься суматор. Якщо суматор переноситься проти руху сигналу, то додається ланка з передавальною функцією, зворотної передавальної функції ланки, через яку переносимо суматор (рис. 24).

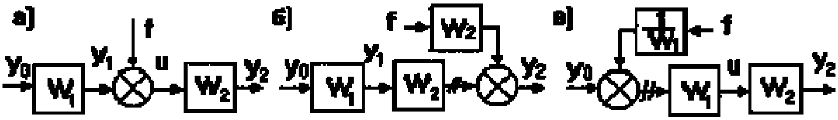


Рис. 24. Перетворення схем при перенесенні суматора

Так, з виходу системи на рис. 24, а) знімається сигнал $y_2 = (f + y_oW_1)W_2$.

Такий же сигнал повинен зніматися з виходів систем на рис. 24, б):

$$y_2 = fW_2 + y_oW_1W_2 = (f + y_oW_1)W_2,$$

і на рис. 24, в):

$$y_2 = (f(1/W_1) + y_o)W_1W_2 = (f + y_oW_1)W_2.$$

При подібних перетвореннях можуть виникати нееквівалентні ділянки лінії зв'язку (на малюнках вони заштриховані).

5. При перенесенні вузла через ланку за рухом сигналу додається ланка з передавальною функцією, зворотної передавальної функції ланки, через яку переносимо вузол. Якщо вузол переноситься проти руху сигналу, то додається ланка з передавальною функцією ланки, через яку переноситься вузол (рис. 25). Так, з виходу системи на рис. 25, а) знімається сигнал $y_1 = y_oW_1$.

Такий же сигнал знімається з виходів рис. 25, б): $y_1 = y_oW_1W_2/W_2 = y_oW_1$

і рис. 25, в): $y_1 = y_oW_1$.

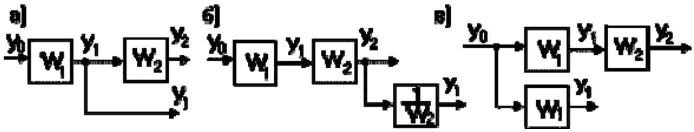


Рис. 25. Перенесення вузла через ланку

6. Можливі взаємні перестановки вузлів і суматорів: вузли можна міняти місцями (рис. 26, а); суматори теж можна міняти місцями (рис. 26, б); при перенесенні вузла через суматор необхідно додати порівнюючий елемент

У всіх випадках перенесення елементів структурної схеми виникають нееквівалентні *ділянки* лінії зв'язку, тому треба бути обережним у місцях знімання вихідного сигналу.

При еквівалентних перетвореннях однієї і тієї ж структурної схеми можуть бути одержані різні передавальні функції системи по різних входах і виходах.

Отримати еквівалентну передавальну функцію для схем, що подані у варіантах завдань (табл. 4).

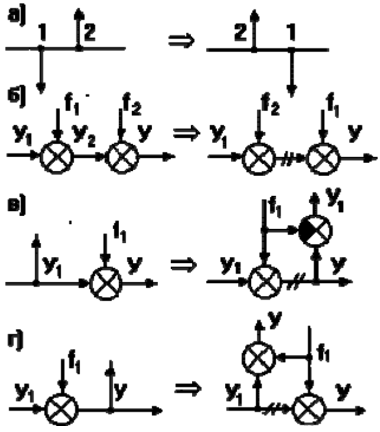
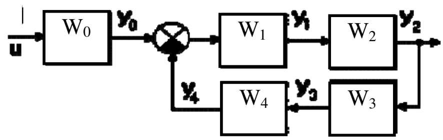
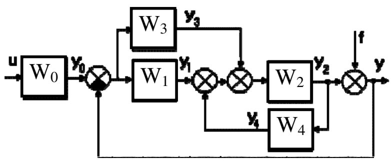
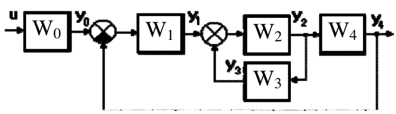
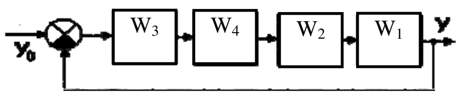
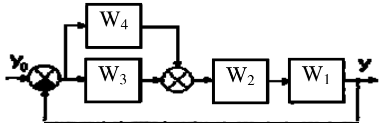
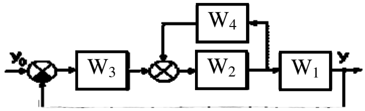
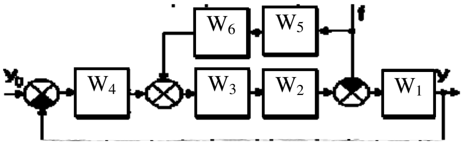
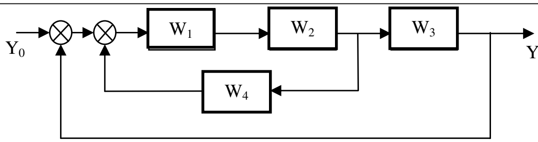


Рис. 26. Взаємні перестановки вузлів і суматорів

Завдання 1

Таблиця 4

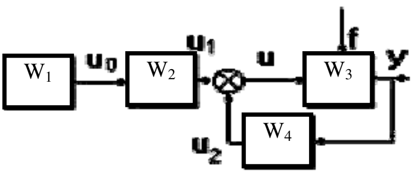
№ варіанта	Структурна схема САУ
1	
2	
3	
4	

<table>
<tr><td>5</td><td>
</td></tr>
<tr><td>6</td><td>
</td></tr>
<tr><td>7</td><td>
</td></tr>
<tr><td>8</td><td>
</td></tr>
</table>

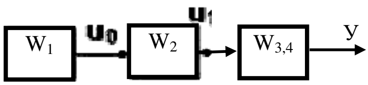
Методичні вказівки до виконання практичного заняття 1

Для розв’язку даного завдання здійснюють послідовне розділення структурної схеми системи на сукупність ланок із відповідними передавальними функціями, які об’єднують з урахуванням еквівалентних перетворень, поданих у теоретичній частині заняття. Кожне послідовне перетворення повинне призводити до зменшення кількості ланок, тобто їхнього об’єднання і визначення загальної еквівалентної функції системи.

Наприклад, для системи, поданої на рис. 27, а), має наступна еквівалентна передавальна функція. При початковому перетворенні отримуємо передавальну функцію (рис. 27, б) для третьої і четвертої ланок $W_{3,4} = \dfrac{W_3}{1 - W_3 W_4}$.



а)



б)

Рис. 27. Структурна схема САК

Еквівалентна передавальна функція визначається за таким виразом:

$$W_{екв} = W_1 \cdot W_2 \cdot \frac{W_3}{1 - W_3 W_4} = \frac{W_1 \cdot W_2 \cdot W_3}{1 - W_3 \cdot W_4}.$$

Контрольні запитання до заняття 1

1. Запишіть загальний вигляд рівняння динаміки.
2. Що називають передавальною функцією?
3. Як називаються знаменник і чисельник передавальної функції?
4. Що називають полюсами і нулями передавальної функції?
5. Яка ланка називається динамічною?
6. Як будується структурна схема САК?
7. Назвіть основні способи перетворень структурних схем САК.

Практичне заняття 2
ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗІМКНЕНИХ ОДНОКОНТУРНИХ САК

Мета заняття. Оволодіти навичками дослідження і проектування САК за допомогою АФЧХ ЛАЧХ та ЛФЧХ розімкнених систем.

Теоретичні відомості

При дослідженні і проектуванні САК часто використовують АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ *розімкнених систем*. Це пояснюється тим, що розімкнені САК простіше досліджувати експериментально, ніж замкнені. У той же час по них можна одержати вичерпну інформацію про поведінку даної САК в замкненому стані.

Будь-яку багатоконтурну САК можна привести до одноконтурної. *Розімкнена одноконтурна САК* складається з ланцюжка послідовно сполучених динамічних ланок. Знаючи передавальну функцію розімкненої САК можна побудувати її ЧХ. І навпаки, знаючи ЧХ розімкненої САК, зняту, наприклад, дослідним шляхом, можна знайти її передавальну функцію.

Передавальна функція розімкненої одноконтурної системи рівна твору передавальних функцій окремих ланок:

$$W(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p).$$

Замінивши в цьому виразі p на $j\ w$ одержимо її АФЧХ:

$$W(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} W_i(j\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}.$$

АЧХ: $A(\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega)$,

Значить, ЛАЧХ рівна сумі ЛАЧХ ланок: $L(\omega) = \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega)$.

ЛФЧХ: $\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega)$.

Таким чином, ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкненої САК будують шляхом графічного складання ЛАЧХ і ЛФЧХ ланок. При цьому обмежуються побудовою асимптотичної ЛАЧХ.

Для побудови ЛАЧХ і ЛФЧХ рекомендується наступний порядок:

1) розкладають складну передавальну функцію на множники, що є передавальними функціями типових динамічних ланок (порядок поліномів чисельника і знаменника не вищий другого);

2) обчислюють сполучені частоти окремих ланок і будують асимптотичні ЛАЧХ і ЛФЧХ кожної елементарної ланки;

3) шляхом графічного підсумовування ЛАЧХ і ЛФЧХ ланок будують результуючі ЧХ.

Розглянемо конкретний приклад: $W(p)=\dfrac{100(p+1)}{p(0{,}1p+1)}=W_1W_2W_3W_4$.

Розкладаємо дану передавальну функцію на передавальні функції елементарних ланок:

1) безінерційна ланка: $W_1 = K_1 = 100 \Rightarrow L(w) = 20lg100 = 40;$

2) форсуюча ланка: $W_2 = p + 1;$

її параметри: $K_2 = 1,\ T_2 = 1,\ \omega_2 = 1/T_2 = 1;$

3) інтегруюча ланка: $W_3 = 1/p;$

її ЛАЧХ проходить через крапку $L = 0$ при частоті $\omega = 1$;

4) аперіодична ланка: $W_4 = 1/(0.1p + 1);$

її параметри: $K_4 = 1,\ T_4 = 0.1,\ \omega_4 = 1/T4 = 10.$

Порядок побудови ЛАЧХ і ЛФЧХ показаний на рис. 28.

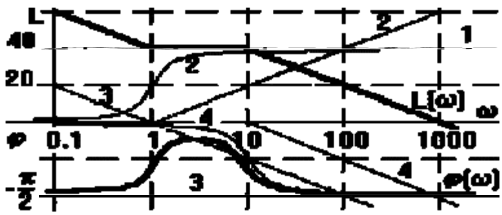


Рис. 28. Порядок побудови ЛАЧХ і ЛФЧХ

Іноді вимагається вирішити зворотну задачу, тобто визначити передавальну функцію по відомій ЛАЧХ. Процедура визначення передавальної функції складається з таких етапів:

1) відома ЛАЧХ зображається в асимптотичному вигляді, для цього безперервна крива замінюється відрізками прямих або горизонтальних, або з нахилом, кратним ± *20 дб/дек*;

2) асимптотична ЛАЧХ розкладається на ЛАЧХ елементарних ланок;

3) для кожної з одержаних ЛАЧХ визначаються $к$ і $\omega_1 = 1/T$ і записується передавальна функція типової ланки;

4) передавальну функція САК визначаємо шляхом перемножування передавальних функцій типових ланок.

Завдання 2

Побудуйте ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкненої одноконтурної САК з передавальною функцією, яка вибирається з табл. 5, згідно з варіантом завдання.

Таблиця 5

№ варіанта	Передавальна функція
1	$W(p)=\dfrac{10(0{,}1p+1)}{(0{,}01p^2+0{,}1p+1)(10p+1)}$
2	$W(p)=\dfrac{0{,}1}{p(0{,}01p^2+0{,}1p+1)}$
3	$W(p)=\dfrac{0{,}01(p+1)}{p(110p+1)}$
4	$W(p)=\dfrac{p}{(0{,}1p^2+p+1)(100p+1)}$
5	$W(p)=\dfrac{(p+10)(0{,}1p+1)}{(p^2+0{,}1p+1)(100p+1)}$
6	$W(p)=\dfrac{10(0{,}1p^2+1)}{(10p^2+10p+1)(p+1)}$
7	$W(p)=\dfrac{10(0{,}1p+1)}{(0{,}01p^2+0{,}1p+1)}$
8	$W(p)=\dfrac{1.1}{10p^2+100p+1}$

Методичні рекомендації щодо виконання завдання 2

Для виконання даного завдання потрібно чітко дотримуватись послідовності дій, описаних у теоретичній частині. Для повного оволодіння матеріалом розглянемо приклад, який ілюструється на рис. 29.

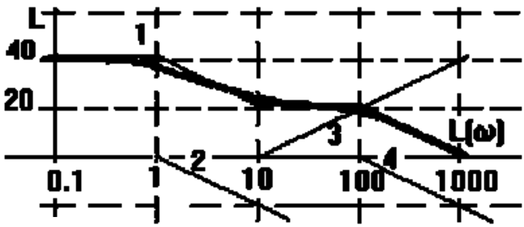


Рис. 29. Процедура визначення передавальної функції по відомій ЛАЧХ

Тут ЛАЧХ може бути зображена сумою ЛАЧХ чотирьох типових ланок: пропорційної $W_1=100$, аперіодичної $W_2=1/(p+1)$, форсуючої $W_3=0{,}1p+1$ і аперіодичної $W_4=1/(0{,}01p+1)$.

Таким чином, передавальна функція розімкненої САК має вигляд:

$$W(p)=\frac{100(0{,}1p+1)}{(p+1)(0{,}01p+1)}.$$

У складніших випадках нахили ЛАЧХ на деяких ділянках перевищують ± 20 *дб/дек*. Тоді, крім параметрів K і T доводиться визначати ще і коефіцієнти демпфування r.

Знаючи передавальну функцію розімкненої САК, можна побудувати її рівняння динаміки:

$$y(t) = W_p u(p) = \frac{100(0{,}1p+1)}{(p+1)(0{,}01p+1)} u(t) \;\Rightarrow\; (p+1)(0{,}01p+1)y(t) = 100(0{,}1p+1)u(t) \;\Rightarrow$$

$$(0{,}01p^2 + 1{,}01p + 1)y(t) = (10p + 100)u(t) \;\Rightarrow\; 0{,}01\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 1{,}01\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 10\frac{du(t)}{dt} + 100u(t).$$

Таким чином, можна визначити рівняння динаміки реальних ланок і всієї реальної САК, якщо теоретично це зробити важко. Для зняття частотних характеристик реальної розімкненої САК на її вхід подають гармонійний сигнал із змінною частотою і визначають зміну амплітуди і фази вихідного сигналу залежно від частоти. За одержаними характеристиками визначають рівняння динаміки, після чого САК можна досліджувати теоретично.

Контрольні запитання до заняття 2

1. Що таке АФЧХ?
2. Що таке ЛАЧХ?
3. Що таке ЛФЧХ?
4. Які САК називають розімкненими?
5. Які САК називають одноконтурними?
6. Запишіть передавальні функції елементарних ланок.
7. Як визначити передавальну функцію по відомій ЛАЧХ?

Практичне заняття 3
ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАМКНЕНОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АЛГЕБРАЇЧНОГО КРИТЕРІЮ СТІЙКОСТІ ГУРВІЦА

Мета заняття. Оволодіти навичками дослідження САК на стійкість за допомогою алгебраїчного критерію Гурвіца.

Теоретичні відомості

Початковим виразом для визначення стійкості за критерієм Гурвіца є характеристичне рівняння системи, отже, за критерієм Гурвіца можна визначити стійкість як замкненої, так і розімкненої системи.

Система стійка за Гурвіцом, якщо всі коефіцієнти її характеристичного рівняння мають однакові знаки, а головний діагональний визначник системи, складений з коефіцієнтів характеристичного рівняння (визначник Гурвіца) і його діагональний мінор позитивний.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

З коефіцієнтів характеристичного рівняння будується визначник Гурвіца Δ за алгоритмом:

1) по головній діагоналі зліва направо виставляються всі коефіцієнти характеристичного рівняння від a_1 до a_n;

2) від кожного елемента діагоналі вгору і вниз добудовуються стовпці визначника так, щоб індекси спадати зверху вниз;

3) на місце коефіцієнтів з індексами менше нуля або більше n ставляться нулі.

Критерій Гурвіца: для того, щоб САК була стійка, необхідно і достатньо, щоб всі **n** діагонального мінору визначника Гурвіца були позитивні. Цей мінор називається *визначником Гурвіца*.

Розглянемо приклади застосування критерію Гурвіца:

1) $n=1$ => рівняння динаміки: $a_0p+a_1=0$. Визначник Гурвіца: $\Delta=\Delta_1=a_1>0$ при $a_0>0$, тобто умова стійкості: $a_0>0, a_1>0$;

2) $n=2$ => рівняння динаміки: $a_0p^2+a_1p+a_2=0$. Визначники Гурвіца: $\Delta_1=a_1>0$, $D_2=a_1a_2-a_0a_3=a_1a_2>0$, оскільки $a_3=0$, тобто умова стійкості: $a_0>0, a_1>0, a_2>0$;

3) $n=3$ => рівняння динаміки: $a_0p^3+a_1p^2+a_2p+a_3=0$. Визначники Гурвіца: $\Delta_1=a_1>0$, $\Delta_2=a_1a_2-a_0a_3>0$, $\Delta 3=a_3\Delta_2>0$, умова стійкості: $a_0>0, a_1>0, a_2>0, a_3>0, a_1a_2-a_0a_3>0$.

Таким чином, при $n\leq 2$ позитивність коефіцієнтів характеристичного рівняння є необхідною і достатньою умовою стійкості САК. При $n>2$ з'являються додаткові умови.

Критерій Гурвіца застосовують при $n\leq 4$. При великих порядках зростає число визначників і процес стає трудомістким. Є ряд модифікацій даного критерію, які розширюють його можливості.

Недолік критерію Гурвіца – мала наочність. *Перевага* – зручний для реалізації на ЕОМ. Його часто використовують для визначення впливу одного з параметрів САК на її стійкість. Так, рівність нулю головного визначника $\Delta_n=a_n\Delta_{n-1}=0$ говорить про те, що система знаходиться на межі стійкості. При цьому або $a_n=0$ – при виконанні решти умов система знаходиться на межі аперіодичної стійкості, або передостанній мінор $\Delta_{n-1}=0$ – при позитивності всієї решти мінору система знаходиться на межі коливальної стійкості. Параметри САК визначають значення коефіцієнтів рівняння динаміки, отже, зміна будь-якого параметра K_i впливає на значення визначника Δ_{n-1}.

Завдання 3

Дослідити САР за заданою передавальною функцією на стійкість за допомогою алгебраїчного критерію Гурвіца. Варіанти передавальних функцій подані в табл. 6.

Таблиця 6

№ варіанта	Передавальна функція
1	$W_{зам}(p)=\dfrac{10{,}8}{0{,}864p^3+2{,}16p^2+p+18}$
2	$W_{зам}(p)=\dfrac{2{,}9p+9{,}6}{0{,}12p^4+5{,}1p^3+8{,}8p^2+1{,}7p+12{,}8}$
3	$W_{зам}(p)=\dfrac{1{,}7p+5{,}8}{0{,}3p^4+12{,}4p^3+15p^2+19p+14}$
4	$W_{зам}(p)=\dfrac{12p+2{,}4}{0{,}141p^4+8p^3+10p^2+15p+12}$
5	$W_{зам}(p)=\dfrac{4}{0{,}48p^3+48p^2+16p+10K_5}$
6	$W_{зам}(p)=\dfrac{4{,}2}{0{,}33p^3+33p^2+8p+6}$
7	$W_{зам}(p)=\dfrac{4{,}8}{0{,}4p^3+24p^2+18p+34}$
8	$W_{зам}(p)=\dfrac{6{,}75}{0{,}52p^3+5p^2+16p+15}$
9	$W_{зам}(p)=\dfrac{36{,}3}{148p^3+69p^2+13p}$
10	$W_{зам}(p)=\dfrac{24}{74p^3+36p^2+8p}$
11	$W_{зам}(p)=\dfrac{10{,}8}{0{,}72p^3+7p^2+21p+15}$
12	$W_{зам}(p)=\dfrac{48p+23}{120p^3+9p^2+20p}$
13	$W_{зам}(p)=\dfrac{56p^2+35p+1}{7{,}04p^3+8{,}16p^2+1{,}6p}$
14	$W_{зам}(p)=\dfrac{5p^2+3p+1}{74p^3+86p^2+16p+43}$
15	$W_{зам}(p)=\dfrac{54p^2+13p}{11p^3+16p^2+6p+3}$
16	$W_{зам}(p)=\dfrac{2p^2+4p}{13p^3+26p^2+16p+1}$
17	$W_{зам}(p)=\dfrac{5p^2+1}{4p^3+8p^2+6p+32}$
18	$W_{зам}(p)=\dfrac{15p^2+11}{41p^3+81p^2+65p+3}$

19	$W_{зам}(p) = \dfrac{4p+2}{12p^3+2p^2+2p}$
20	$W_{зам}(p) = \dfrac{p+4}{20p^3+19p^2+2p+10}$

Методичні рекомендації до виконання завдання 3

Для визначення порядку розв'язку завдання 3, розглянемо стійкість САК за передавальною функцією замкненої системи:

$$W_{зам}(p) = \frac{21p+4{,}2}{18p^3+27p^2+38{,}2p+6{,}4}.$$

Запишемо характеристичне рівняння замкненої системи:

$H_{зам}(p) = a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$, де a_1, a_2, a_3, a_0 – коефіцієнти характеристичного рівняння.

У нашому випадку

$H_{зам}(p) = 18p^3 + 27p^2 + 38{,}2p + 6{,}4 = 0$, значить

$a_1 = 38{,}2$; $a_2 = 27$; $a_3 = 18$; $a_0 = 6.4$.

а) Необхідна умова стійкості системи за Гурвіцом: усі коефіцієнти характеристичного рівняння повинні мати однакові знаки, тобто $a_0>0,\ a_1>0,\ a_2>0,\ a_3>0, \ldots, a_n>0$ або $a_0<0,\ a_1<0,\ a_2<0,\ a_3<0, \ldots, a_n<0$.
У нашому випадку $a_0=6{,}4>0$, $a_1=38{,}2>0$, $a_2=27>0$, $a_3=18>0$, отже, необхідна умова виконується.

б) Щоб перевірити достатню умову стійкості системи за Гурвіцом, складемо визначник Гурвіца системи.

Матрицю складають так: на головній діагоналі записують усі коефіцієнти характеристичного рівняння, починаючи з другого (у порядку зростання індексу), потім, у кожному стовпці вище за діагональні коефіцієнти записують коефіцієнти з послідовно зменшуваними індексами, а нижче – з послідовно зростаючими індексами. Після досягнення нульового індексу ставлять нулі.

Для системи третього порядку визначник Гурвіца виглядає так:

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{bmatrix}$$

Кожного діагонального визначника *i*-го порядку одержують із матриці викреслюванням *i*-го рядка і *i*-го стовпця.

Складемо визначник Гурвіца і діагональний мінор для досліджуваної САР:

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 27 & 6{,}4 & 0 \\ 18 & 38{,}2 & 0 \\ 0 & 27 & 6{,}4 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_1 = a_2 = 27 > 0$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 & 6{,}4 \\ 18 & 38{,}2 \end{bmatrix} = 27*38{,}2 - 18*6{,}4 = 916{,}2 > 0$$

$$\Delta_3 = a_0(-1)^{3+3}\Delta_2 = 6{,}4(-1)^{3+3} * 916{,}2 = 5863{,}68 > 0.$$

Весь діагональний мінор визначника Гурвіца більше нуля, отже, виконується достатня умова стійкості системи.

Знайдемо критичні (граничні) значення коефіцієнта a_0, при якому замкнена система буде знаходиться на межі стійкості:

Для цього запишемо умову:

$\Delta_2 = a_2 a_1 - a_3 a_{0\ гр} = 0$, звідки

$a_{0\ гр} = \frac{a_2 a_1}{a_3} = \frac{27 * 38,2}{18} = 57,3$

Висновок: Замкнена система стійка за Гурвіцом, оскільки всі коефіцієнти її характеристичного рівняння мають однакові знаки, а головний діагональний визначник і його діагональний мінор позитивні.

Контрольні запитання до заняття 3

1. Що розуміють під стійкістю САК?
2. Назвіть алгебраїчні критерії стійкості.
3. У чому полягає критерій Рауса?
4. У чому полягає критерій Гурвіца?
5. Як будується визначник Гурвіца?

Практичне заняття 4
ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАМКНЕНОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЧАСТОТНОГО КРИТЕРІЮ СТІЙКОСТІ МИХАЙЛОВА

Мета заняття. Оволодіти навичками дослідження САК на стійкість за допомогою частотного критерію Михайлова.

Теоретичні відомості

Початковим виразом для визначення стійкості за критерієм Михайлова є частотний характеристичний поліном системи, який визначається з характеристичного рівняння заміною оператора *p* на оператора *jω*:

$$H(j\omega) = H(p)\big|_{p=j\omega}$$

Оскільки для стійкої САК число правого кореня *m=0*, то кут повороту вектора *D(jω)* складе

$$\Delta \arg\left(D(j\omega)\right)\Big|_{\omega=0}^{\omega=\infty} = n \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Тобто, САК буде стійка, якщо вектор *D(jω)* при зміні частоти ω від *0* до +∞ повернеться на кут $n \cdot \frac{\pi}{2}$.

При цьому кінець вектора опише криву, звану *годографом Михайлова*. Вона починається на позитивній напівосі, оскільки $D(0)=a_n$, і послідовно проходить проти годинникової стрілки *n* квадрантів комплексної площини, відхід у нескінченність в *n*-ому квадранті (рис. 30, а).

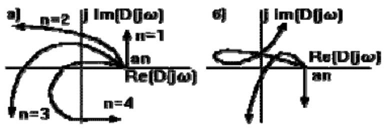


Рис. 30. Приклади побудови годографа Михайлова

Якщо це правило порушується (наприклад, число прохідних кривою квадрантів не рівне n, або порушується послідовність проходження квадрантів (рис. 29, б), то така САУ нестійка – це і є *необхідна і достатня умова критерію Михайлова*.

Достоїнства. Цей критерій зручний своєю наочністю. Так, якщо крива проходить поблизу початку координат, то САК знаходиться поблизу межі стійкості і навпаки. Цим критерієм зручно користуватися, якщо відоме рівняння замкненої САК.

Для полегшення побудови годографа Михайлова вираз для $D(j\omega)$ представляють сумою речовинної і уявної складових:

$$D(j\omega) = a_0(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\ldots(j\omega - p_n) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_n = \\ = ReD(j\omega) + jImD(j\omega),$$

де

$$ReD(j\omega) = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\,\omega^4 - \ldots,$$
$$ImD(j\omega) = a_{n-1}\omega - a_{n-3}\omega^3 + a_{n-5}\,\omega^5 - \ldots.$$

Змінюючи ω від 0 до ∞ за цими формулами знаходять координати точок годографа, які сполучають плавною лінією.

Завдання 4

Дослідити САР за заданою передавальною функцією на стійкість за допомогою частотного критерію Михайлова. Варіанти передавальних функцій подані в табл. 6.

Методичні рекомендації до виконання завдання 4

Розглянемо стійкість САК для прикладу, розглянутого в завданні 3. Передавальна функція системи має вигляд:

$$H_{зам}(p) = a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0,$$

У цьому випадку

$$H_{зам}(j\omega) = a_3(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_1(j\omega) + a_0.$$

Одержали функцію комплексної змінної, яку можна представити у вигляді суми дійсної і уявної частини.

$H_{зам}(j\omega)=Re(\omega)+jJm(\omega)$.

Для нашого випадку:

$$H_{зам}(p) = 18p^3 + 27p^2 + 38{,}2p + 6{,}4$$

$$H_{зам}(j\omega) = 18(j\omega)^3 + 27(j\omega)^2 + 38{,}2(j\omega) + 6{,}4 = -27\omega \;\; + 6{,}4 - j\omega(18\omega^2 - 38{,}2),$$

де $Re = -27\omega^2+6{,}4$; $Jm = -\omega(18\omega2-38{,}2)$.

Для побудови годографа $H_{зам}(j\omega)$ розрахуємо таблицю:

Таблиця 7

ω	0	0,25	0,487	1	1,457	1,8	∞
Re	6,4	4,71	0	–20,6	–51	–81,1	–∞
Im	0	9,26	16,25	20,2	0	–36,2	–∞

1) Знайдемо значення ω_1 при $Re(\omega_1)=0$:

$-27\omega_1^2+6{,}4=0$

$\omega_1^2=6{,}4/27$

$\omega_1=\pm\sqrt{6{,}4/27}=0{,}487$ *(так як $0 < \omega < \infty$)*
$Im(\omega_1)=16{,}52$
2) Знайдемо значення *Re* і *Im* від ω_2, що задовольняє умові: $0<\omega_2<\omega_1$
$\omega_2=0{,}25$
$Re(\omega_2)=4{,}71$
$Im(\omega_2)=9{,}26$.
3) Знайдемо значення ω_3 при $Im(\omega_3)=0$:
$-\omega(18\omega2-38{,}2)=0$
а) $\omega_{31}=0$
б) $18\omega322-38{,}2=0$
$\omega_{32}=\pm\sqrt{38{,}2/18}=1{,}457$ *(т.к $0 < \omega < \infty$).*
4) Знайдемо значення *Re* і *Jm* від ω_4, що задовольняє умові: $\omega_1<\omega_4<\omega_3$
$\omega_4=1$
$Re(\omega_4)=-20{,}6$
$Im(\omega_4)=20{,}2$
5) Знайдемо значення *Re* і *Jm* від ω_5, що задовольняє умові: $\omega_3<\omega_5<\infty$
$\Omega_5=1{,}8$
$RE(\Omega_5)=-81{,}1$
$IM(\Omega_5)=-36{,}2$

За даними таблиці 8 побудуємо годограф $H_{зам}(j\omega)$.

Система автоматичного керування стійка за критерієм Михайлова, якщо при зміні частоти ω від 0 до ∞ характеристичний вектор системи $H_{зам}(j\omega)$ повертається проти годинникової стрілки на кут $n(\pi/2)$.

Це означає, що система стійка за Михайловим, якщо годограф вектора характеристичного рівняння, розпочатий на позитивній дійсній напівосі, обходить у комплексній площині *n* квадрантів, не пропускаючи жодного (де *n* – порядок характеристичного рівняння).

Висновок: Дана система третього порядку стійка за Михайловим, оскільки вектор її характеристичного рівняння, розпочатий на дійсній напівосі, обходить у комплексній площині три квадранти, не пропускаючи жодного.

Контрольні запитання до заняття 4

1. Що розуміють під стійкістю САК?
2. Назвіть частотні критерії стійкості.
3. У чому полягає критерій Михайлова?
4. Що таке годограф?
5. У чому полягає принцип аргументу?

Практичне заняття 5
ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАМКНЕНОЇ СИСТЕМИ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЧАСТОТНОГО КРИТЕРІЮ СТІЙКОСТІ НАЙКВІСТА

Мета заняття. Оволодіти навичками дослідження САК на стійкість за допомогою частотного критерію Найквіста.

Теоретичні відомості

За допомогою даного критерію можна визначити стійкість тільки замкненої системи.

Замкнена система стійка за Найквістом, якщо стійка розімкнена система і її амплітудо-фазочастотна характеристика (АФЧХ) не охоплює крапку з координатами *(–1; j0)*. Замкнута система нестійка, якщо нестійка розімкнена система і її АФЧХ охоплює крапку *(–1; j0)*. Стійкість розімкненої системи визначають за критерієм Гурвіца або Михайлова.

Теоретичні відомості щодо частотного критерію стійкості Найквіста описані у теоретичному матеріалі лабораторних робіт.

Завдання 5

Дослідити САР за заданою передавальною функцією на стійкість за допомогою частотного критерію Михайлова. Варіанти передавальних функцій подані в табл. 8.

Таблиця 8

№ варіанта	Передавальна функція
1	$W_{роз}(p)=\dfrac{10}{64p^3+26p^2+4p+8}$
2	$W_{роз}(p)=\dfrac{9p+6}{02p^4+5p^3+8p^2+7p+18}$
3	$W_{роз}(p)=\dfrac{7p+8}{3p^4+14p^3+5p^2+9p+14}$
4	$W_{роз}(p)=\dfrac{10p+14}{41p^4+18p^3+p^2+5p+2}$
5	$W_{роз}(p)=\dfrac{24}{8p^3+4p^2+6p+10K_5}$
6	$W_{роз}(p)=\dfrac{4}{33p^3+3p^2+28p+26}$
7	$W_{роз}(p)=\dfrac{41}{42p^3+28p^2+28p+24}$
8	$W_{роз}(p)=\dfrac{65}{52p^3+50p^2+56p+55}$
9	$W_{роз}(p)=\dfrac{36}{48p^3+29p^2+23p}$
10	$W_{роз}(p)=\dfrac{24}{71p^3+37p^2+18p}$

Методичні рекомендації до виконання завдання 5

Для розглянутого прикладу в завданнях 3 і 4 будемо вважати, що розімкнена система стійка, тому:

$$W_{роз}(p) = \frac{21p + 4{,}2}{18p^3 + 27p^2 + 17{,}2p + 2{,}2}$$

$$K_{роз}(j\omega) = W_{раз}(p)\Big|_{p=j\omega}$$

$$W_{роз}(j\omega) = \frac{21j\omega + 4{,}2}{-18j\omega^3 - 27\omega^2 + 17{,}2j\omega + 2{,}2} =$$

$$= \frac{(21j\omega + 4{,}2)\left[(2{,}2 - 27\omega^2) - j\omega(17{,}2 - 18\omega^2)\right]}{\left[(2{,}2 - 27\omega^2) + j\omega(17{,}2 - 18\omega^2)\right]\left[(2{,}2 - 27\omega^2) - j\omega(17{,}2 - 18\omega^2)\right]} =$$

$$= \frac{(21j\omega + 4{,}2)(2{,}2 - 27\omega^2) - j\omega(21j\omega + 4{,}2)(17{,}2 - 18\omega^2)}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2} =$$

$$= \frac{46{,}2j\omega - 567j\omega^3 + 9{,}24 - 113{,}4\omega^2 + 361{,}2\omega^2 - 378\omega^4 - 72{,}24j\omega + 75{,}6j\omega^3}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2} =$$

$$= \frac{(9{,}24 + 247{,}8\omega^2 - 378\omega^4) + j\omega(-26{,}04 - 491{,}4\omega^2)}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2} =$$

$$= \frac{(9{,}24 + 247{,}8\omega^2 - 378\omega^4)}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2} + j\frac{\omega(-26{,}04 - 491{,}4\omega^2)}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2}$$

$W_{роз}(j\omega) = \mathrm{Re} + j\,\mathrm{Im}$, де

$$\mathrm{Re} = \frac{(9{,}24 + 247{,}8\omega^2 - 378\omega^4)}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2}$$

$$\mathrm{Im} = \frac{\omega(-26{,}04 - 491{,}4\omega^2)}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2}$$

Для отримання АФЧХ розімкненої системи, розрахуємо таблицю:

Таблиця 9

ω	0	0,4	0,5	0,831	1	1,5
Re	1,91	1,05	0,78	0	–0,196	–0,29
Im	0	–1,12	–1,22	–1,059	–0,84	–0,365

1) $Re(\omega_1) = 0$

$$\frac{(9{,}24 + 247{,}8\omega^2 - 378\omega^4)}{(2{,}2 - 27\omega^2)^2 + \omega^2(17{,}2 - 18\omega^2)^2} = 0$$

$9{,}24 + 247{,}8\omega^2 - 378\omega^4 = 0$

$\omega_1^2 = t$

$-378t^2 + 247{,}8t + 9{,}24 = 0$

$$t_{1,2} = \frac{-247.8 \pm \sqrt{247.8^2 + 4*378*9*24}}{-2*378} = \frac{-247.8 \pm 274.5}{-756}$$

$t_1 = 0.691,\ t_2 = -0.0353$

Оскільки ω належить множині $0 < \omega < \infty$, то t_2 – відкидаємо.

$t_1 = 0{,}691$

$\omega_1^2 = 0{,}691$

$\omega_1 = \pm\sqrt{0{,}691} = 0{,}831$ *(так як* $0 < \omega < \infty$*)*

$Im(\omega_1) = -1{,}059$

2) $\omega_2 = 0$; $Im(\omega_2) = 0$; $Re(\omega_2)=1,91$.

3) $\omega_2<\omega_3<\omega_1$; $\omega_3 = 0.4$; $Im(\omega_3) = -1,12$; $Re(\omega_3)=1,05$.

4) $Jm = 0$; $\omega_4(-26,04 - 491,4\omega_4^2) = 0$;

а) $\omega_{41} = 0$

б) $-26,04 - 491,4\omega_{42}^2=0$

$\omega_{42}=\sqrt{-26,04/491,4} = \sqrt{-0,053}$ – немає дійсного кореня, отже АФЧХ розімкненої системи не лежить у 1 і 2 квадрантах.

5) $\omega_5 = 0,5$; $Im(\omega_5) = -1,22$; $Re(\omega_5) = 0,78$.

6) $\omega_6 =1$; $Im(\omega_6) = -0,84$; $Re(\omega_6) = -0,196$.

7) $\omega_7 = 0,5$; $Jm(\omega_7) = -0,365$; $Re(\omega_7) = -0,29$.

За даними табл. 9 побудуємо АФЧХ розімкненої системи.

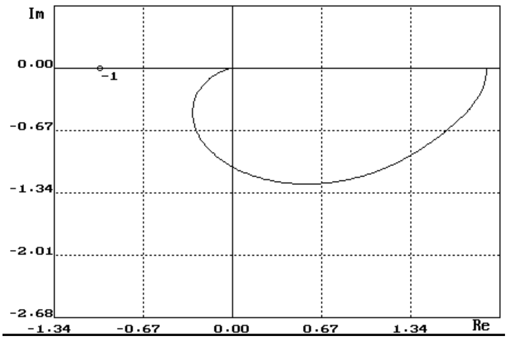


Рис. 31. АФЧХ розімкненої системи

За графіком визначаємо запас стійкості за модулем і за фазою.

Чим далі праворуч АФЧХ розімкненої системи знаходиться від крапки (–1; j0), тим більший запас стійкості має замкнена система.

Запас стійкості за модулем_визначається відрізком негативної дійсної напівосі від крапки –1 до точки перетину $W_{p.}(j\omega)$ з негативною дійсною напіввіссю.

c = 1–1 = 0

Запас стійкості за модулем показує, на скільки потрібно збільшити модуль АФЧХ, щоб система вийшла на межу стійкості.

Запас стійкості за фазою визначається кутом γ, тобто кутом між негативною дійсною напіввіссю і променем, проведеним із початку координат і перетині $W_{p.}(j\omega)$ з одиничним колом.

$\gamma = 83°$

Запас стійкості за фазою показує, яке запізнювання (негативне фазове зрушення) потрібно ввести, щоб система вийшла на межу стійкості.

Висновок: замкнена система стійка, оскільки стійка розімкнена система і її АФЧХ не охоплює крапку (–1; j0).

Контрольні запитання до заняття 5

1. Що розуміють під стійкістю САК?
2. Назвіть частотні критерії стійкості.
3. У чому полягає критерій Найквіста?

Методичні вказівки щодо самостійного опрацювання матеріалу дисципліни

Кількість годин, що відводиться на вивчення предмета, і їхній розподіл по темах, приведений в робочій програмі предмета, яка кожен рік розробляється викладачем.

Основною формою вивчення даного курсу є самостійна робота студента над рекомендованою літературою, а основним керівництвом при цьому є програма курсу.

Зверніть на неї особливу увагу. Вона підкаже, що і як треба зробити з розділом предмета, допоможе вашій самостійній роботі. Обов’язково ведіть конспект – це основа ваших знань, ваш помічник при підготовці до іспиту.

Роботу по вивченню дисципліни «Теорія автоматичного керування» необхідно починати з підбору літератури, рекомендованої програмою. Потім можна приступати до вивчення відповідних розділів курсу та виконання контрольної роботи.

Матеріал, який виноситься на самостійну проробку, ви можете отримати з літератури, що видається викладачем на першому занятті, а також із літературних джерел, висвітлених програмою.

При вивченні того або іншого розділу програми бажано в першу чергу уяснити суть питання по рекомендованому навчальному посібнику, розібратися у значенні та фізичній суті питання.

Після цього необхідно приступати до детального вивчення даного розділу, коротко конспектуючи основні питання теорії.

Після проробленого матеріалу, що виноситься на самопроробку, необхідно проводити самоконтроль закріплення матеріалу шляхом самостійних відповідей на контрольні запитання по даному теоретичному розділу.

Дані методичні вказівки складаються з методичних рекомендацій до самостійної роботи студента над матеріалом, що виноситься на самопроробку та з контрольних запитань, які дають можливість закріпити вивчений самостійно матеріал.

Основні теми самостійного вивчення даної дисципліни подані далі по тексту.

Основні теми матеріалу дисципліни для самостійного вивчення

Тема 1. Основні принципи автоматичного керування

Для вивчення даної теми необхідно знати основні етапи розвитку теорії автоматичного регулювання, загальне визначення САК, а також основні принципи регулювання. Потрібно чітко орієнтуватися у конкретних прикладах систем із використанням принципів розімкненого керування, компенсації та зворотного зв’язку. Крім того, необхідно опрацювати матеріал щодо класифікації САК та їхні основні характеристики, а також визначитись у САК на залізничному транспорті. Для самостійного вивчення даного матеріалу необхідно скористатись такими літературними джерелами [Конспект лекцій (КЛ); 1 (с. 6–55); 2 (с. 10–23); 3 (гл. 14, 20); 4 (гл. 1, 3, 5); 5 (с. 14–58); 6 (с. 11–12; 19–22, 123–141)].

Потрібно чітко знати основні переваги та недоліки як принципів керування, так і видів САК.

Перелік тестових запитань для самоперевірки закріплених знань теми 1

1. Що називається керуванням?
2. Що називається автоматичним керуванням?
3. Що називається системою автоматичного керування?
4. Що є основною задачею автоматичного керування?
5. Що називається об’єктом керування?
6. Що називається керованою величиною?
7. Що називається керуючим органом?
8. Що називається чутливим елементом?
9. Що таке вхідна і вихідна величини?
10. Що називається керуючою дією?
11. Що називається збуренням?
12. Що називається відхиленням від заданої величини?
13. Що називається керуючим пристроєм?
14. Що називається задаючим пристроєм?
15. Що називається функціональною схемою і в чому вона полягає?
16. У чому відмінність сигналу від фізичної величини?
17. У чому суть принципу розімкненого управління?
18. У чому суть принципу компенсації?
19. У чому суть принципу зворотного зв’язку?
20. Перерахуйте достоїнства і недоліки принципів керування?
21. Який окремий випадок керування називається регулюванням?
22. У чому відмінність систем прямого і непрямого регулювання?

Тема 2. Математичний опис САК. Структурна схема та елементарні ланки САК

Для повного оволодіння матеріалом потрібно добре володіти математичними методами розв’язку диференціальних рівнянь, методами оперування матрицями, методами обробки сигналів, а також апаратом побудови та аналізу графічних характеристик. Необхідно знати, що для опису САК використовується рівняння динаміки, передавальна функція, перехідна характеристика, часова та частотна характеристики. При описі САК студент повинен уміти подавати її у вигляді структурних схем, що вимагає від нього знання типових елементарних ланок (підсилювальна, аперіодична першого порядку, коливальна, диференціююча, інтегруюча, форсуюча, із запізненням) та їхніх характеристик. Для опису та аналізу САК застосовується низка еквівалентних перетворень структурних схем, які розглядаються практично в усіх літературних джерелах по ТАУ. Крім того, необхідно вміти будувати АЧХ, АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ.

Матеріал по даній тематиці міститься у таких літературних джерелах [КЛ; 1 (с. 34–122); 2 (с. 83–108); 3 (гл. 5); 7 (с. 49–69)].

При вивченні матеріалу варто враховувати основні різниці при аналізі різних САК по АЧХ, ФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ.

Перелік тестових питань для самоперевірки закріплених знань теми 2

1. Перерахуйте і дайте коротку характеристику основних видів САК.
2. Що називається статичним режимом САК?
3. Що називається статичними характеристиками САК?
4. Що називається рівнянням статики САК?
5. Що називається коефіцієнтом передачі, у чому відмінність від коефіцієнта посилення?
6. У чому відмінність нелінійних ланок від лінійних?
7. Як побудувати статичну характеристику декількох ланок?
8. У чому відмінність астатичних ланок від статичних?
9. У чому відмінність астатичного регулювання від статичного?
10. Як зробити статичну САР астатичною?
11. Що називається статичною помилкою регулятора, як її зменшити?
12. Назвіть переваги і недоліки статичного й астатичного регулювання.
13. Який режим САК називається динамічним?
14. Що називається регулюванням?
15. Назвіть можливі види перехідних процесів у САК. Які з них є допустимими для нормальної роботи САК?
16. Що називається рівнянням динаміки? Який його вигляд?
17. Як провести теоретичне дослідження динаміки САК?
18. Що називається лінеаризацією?
19. У чому геометричне значення лінеаризації?
20. У чому полягає математичне обґрунтування лінеаризації?
21. Чому рівняння динаміки САК називається рівнянням у відхиленнях?
22. Чи справедливий для рівняння динаміки САК принцип суперпозиції? Чому?
23. Як ланку з двома і більш входами представити схемою, що складається з ланок з одним входом?
24. Запишіть лінеаризоване рівняння динаміки в звичній і у операторній формах.
25. У чому значення і якими властивостями володіє диференціальний оператор p?
26. Що називається передавальною функцією ланки?

27. Запишіть лінеаризоване рівняння динаміки з використанням передавальної функції. Чи справедливий цей запис за ненульових початкових умов? Чому?

28. Напишіть вираз для передавальної функції ланки по відомому лінеаризованому рівнянню динаміки: $(0{,}1p + 1)py(t)=100u(t)$.

29. Що називається динамічним коефіцієнтом посилення ланки?

30. Що називається характеристичним поліномом ланки?

31. Що називається нулями і полюсами передавальної функції?

32. Що називається динамічною ланкою?

33. Що називається структурною схемою САК?

34. Що називається елементарними і типовими динамічними ланками?

35. Як складну передавальну функцію розкласти на передавальні функції типових ланок?

36. Перерахуйте типові схеми з'єднання ланок САК?

37. Як перетворити ланцюг послідовно сполучених ланок до однієї ланки?

38. Як перетворити ланцюг паралельно сполучених ланок до однієї ланки?

39. Як перетворити зворотний зв'язок до однієї ланки?

40. Що називається прямим ланцюгом САК?

41. Що називається розімкненим ланцюгом САК?

42. Як перенести суматор через ланку за рухом і проти руху сигналу?

43. Як перенести вузол через ланку за рухом і проти руху сигналу?

44. Як перенести вузол через вузол за рухом і проти руху сигналу?

45. Як перенести суматор через суматор за рухом і проти руху сигналу?

46. Як перенести вузол через суматор і суматор через вузол за рухом і проти руху сигналу?

47. Що називається нееквівалентними ділянками ліній зв'язку в структурних схемах?

48. Яке призначення САР напруги генератора постійного струму?

49. Що називається і які ви знаєте типові вхідні дії? Для чого вони потрібні?

50. Що називається перехідною характеристикою?

51. Що називається імпульсною перехідною характеристикою?

52. Що називається часовими характеристиками?

53. Для чого служить формула Хевісайда?

54. Як одержати криву перехідного процесу при складній формі вхідної дії, якщо відома перехідна характеристика ланки?

55. Що називається безінерційною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?

56. Що називається інтегруючою ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?

57. Що називається аперіодичною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?

58. Що називається коливальною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?

59. Що називається консервативною ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?

60. Чому не є елементарними інерційні ланки другого порядку з коефіцієнтом загасання великим або рівним одиниці?

61. Що називається ідеальною диференціюючою ланкою? Чому її не можна реалізувати?

62. Що називається реальною диференціюючою ланкою, її рівняння динаміки, передавальна функція, вид перехідної характеристики?

63. Що називається частотними характеристиками?

64. Як одержати частотні характеристики відомим шляхом?

65. Як одержати частотні характеристики теоретичним шляхом за відомою передавальною функцією ланки?

66. Що таке і як одержати АФЧХ?

67. Що таке і як одержати дійсну АЧХ?

68. Що таке і як одержати уявну УЧХ?

69. Що таке і як одержати АЧХ?

70. Що таке і як одержати ФЧХ?

71. Що таке і як одержати ЛАЧХ?

72. Що таке і як одержати ЛФЧХ?

73. Як побудувати годограф АФЧХ?

74. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ безінерційної ланки.

75. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ інтегруючої ланки.

76. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ аперіодичної ланки.

77. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ коливальної ланки.

78. Побудуйте АФЧХ, ЛАЧХ і ЛФЧХ консервативної ланки.

79. Побудуйте ЛАЧХ і ЛФЧХ ідеальної диференціюючої ланки.

80. Побудуйте ЛАЧХ і ЛФЧХ ідеальної форсуючої ланки.

81. Як зміняться ЛАЧХ і ЛФЧХ ланки, якщо коефіцієнт посилення зросте в 100 разів?

82. Що є розімкнена одноконтурна САК?

83. Чому для побудови ЧХ розімкнених одноконтурних САК зручно користуватися логарифмічними характеристиками?

84. Чим відрізняється ЛФЧХ від ФЧХ?

85. Як зміниться ЛАЧХ і ЛФЧХ розімкненої одноконтурної САК, якщо коефіцієнт посилення збільшити в 10 разів?

86. Чим відрізняється реальна ЛАЧХ від асимптотичної?

87. Як визначити рівняння динаміки реальної ланки, якщо невідомий її механізм, але відомо як задати вхідну дію і як поміряти вихідну?

88. Що називається законом регулювання?

89. Як реалізувати пропорційний закон регулювання?

90. Навіщо в регулятор додають диференціюючі і форсуючі ланки?

91. Навіщо в регулятор додають інтегруючі ланки?

Тема 3. Стійкість САК

Під стійкістю системи розуміють здатність її повертатися до стану рівноваги після зняття збурення. Стійкість лінійної САК характеризується розташуванням коренів характеристичного рівняння на комплексній площині. Правила, що дозволяють судити про знаки коренів характеристичного рівняння без його розв'язку, називаються критеріями стійкості. Для самостійного вивчення даного матеріалу необхідно скористатися такими літературними джерелами [КЛ; 1 (с. 140–182); 2 (с. 110–114); 3 (гл. 7); 5 (с. 82–100); 6 (с. 123–141); 7 (с. 82–91); 8 (гл. 6);]. Критерії стійкості діляться на алгебраїчні та частотні. До алгебраїчних належать критерії Рауса та Гурвіца, а серед частотних використовуються критерії Михайлова та Найквіста. При оволодінні матеріалом потрібно чітко знати переваги й недоліки кожного критерію стійкості. Потрібно також визначити структурну стійкість, запас стійкості, а також вивчити правила аналізу стійкості по ЛЧХ.

Перелік тестових запитань для самоперевірки закріплених знань теми3

1. Що розуміють під стійкістю САК в малому й у великому?
2. Який вигляд має рішення рівняння динаміки САК?
3. Як знайти вимушену складову рішення рівняння динаміки САК?
4. Який вигляд має вільна складова рішення рівняння динаміки САК?
5. Що таке характеристичне рівняння?
6. Який вигляд мають корені характеристичного рівняння?
7. Чим відрізняється правий і лівий корінь характеристичного рівняння?
8. Сформулюйте умову стійкості систем за Ляпуновим.
9. Що таке межа стійкості?
10. Що таке критерії стійкості?
11. Сформулюйте необхідну умову стійкості САК.
12. Сформулюйте критерій Рауса.
13. Сформулюйте критерій Гурвіца.
14. У чому достоїнства і недоліки критеріїв алгебри стійкості?
15. Що називається частотними критеріями стійкості САК?
16. У чому перевага частотних критеріїв стійкості перед алгеброю?
17. Сформулюйте принцип аргументу.
18. Сформулюйте критерій стійкості Михайлова.
19. Сформулюйте критерій стійкості Найквіста.
20. У чому особливість використання критерію Найквіста для астатичних САК?

Тема 4. Оцінка якості управління

При самостійному оволодінні матеріалом даної тематики потрібно вивчити визначення якості регулювання, прямі методи оцінки якості управління та кореневий метод оцінки якості. Якість управління – це степінь задоволення сукупності вимог до форми кривої перехідного процесу, яка визначає придатність системи для конкретних умов роботи. Вивчити матеріал щодо оцінки якості перехідного процесу при ступінчастій дії, оцінки якості управління при періодичних збуреннях, оцінки якості по АЧХ замкненої САК, а також інтегральні критерії якості.

Літературні джерела, що використовуються для самостійного оволодіння матеріалом [КЛ; 1 (с. 193–203, 211–214); 2 (с. 153–157); 9 (с. 164–171, 211–221)].

Перелік тестових запитань для самоперевірки закріплених знань теми 4

1. Як параметри САК впливають на вигляд рівняння динаміки?
2. Що відбувається з коренями характеристичного полінома САК при зміні її параметрів?
3. Що таке простір коефіцієнтів і площина коренів?
4. Що таке межа D-розбиття? Як знайти її рівняння? Як її побудувати?
5. Що таке D-області і як вони нумеруються?
6. Що таке область стійкості?
7. Як формулюється правило штрихування у разі D-розбиття по одному параметру?
8. Як пронумерувати D-області у разі D-розбиття по одному параметру?
9. Що називається якістю управління і навіщо його оцінювати?
10. Що належить до прямих оцінок якості управління?
11. Що називається непрямими методами оцінки якості управління?
12. Коли використовуються оцінки якості управління при ступінчастій дії, і коли – при періодичній?
13. Перерахуйте прямі оцінки якості управління при ступінчастій дії.
14. Перерахуйте прямі оцінки якості управління при періодичній дії.
15. Що називається діаграмою показників якості?
16. Як впливає на якість управління близькість коренів характеристичного полінома САК до уявної осі комплексної площини?
17. Як впливає на якість управління кут розкриття трапеції області коренів?
18. Як визначити ступінь стійкості САК?
19. Як визначити коливальну САК?
20. Як можна обчислити час перехідного процесу, знаючи як розташовані корені характеристичного полінома на комплексній площині?
21. Як побудувати мажоранту і міноранту, що обмежує криву перехідного процесу САК?
22. Що називається інтегральними критеріями якості САК?
23. Як визначити лінійну і квадратичну оцінки якості управління?
24. У чому недоліки лінійної і квадратичної оцінок якості управління?
25. Як виглядає оцінка якості управління, сприяюча наближенню кривої перехідного процесу до експоненти?
26. Яку частотну характеристику використовують для оцінки якості управління САК?

27. Якому значенню на перехідній характеристиці відповідає крапка ВЧХ при $\omega = 0$?

28. Яку форму має крива перехідного процесу САК з увігнутою ДЧХ?

29. Яку форму має крива перехідного процесу САК з трапецеїдальної ВЧХ?

30. Яку форму має крива перехідного процесу САК з ВЧХ, що має екстремум?

31. Як оцінити час перехідного процесу по вигляду ВЧХ?

32. У чому полягає метод трапецій?

33. Як використовується в методі трапецій властивість лінійності?

34. Як зміниться крива перехідного процесу, якщо ВЧХ розтягнути уздовж вертикальної осі?

35. Як зміниться крива перехідного процесу, якщо ВЧХ розтягнути уздовж горизонтальної осі?

36. Що називається одиничною трапецією?

37. Сформулюйте алгоритм побудови перехідної характеристики в методі трапецій.

Тема 5. Синтез САК. Корекція САК

В ТАК виділяються дві характерні задачі: 1) у заданій САК знайти і оцінити перехідні процеси – це задача синтезу САК; 2) по заданих перехідних процесах і основним показникам розробити САК – це задача синтезу САК. Друга задача складніша своєю неоднозначністю, багато визначається творчими здібностями проектувальника.

При самостійному вивченні даного матеріалу потрібно приділити увагу методу включення коректуючих пристроїв. Мати поняття про коректуючі пристрої, а також вивчити методику синтезу коректуючих пристроїв. Корекція властивостей САК здійснюється за допомогою введення послідовних і паралельних коригуючих ланок.

Для самостійного вивчення даного матеріалу необхідно скористатися такими літературними джерелами [КЛ; 10 (с. 140–157); 2 (с. 160–165); 3 (гл.19)].

Перелік тестових запитань для самоперевірки закріплених знань теми 5

1. Які характерні задачі розв’язуються при проектуванні САК?
2. Що називається синтезом САК?
3. Як включаються коректуючі пристрої?
4. Що називається місцевими зворотними зв’язками і для чого вони служать?
5. У чому особливості гнучкого і жорсткого зворотних зв’язків? Як вони реалізуються?
6. Як поліпшити динамічні властивості САК, якщо сам об’єкт управління має погані динамічні показники?
7. Що називається синтезом коректуючих пристроїв?

8. Як впливає на динамічні і статичні властивості САК збільшення коефіцієнта посилення регулятора?
9. Як відобразиться на динамічних властивостях САК збільшення постійної часу самої інертної ланки?
10. Як відобразиться на динамічних властивостях САК збільшення постійної часу найдинамічнішої ланки?
11. Як відобразиться на динамічних властивостях САК зменшення постійної часу самої інертної ланки?
12. Як відобразиться на динамічних властивостях САК зменшення постійної часу найдинамічнішої ланки?
13. У чому полягає особливість статичного режиму астатичної САК?
14. Чи можна добитися астатизму без включення інтегруючої ланки?
15. Як впливає на динамічні властивості САК величина частоти зрізу?
16. Як відображається на динамічних властивостях САК нахил високочастотної ділянки ЛАЧХ?
17. Як відображається на динамічних властивостивостях САК нахил низькочастотної ділянки ЛАЧХ?
18. Що називається демпфуванням з підняттям високих частот?
19. Що називається демпфуванням з придушенням високих частот?
20. Що називається демпфуванням з придушенням середніх частот?
21. Як зміняться динамічні і статичні характеристики САР при включенні в регулятор інтегруючої ланки?
22. Як зміняться динамічні і статичні характеристики САР при включенні в регулятор астатичної ланки?
23. Як зміняться динамічні і статичні характеристики САР при включенні в регулятор форсуючої ланки?
24. Як здійснюється послідовна корекція по задаючій дії?
25. Як здійснюється корекція з використанням неодиничного зворотного зв’язку?
26. У чому загальний недолік астатичних САК без інтегруючої ланки?
27. Як підібрати передавальну функцію коректуючого пристрою при компенсації збурюючої дії?